

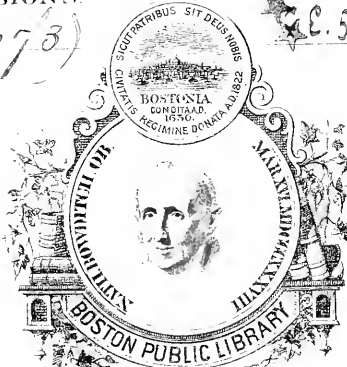
ACCESSIONS

(20673)

SHELF No.

C. 513.2

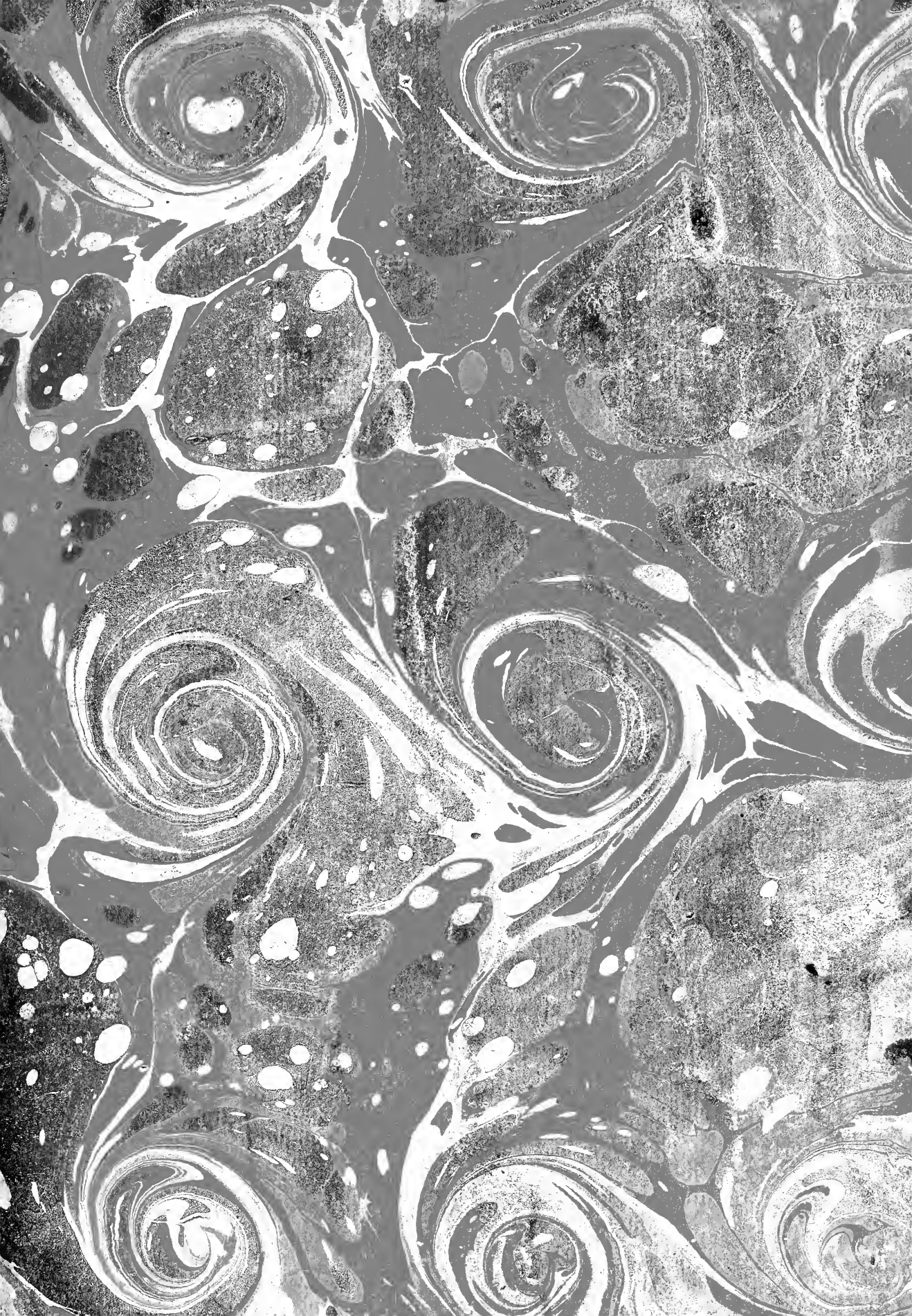
76 2



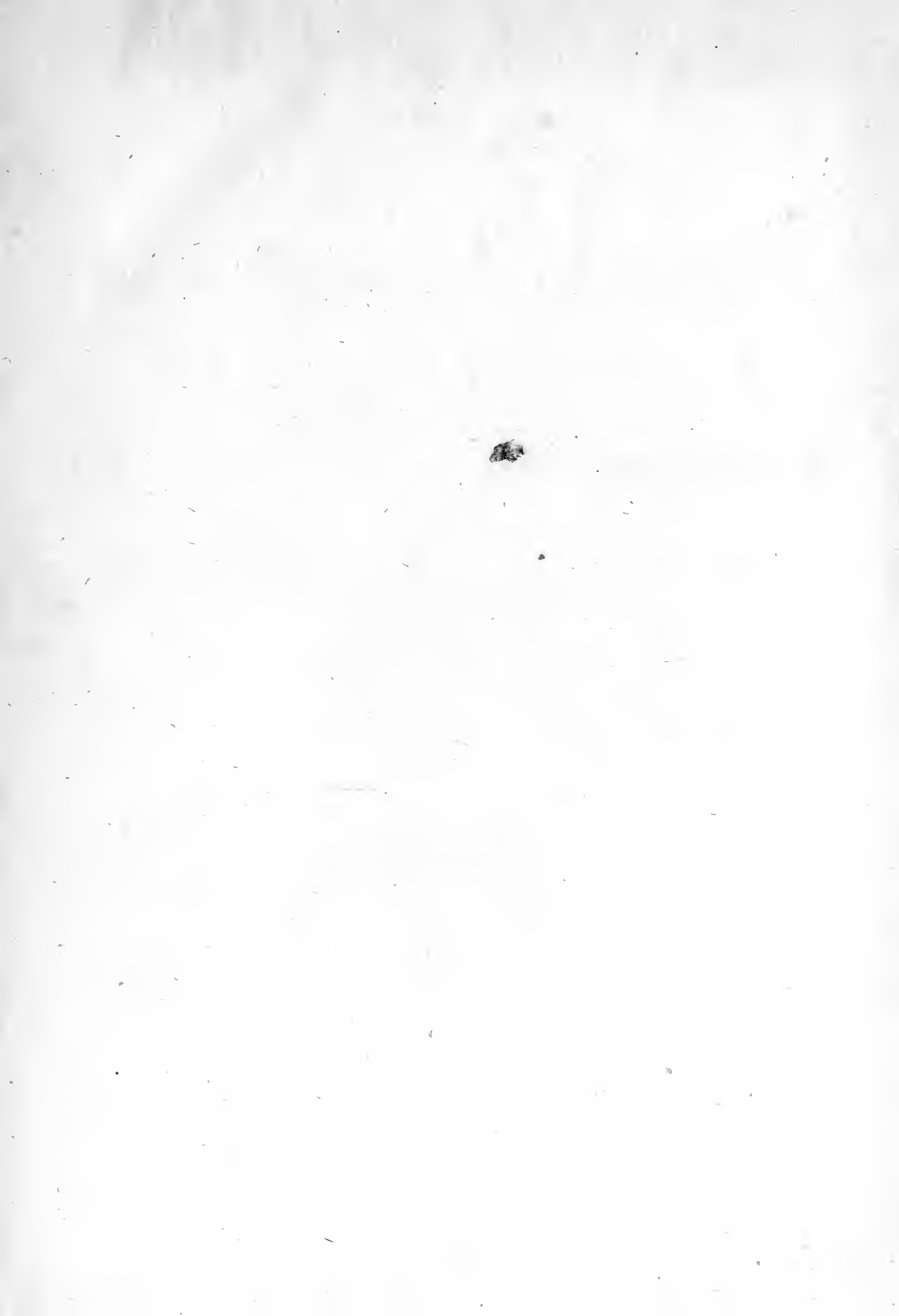
FROM THE

Coloditch Fund.

Recd July 5 1871







Digitized by the Internet Archive
in 2010 with funding from
Boston Public Library

COMÉTOGRAPHIE

OU

TRAITÉ

HISTORIQUE ET THÉORIQUE

DES COMÈTES.

Par M. PINGRÉ, Chanoine Régulier & Bibliothécaire de Sainte-Geneviève, Chancelier de l'Université de Paris, de l'Académie Royale des Sciences.

Tome Second.



A P A R I S,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXXIV.

E. 5113.2

V. 2

25

Bo.
(20673)

July 7. 1891

TABLE DES ARTICLES.

<i>COMÉTOGRAPHIE, seconde Partie, Section III. Histoire des Comètes qui ont paru depuis le commencement du dix-septième siècle jusqu'à présent.....</i>	Page 1
<i>TABLE GÉNÉRALE des Comètes, dont l'orbite a été calculée.....</i>	100

TROISIÈME PARTIE.

<i>QUESTIONS sur les Comètes.....</i>	110
<i>CHAPITRE I. De la nature & des propriétés des Comètes. Ibid.</i>	
<i>Leur nature.....</i>	<i>Ibid.</i>
<i>Leur opacité.....</i>	114
<i>Leur densité.....</i>	115
<i>Sont-elles habitables!.....</i>	116
<i>Leur nombre.....</i>	<i>Ibid.</i>
<i>Leur division.....</i>	117
<i>CHAP. II. De la trajectoire des Comètes.....</i>	119
<i>Des trajectoires possibles.....</i>	<i>Ibid.</i>
<i>Quelle est celle des Comètes.....</i>	120
<i>Durée de l'apparition des Comètes.....</i>	124
<i>Vitesse apparente des Comètes.....</i>	125
<i>Étendue de leur route apparente.....</i>	126
<i>CHAP. III. Du retour des Comètes.....</i>	127
<i>Moyens de s'assurer de ce retour & de la durée de la révolution des Comètes; 1.º par le calcul. Ibid.</i>	
<i>2.º Par la comparaison des observations.....</i>	129
<i>3.º Par conjecture.....</i>	130
<i>Révolutions périodiques assignées à diverses Comètes, & premièrement à celle de 1682.....</i>	132
<i>Comète de 1661.....</i>	133

<i>Comète de 1556.....</i>	<i>136</i>
<i>Comète de 1680.....</i>	<i>Ibid.</i>
<i>Comète de 1652.....</i>	<i>141</i>
<i>Comète de 1677.....</i>	<i>143</i>
<i>Autres conjectures de Struyck, sur le retour de différentes Comètes.....</i>	<i>145</i>
CHAP. IV. Des effets des Comètes.....	149
<i>Erreurs des Anciens sur ces effets.....</i>	<i>Ibid.</i>
<i>Lumière des Comètes.....</i>	<i>150</i>
<i>Parallaxe du Soleil peut être conclue de celle des Comètes.....</i>	<i>151</i>
<i>Éclipses par les Comètes.....</i>	<i>Ibid.</i>
<i>Perturbation des Planètes par les Comètes....</i>	<i>152</i>
<i>Système de Whiston sur la Terre primitivement Comète, sur le Déluge occasionné par une Comète, &c.</i>	<i>154</i>
<i>Sa réfutation.....</i>	<i>160</i>
<i>Système de M. de Buffon sur les Planètes extraites du corps du Soleil par l'action d'une Comète....</i>	<i>171</i>
<i>Sa réfutation.....</i>	<i>173</i>
<i>Effets présumés de la trop grande proximité d'une Comète & de la Terre, ou de quelqu'autre Planète....</i>	<i>177</i>
<i>Appréciation de ces effets.....</i>	<i>180</i>
<i>Digression sur une perturbation sensible de Saturne.</i>	<i>187</i>
CHAP. V. De l'atmosphère des Comètes.....	188
<i>Phénomènes de la queue des Comètes.....</i>	<i>190</i>
<i>Diverses opinions sur la nature de la queue des Comètes.....</i>	<i>195</i>
<i>Opinion de Tycho réfutée.....</i>	<i>199</i>
<i>Sentiment de Descartes, insoutenable.....</i>	<i>Ibid.</i>
<i>Système de Mairan, sa réfutation.....</i>	<i>200</i>
<i>La queue de la Comète appartient à la Comète même.....</i>	<i>206</i>
<i>Sentiment que l'Auteur regarde comme le plus probable.....</i>	<i>207</i>

QUATRIÈME PARTIE.

THÉORIE du mouvement des Comètes..... 218

SECTION I. Méthodes pour déterminer le lieu géocentrique
des Comètes..... Ibid.

MÉTHODE I. Configuration avec les Étoiles fixes. 219

MÉTHODE II. Alignemens avec les Étoiles..... 221

MÉTHODE III. Distances aux Étoiles..... 226

MÉTHODE IV. Hauteurs & azimuths de la Comète.. 232

MÉTHODE V. Passage au Méridien & hauteurs méridiennes..... 236

MÉTHODE VI. Comparaison avec les Étoiles fixes, à l'aide
d'un micromètre, ou d'un réticule..... 237

SECTION II. Calcul du lieu des Comètes dont l'orbite est
déterminée..... 244

VALEUR des lettres dont nous nous servirons constamment
pour désigner les mêmes grandeurs, ou les mêmes
angles..... Ibid.

ARTICLE I. Du mouvement des Comètes dans une orbite
parabolique..... 247

PROBLÈME I. Les élémens de l'orbite d'une Comète étant
connus, déterminer sa longitude & sa latitude héliocentriques pour un instant donné..... Ibid.

PRINCIPES sur lesquels est fondée la construction de la Table
du mouvement des Comètes dans la parabole. .. 248

PROBLÈME II. Déterminer le rayon vecteur, tant véritable,
qu'accourci..... 252

PROBLÈME III. Déterminer la longitude & la latitude géocentriques de la Comète..... 253

PROBLÈME IV. Déterminer la distance de la Comète à la
Terre..... 257

PROBLÈME V. Déterminer l'effet de l'aberration, de la nutation & de la parallaxe sur la longitude & la latitude d'une Comète..... Ibid.

ARTICLE II. Du calcul des Comètes dans une orbite elliptique..... 264

PROBLÈME VI. Déterminer l'anomalie vraie d'une Comète mue dans une orbite elliptique.....	266
PROBLÈME VII. Déterminer le rayon vecteur dans l'ellipse.	272
SECTION III. Détermination de l'orbite des Comètes, d'après des observations de leur mouvement géocentrique.	274
PROBLÈME VIII, de Newton. Plusieurs observations de la longitude ou de la latitude d'une Comète étant don- nées, trouver la longitude ou la latitude où on aura dû l'observer à un instant intermédiaire entre ceux des observations données.....	276
DIFFICULTÉ de la solution du Problème général qu'on embrasse dans cette Section.....	282
PROBLÈME IX. Déterminer, d'après les observations, les distances approchées d'une Comète, soit au Soleil, soit à la Terre.....	284
Première Solution de Newton, Grégori, Lambert, &c..	285
Deuxième Solution, de M. de la Lande.....	287
Troisième Solution.....	291
Quatrième Solution, de Lambert.....	294
Cinquième Solution, de M. de la Grange.....	303
Sixième Solution, de M. l'Abbé Boscowich.....	308
Septième Solution, de M. du Séjour.....	315
Huitième Solution, de M. de la Place.....	324
PROBLÈME X, de M. de la Place. Une distance à la Terre & un rayon vecteur étant donnés par le Problème précédent, trouver la distance périhélie de la Comète, & le temps où elle a été périhélie.....	333
AVERTISSEMENT sur les quantités connues d'un groupe de quatre triangles formés par la Comète, son point de pro- jection sur l'Écliptique, le Soleil & la Terre. ...	334
PROBLÈME XI. Une seule des quantités inconnues de ces trian- gles étant donnée, déterminer toutes les autres..	335
PROBL. XII. Déterminer les rapports qui existent entre les différens élémens de la trajectoire d'une Comète.	336
PROBL. XIII. Déterminer le rapport des temps avec les éléments de la trajectoire.....	339

- PROBLÈME XIV, de Lambert. Étant donnés deux rayons vecteurs & le foyer, construire la parabole... 344
- COROLLAIRE de cette construction, démonstratif d'une solution du Problème XIII..... 345
- PROBLÈME XV, de Simpson. Déterminer la différence du mouvement d'une Comète dans une orbite parabolique & dans une orbite elliptique..... 346
- PROBL. XVI, de M. Hennert. Trois observations étant données, avec le rapport des trois distances de la Comète à la Terre, déterminer le lieu du nœud ascendant, & l'inclinaison de l'orbite à l'Écliptique.. 350
- PROBL. XVII, d'Euler. Étant données trois observations, faites à des intervalles de temps peu considérables, & la distance de la Comète à la Terre au moment de la seconde observation, déterminer l'orbite. 359
- PROBL. XVIII, de M. de la Place. La distance périhélie d'une Comète, & le temps de son passage au périhélie étant à peu-près déterminés, trouver tous les élémens de la trajectoire parabolique de la Comète. 368
- PROBL. XIX, de M. Hennert & autres. Le lieu du nœud & l'inclinaison étant à peu-près connus, déterminer la nature & tous les élémens de la trajectoire.. 382
- REMARQUES sur le Problème précédent..... 401
- PROBLÈME XX. Lorsqu'on attend le retour d'une Comète, déterminer, d'après une ou deux observations, si une Comète qui paroît est celle dont on attend le retour..... 405
- PROBL. XXI. Préliminaire du Problème suivant. Deux distances de la Comète à la Terre (ou deux rayons vecteurs, ou deux, &c.) étant donnés au moment de deux observations, déterminer l'orbite parabolique de la Comète..... 412
- PROBL. XXII, général. Trois observations d'une Comète étant données, calculer son orbite..... 420
- RÉFLEXIONS sur les méthodes proposées par Newton, Lambert, Euler, M.^r Tempelhoff, Bouguer, &c. 421

MÉTHODE commune.....	424
OBSERVATIONS sur le Problème précédent.....	437
PROBLÈME XXIII, de Lambert. Déterminer la chute parabolique des Comètes vers le Soleil, & en construire l'Échelle.....	442
COROLLAIRES de ce Problème. Méthode pour faire servir cette Échelle à toutes les orbites paraboliques, &c.	445
PROBLÈME XXIV, de Lambert. Construction d'une Échelle de chute elliptique & hyperbolique.....	448
PROBL. XXV, de Lambert. Deux rayons vecteurs étant donnés de longueur & de position, avec la longueur du grand axe, décrire l'ellipse.....	451
APPENDICE sur les perturbations des Comètes.....	452
EXPLICATION des Tables suivantes.....	455
TABLE I, pour convertir les heures, minutes & secondes en décimales de jours.....	467
TABLE II, Générale du mouvement des Comètes dans une orbite parabolique.....	469
TABLE III, pour déterminer les différences entre les anomalies vraies, dans une orbite parabolique & dans une orbite elliptique, ayant le même sommet.....	496
TABLE IV, de la chute parabolique des Comètes....	499
TABLE V, Réduction des arcs de cercle en décimales du rayon.....	507
ADDITIONS & Corrections.....	510
APPENDICE à la première Partie.....	517





COMÉTOGRAPHIE.

SECONDE PARTIE.

SECTION III.

HISTOIRE DES COMÈTES

*Qui ont paru depuis le commencement du dix-septième
siècle jusqu'à présent.*

TYCHO avoit commencé à perfectionner les instrumens astronomiques; mais ils furent portés durant le dix-septième siècle à un plus haut degré de perfection : d'ailleurs l'invention des télescopes & du micromètre, & l'application du pendule aux horloges donnèrent beaucoup plus de précision aux observations. Ajoutez à cela que l'exemple de Tycho avoit puissamment influé sur les esprits; on étudioit le Ciel avec plus d'attention, on faisoit les nouveaux phénomènes avec plus de facilité, on les suivoit avec plus de soin; tous les Astronomes les observoient de concert; ils se communiquoient leurs observations; on les trouve presque toutes rassemblées dans des livres qui sont entre les mains de tout le monde. Ces considérations exigent que je change de marche. Si l'on en excepte quelques Comètes, & sur-tout celles qui ont été observées par Tycho, j'ai détaillé jusqu'à présent toutes les

circonstances de l'apparition des Comètes, que j'ai pu recueillir dans les Écrits des anciens Auteurs; ce détail m'a paru nécessaire, il pourra servir à déterminer les différens retours de ces Comètes, lorsque leurs apparitions réitérées auront fait connoître la durée de leur révolution périodique. Ces détails deviennent désormais inutiles; des circonstances minutieuses n'ajouteroient aucun poids à des observations précises & multipliées. Je crois devoir même me dispenser de rapporter ces observations, je me contenterai d'indiquer les Ouvrages où l'on peut trouver les meilleures: un détail complet de tout ce qui a été dit, fait & observé sur chaque Comète en particulier, rendroit cette Section trop inutilement volumineuse; Lubienietzki n'a-t-il pas trouvé le secret de composer un gros volume *in-folio* sur la seule Comète de 1664?

L'orbite de presque toutes les Comètes suivantes est calculée; j'en avertirai sur chaque Comète, & j'apprécierai même la précision du calcul de chaque orbite, lorsqu'il y aura quelque lieu de la révoquer en doute. Mais quant aux élémens de chaque orbite particulière, j'ai cru qu'il seroit plus commode de les renvoyer tous à une Table générale qui terminera cette Section. Reprenons le fil de notre Histoire. Je ne mets plus d'Astérisque * à l'année des Comètes dont feu M. Struyck reconnoissoit la réalité; s'il y a quelque différence entre lui & moi sur cet article, j'en avertirai.

Lub. 1602. *Comète.* Ce n'étoit point une Comète, mais une Étoile fixe, qui paroît & disparoît sur la poitrine du Cygne: Képler l'avoit observée dès l'an 1600.

Fabric. memorab. Eckst. 1604. *Comète.* C'étoit une nouvelle Étoile au pied oriental d'Ophiuchus.

1606. « Taxil observa dans Arles, à quatre heures du
» matin du 19 Septembre, une grande Comète, qu'il vit le
» vingt-huitième jour d'Octobre, à même heure, du côté du
» levant, à quatre degrés de l'Étoile de la première grandeur
» de la queue du Lion; & la nuit du même jour, 28 Octobre,
» il en remarqua une autre le soir du côté du couchant, deux

heures après le Soleil couché, fort proche des Étoiles qui sont, dit Taxil, au bec du Scorpion». Il est à présumer qu'une grande Comète qui auroit été visible durant un mois & plus, n'auroit pas échappé aux Képler, aux Longomontan, &c. Les observations de Taxil ont sans doute été faites en 1607 & non pas en 1606 : celles du 19 Septembre matin & du 28 Octobre au soir, conviennent trop bien à la Comète suivante. Quant à ce qu'il a vu ou cru voir le 28 Octobre matin, ce pouvoit n'être qu'un simple météore.

Comiers 6
p. 340.

1607.

Retour de la Comète d'Halley. Elle fut observée par Képler à Prague, par Longomontan à Coppenhague & à Malmoe ou Malmuyen dans la Scanie. On peut voir leurs observations dans Képler, *De Cometis libelli tres*, p. 25 & sequ. dans *Astronomiæ Danicæ Appendix*, p. 25 & sequ. dans Riccioli, *Almagest. t. II, lib. VIII, sect. 1.^a, c. III*, enfin dans Halley, *Synopsis Astronomiæ Cometicae*. On peut aussi consulter Snellius, c. III.

L'orbite de cette Comète est calculée par Halley. On donne ordinairement ce calcul pour un à-peu-près, & je conviens qu'Halley n'a pu y mettre la même précision que dans plusieurs autres orbites qu'il a calculées; Képler & Longomontan n'avoient point d'instrumens susceptibles d'une telle précision. Mais quiconque voudra se donner la peine de comparer les observations de Képler avec celles de Longomontan, & de combiner entr'elles les circonstances de l'apparition de la Comète d'Halley en 1607, conviendra facilement que le calcul donne à cette Comète en 1607 une orbite bien plus précise que toutes celles auxquelles on a ajouté la note de l'à-peu-près, plus exacte même que quelques-unes de celles qu'on n'a pas affectées de cette note.

1609. *Horrible Comète*, dont parle l'Inventaire général de l'Histoire de France. J'ai parcouru toute l'année 1609 de cet Inventaire, sans y trouver la plus légère mention de cette horrible Comète.

Comiers 3
p. 343.

1614. Le 26 Février, pendant qu'à Grenoble on célébroit le Jubilé en l'Eglise de Saint-André, *tout le monde vit depuis Comiers, une heure après midi jusqu'à la nuit, une Comète ou une p. 346. Étoile nouvelle* au-dessus du pinacle. C'étoit sans doute un météore, ou peut-être même quelque phénomène électrique.

1618. Première Comète.

Comiers, ibid.

On ne nous parle de rien moins que de six Comètes observées cette année. Allons par ordre. L'apparition de la première ne souffre aucune difficulté : on la découvrit à Calchau ou Cassovie en Hongrie dès le 25 Août; le 27 du même mois on la vit près de Lintz en Autriche : en ces deux jours elle se levoit le matin vers trois heures; sa queue étoit dirigée vers l'occident.

Le 1.^{er} Septembre, Képler la découvrit au matin avec beaucoup de peine, tant elle étoit petite & obscure; en la comparant aux Étoiles voisines, Képler jugea qu'elle étoit en 10 degrés du Lion avec 21^d 30' de latitude boréale.

Le 2, elle avoit rétrogradé de près d'un degré, la latitude restant à peu près la même, d'où Képler conclut, avec peu de justesse, que le 25 Août précédent elle devoit être vers 17 ou 18 degrés du Lion, avec une latitude boréale d'environ 18 degrés.

Le 3, elle étoit au-dessus d'une Étoile informe de quatrième grandeur, dont la longitude est (en 1600) selon Tycho, de 4^f 8^d 10', & la latitude boréale de 20^d 42' : (c'est la dixième du petit Lion, dans le Catalogue britannique).

Le 6, à l'œil nu, on ne voyoit plus de queue; au télescope, la Comète paroissoit assez grande & ressembloit à un nuage, de la partie supérieure duquel on voyoit naître une chevelure très-courte.

Le 21, le 22 & le 23, la Comète passa sous l'Étoile informe que Tycho place en 1600 par 3^f 29^d 49' de longitude, & 23^d 41' de latitude boréale (c'est 11 de la grande Ourse) : sa plus grande proximité à cette Étoile fut le 23 Septembre; elle n'en étoit distante que d'environ un demi-diamètre de la Lune.

Képler la vit pour la dernière fois le 25 Septembre vers 28 degrés de l'Écrevissé, avec 23^d 30' de latitude boréale. *Kepl. de Com. p. 47, 48.*

J'ai calculé sur ces observations l'orbite de la Comète; on conçoit facilement que sa précision ne peut être fort grande.

Dans le second volume des Œuvres de Galilée, on trouve un opuscule ou une thèse astronomique *sur les trois Comètes de l'an 1618*. Il y est dit qu'en comparant les observations faites de la première Comète en Allemagne & en Italie, on trouve que le 25 Août elle étoit entre la vingt-deuxième & la trente-neuvième Étoile de la grande Ourse (suivant le Catalogue de Tycho), que par son mouvement propre elle parvint en quatre jours aux pattes de devant, de manière que le 2 de Septembre on la vit sous les Étoiles trente-troisième & trente-quatrième, où elle s'évanouit. Nous avons cru devoir nous en rapporter plutôt aux observations de Képler, qu'aux conjectures de l'Auteur de cette thèse.

1618. *Deuxième Comète* de l'imagination de Comiers. « Elle parut, dit-il, le 20 Octobre à 5^h 30' du matin jusqu'au 29 Novembre, s'étant au rapport de Képler, » *page 50*, divisée en deux ». Guillaume Schickard vit à Comiers, le 20 Octobre, un dragon volant ou un flambeau, *p. 347.* qui descendit de la tête d'Andromède par le Poisson boréal, entre la tête du Bélier & le Triangle, jusqu'à la mâchoire de la Baleine; mais, comme l'observe judicieusement Képler, ce météore élémentaire ne mérite pas le nom de Comète. *Kepl. de Com. p. 51.* La prétendue Comète qu'Ursin dit avoir été vue le 30 Octobre à Cologne au nord-est, & qu'il dit n'avoir pas duré longtemps, étoit aussi sans doute un météore. *Ibid.*

1618. Deuxième Comète.

Struyck n'admettoit pas l'existence de cette Comète; il croyoit apparemment qu'elle ne différoit pas de la précédente ou de la suivante. On la découvrit le 10 Novembre en Silésie; le même jour à Rome, depuis 16^h 20' jusqu'à 18^h 40' (temps compté selon la méthode des Astronomes), on déterminâ que l'extrémité de sa queue étoit entre le point équinoxial

*Kepl. Com.
p. 51.*

Longom. p. 38.

& 18 degrés de la Balance avec 15 degrés de latitude australe, d'où Képler conjecture que sa tête pouvoit être dans les dix premiers degrés du Scorpion. A Isphahan en Perse, Garcia Silva de Figueroës, Ambassadeur du Roi d'Espagne, vit cette même Comète durant quinze ou seize jours, à commencer du 10 Novembre, deux heures avant le lever du Soleil; elle étoit entre le sud & l'est; la longueur de sa queue égaloit la sixième partie du Zodiaque.

Les jours suivans on vit la queue de cette Comète en divers lieux de l'Europe. Le 20 Novembre à cinq heures & demie du matin, Képler observa sous les Étoiles du quadrilatère du Corbeau, une traînée de lumière blanche comme du lait, dont l'extrémité, recourbée en haut, atteignoit l'extrémité de la coupe; le noyau étoit caché dans le crépuscule. Képler croit que la tête étoit près de celle du Centaure, vers les dix premiers degrés du Scorpion; il en conclut, contre ce qu'il avoit pensé d'abord, que le 10 (ou le 11 matin), lorsqu'on l'observoit à Rome, elle devoit être vers 16 degrés du Scorpion, avec 8 degrés de latitude vers le sud.

Le Mercredi 21 Novembre, la queue commença à se lever vers deux heures & demie du matin, l'aurore ne permit pas de voir la tête. Le 23, la queue avoit décliné vers le sud. Képler ne put faire aucune observation les jours suivans à cause des nuages.

Le P. Maximilien Marfilus assura à Képler, que le 24, à Budweiss en Bohème, il avoit vu très-distinctement en plein jour la tête & la queue de la Comète.

*Kepl. Com.
p. 51 & sequ.*

Enfin Képler vit encore cette queue de Comète le 27 à cinq heures & demie, & le 29 à cinq heures du matin. Ceux qui seroient curieux d'un plus long détail sur cette queue de Comète, peuvent se satisfaire dans l'Ouvrage même de Képler. Il nous suffit de remarquer qu'elle devenoit de jour en jour plus australe.

A Rome, au Collège Romain, le 18 Novembre au matin, les Jésuites, au rapport de leur confrère Blancanus,

virent une grande poutre, longue de 40 degrés, qui, par son mouvement propre, parcourut en onze jours l'espace de 24 degrés, depuis la coupe jusqu'au cœur de l'Hydre. Le 29 Novembre au matin, Blancanus vit pour la dernière fois cette poutre, & pour la première fois la Comète suivante; la poutre étoit vers le midi, étendue le long de l'horizon.

Blanc. Cos.
p. 161.

Il n'est pas douteux que cette poutre ne fût la queue d'une Comète, dont la tête fut toujours cachée dans le crépuscule ou sous l'horizon. A Isphahan, dont la latitude est moindre que toutes les villes d'Europe où cette Comète fut observée, Figuéroès distingua clairement sa tête. Il n'est pas moins constant qu'il faut distinguer cette Comète de la suivante; une même Comète n'auroit pas été du Scorpion au cœur de l'Hydre, pour retourner de-là au Scorpion, reprendre ensuite son cours rétrograde, & aller du Scorpion jusqu'à l'Écrevisse. Ajoutez à cela que Figuéroès à Isphahan, Blancanus à Parme, des Jésuites à Goa, & Képler à Lintz, ont vu ces deux Comètes en même temps. Il est vrai que Képler a soupçonné que ce n'étoit qu'une seule & même Comète qui s'étoit divisée en deux : *quandoque bonus dormitat Homerus.*

Ricc. p. 17.
Kepl. Com. &
Ep. p. 602.

1618. Troisième, quatrième & cinquième Comète. La troisième Comète de Comiers est la précédente vue en Europe; la quatrième & la cinquième sont celles qui furent vues à Isphahan par Figuéroès. Il n'y a point de difficulté par rapport à la première de ces deux Comètes de Figuéroès; tous, excepté Comiers, conviennent qu'il ne faut pas la distinguer de celle dont on vit dans le même temps la queue en Europe. Quant à la seconde, Riccioli veut qu'on la distingue de la Comète suivante, & voici son raisonnement. « Douze ou treize jours après l'apparition de cette (première) Comète, dit Figuéroès (donc le 22 ou 23 Novembre), « il en parut une autre; elle étoit chevelue, & de la couleur « de Vénus, qu'elle égaloit ou qu'elle surpassoit de peu en « grandeur. Elle se levoit à l'orient de l'équinoxe. Plus petite « d'abord que la première, elle prenoit tous les jours de «

» nouveaux accroissemens, de manière qu'elle parvint presque
 » à égaler la précédente. Son mouvement propre la portoit
 » presque verticalement du sud au nord. Trois ou quatre jours
 » après sa première apparition, l'autre se dissipa. Elles durèrent
 » peu l'une & l'autre; la seconde cessa de paroître au bout de
 » dix jours ». Cette Comète, dit Riccioli, se dissipa donc vers
 le 3 Décembre; or la Comète suivante parut jusqu'au 20
 Janvier; donc ces deux Comètes sont différentes. Nous
 répondons que la Comète de Figuéroès & la Comète
 suivante ont paru dans les mêmes jours & dans la même
 partie du Ciel, que leur mouvement propre les portoit l'une
 & l'autre également vers le nord; enfin que la Comète
 suivante a été au moins aussi belle que celle de Figuéroès,
 & aussi visible à Ispahan qu'en Europe. Si ces deux Comètes
 eussent été différentes, & Figuéroès, & les Astronomes
 Européens, ou n'en auroient vu aucune, ou les auroient
 vues nécessairement toutes les deux. Concluons avec Longomontan, que Figuéroès fut moins attentif que ne l'auroit
 été un Astronome, parce qu'il étoit occupé à Ispahan d'affaires
 plus sérieuses que celles d'observer les Comètes.

1618. Troisième Comète.

Cette belle Comète eut autant d'observateurs qu'il y avoit
 alors d'Astronomes en Europe. Elle fut vue dès le 7 Novembre
 dans l'Inde près de Jacatra, selon Struyck; mais le navigateur
 Vandenbroeck, cité par Struyck, vit probablement alors la
 seconde Comète, & non celle-ci. La troisième commença
 à paroître en Europe dans les derniers jours de Novembre,
 & fut observée jusque vers le 20 ou le 21 Janvier 1619.
 Les principaux observateurs furent Képler à Lintz, Longomontan à Copenhague, Gassendi à Aix, Schickard à Wirtemberg sur le Neckre, Habrechtus à Strasbourg, Ambrosius Rhodius à Wittemberg, Remus Quietanus à Deux-Ponts & ailleurs, le P. Cysat à Ingolstat, Snellius à Leyde, &c. Presque toutes les observations ont été recueillies par Képler & par Riccioli: elles ne sont pas fort précises sans doute; mais leur
 grand

*Ricc. p. 17.
Longom. p. 38.*

*Struyck, 1740,
p. 262.*

*Kepl. Com.
p. 58 & sequ.
Longom. p. 1
& sequ. Snell.
Ricci. p. 17
& sequ. Blanc.
p. 161, 162.
Gass. 1. IV.*

nombre peut compenſer leur défaut de précision : il paroît qu'on peut ſe confier aſſez raifonnablement ſur l'exactitude de l'orbite de cette Comète, calculée par Halley.

1634. On vit le 3 Septembre une pique très-noire, qui s'étendoit de l'orient à l'occident. C'étoit ſans doute un météore. *Barret.*

1647.

A Marienbourg en Pruſſe, le 29 Septembre, auſſitôt après le coucher du Soleil, on vit une Comète dans la chevelure de Bérénice, à 5 degrés au moins de la jambe gauche du Bouvier, à 10 degrés plus ou moins d'Arcturus, & à 23 ou 24 degrés de l'épaule gauche : donc ſa longitude étoit à peu-près de 6^h 8^d, & ſa latitude boréale de 26 degrés. La queue pouvoit avoir 12 degrés de longueur. On ne la vit que deux jours à Marienbourg. En Hollande, on la vit au commencement d'Octobre à l'oueſt du Bouvier ; elle traversa cette conſtellation, paſſant par le nord d'Arcturus dans la couronne d'Ariadne, en ſuivant une ligne ſenſiblement parallèle à l'équateur : elle étoit petite ; ſon apparition fut d'une ſemaine. *Hevel. Comet. p. 463. & l. XII.*

1652.

Cette Comète, d'une couleur pâle & livide, égaloit preſque la Lune en grandeur, au jugement d'Hévélius & de Comiers. Elle fut obſervée par beaucoup d'Aſtronomes depuis le 18 Décembre 1652 juſque dans les premiers jours de Janvier 1653 : preſque toutes ces obſervations ſont aſſez groſſières. Gaſſendi l'obſerva à Digne, Bouillaud à Paris, Caſſini à Bologne, Jacques Golius à Leyde, &c. La plupart de ces obſervations ſe trouvent recueillies dans une *Courte Diſſertation ſur cette Comète*, imprimée à Padoue en 1653, in-4.^o Les obſervations que fit Hévélius à Dantzick, depuis le 20 Décembre juſqu'au 8 Janvier, ſont probablement les plus précises, & bien certainement les plus complètes de toutes ; en ces vingt jours Hévélius obſerva ſeize fois la Comète. On trouve ſes obſervations dans le deuxième volume *Gaſſ. t. IV. Philoſ. Trans. n. CCL, p. 79.*

Tome II.

B

de la *Machine céleste* ; c'est sur elles qu'Halley a calculé l'orbite de la Comète.

1661.

On trouve dans le même volume les observations qu'Hévélius a faites de la Comète de 1661, depuis le 3 Février jusqu'au 28, ou plutôt jusqu'au 10 Mars. Il n'y a guère lieu de douter que cette Comète ne soit la même que celle de 1532. Nous donnons dans la Table générale les élémens de la route qu'elle a suivie en 1661 ; ils ont été calculés par Halley sur les observations d'Hévélius.

1664.

Cette Comète de 1664 a singulièrement exercé les pressés des Imprimeurs. Les Astrologues rêvèrent qu'elle menaçoit l'Univers des plus affreux désastres ; ils firent part au Public de leurs délires : d'autres combattirent vivement ces visions ridicules. Ces questions ne s'agitent plus ; l'Astrologie & la Cométomancie sont estimées maintenant à leur juste valeur. D'autres Ouvrages plus utiles, sont ceux où l'on nous a rendu compte du succès des veilles des Astronomes qui ont observé cette belle Comète.

On a dit que cette Comète avoit été vue en Espagne dès le 17 Novembre. Huyghens l'observa pour la première fois à Leyde le 2 Décembre ; ses observations sont rassemblées dans la *Dissertation de Pierre Petit, sur la nature des Comètes*, imprimée à Paris en 1665, in-4.^o page 261. Hévélius commença à l'observer le 14 du même mois. Vers le même temps elle fut observée par Cassini & Montanari en Italie ; par Auzout, Bouillaud, Petit en France, &c. Auzout & Cassini continuèrent leurs observations jusqu'aux 17 & 18 Mars 1665 : Hévélius termina ses observations proprement dites au 14 Février ; mais il vit ou crut voir, le 18 du même mois, près de la première Étoile (γ) du Bélier, un objet qu'il prit pour la Comète. Cette prétendue observation ne pouvoit se concilier avec celles qu'Auzout avoit faites,

soit avant , soit après le 18 Février : Hévélius la rendit publique dès cette même année 1665 , dans son *Prodromus Cometicus*. Auzout crut devoir défendre ses observations , il le fit dans une lettre adressée à Petit , & imprimée à la suite de la *Dissertation* de celui-ci. Le raisonnement d'Auzout paroissoit sans réplique : Cassini , le P. Gottignies , Professeur de Mathématiques au Collège Romain , M. de la Voye à Rouen , avoient observé la Comète bien avant dans le mois de Mars ; leurs observations s'accordoient avec celles d'Auzout , & ne pouvoient se concilier avec celle d'Hévélius : c'étoit donc celle-ci qui étoit en défaut. Petit écrivit à Hévélius , & lui communiqua la lettre d'Auzout. Hévélius ne se rendit pas : au contraire , dans sa *Mantissa Prodromi Cometici* , imprimée l'année suivante , il appuie sur ce qu'il avoit avancé dans le Prodrome , il fait les plus grands efforts pour exténuer les observations qu'on lui objecte , il cherche à les mettre en opposition les unes avec les autres ; il finit par dire que vraisemblablement la Comète observée par Cassini , Auzout , &c. depuis le 13 Février jusqu'au 19 Mars , étoit différente de celle qui avoit paru depuis le mois de Décembre jusqu'au 18 Février. Il est plutôt très-vraisemblable que (le ciel n'étant pas pur & serein à Dantzick le 18 Février 1665 , puisque Hévélius n'a fait cette même nuit aucune observation en forme) cet Astronome aura aperçu dans un éclairci , près de γ du Bélier , quelque objet insolite , quelque nuage , quelque météore , qu'il aura pris pour la Comète ; il se fera d'autant plus volontiers familiarisé avec cette idée , qu'il y trouvoit la confirmation de ses préjugés sur la nature & le mouvement des Comètes. Hévélius ne nie pas même absolument que son erreur ne puisse provenir de cette source.

Cette querelle astronomique n'étoit pas aussi indifférente qu'elle pouvoit alors le paroître. « Ce qu'il y a de plus fâcheux en cette rencontre , disoit judicieusement M. Auzout , « c'est que s'il n'y avoit eu que M. Hévélius qui eût observé « avec des lunettes , ou que le temps eût été couvert depuis »

» le 18 Février, en sorte que personne n'eût pu observer la
 » Comète après ce jour-là, il auroit embarrassé pour jamais
 » les Astronomes présens & à venir par une observation si
 étrange, &c. » Il ne seroit en effet pas possible de concilier
 cette étrange observation avec le sentiment généralement
 reçu sur le mouvement des Comètes; mais elle est heureu-
 sement démentie par toutes les observations postérieurement
 faites en Italie, en Espagne, en France, en Angleterre, &c.
 & même par les autres observations d'Hévélius. C'est sur
 celles-ci, je pense, qu'Halley a établi la théorie de l'orbite
 de la Comète, telle que nous la donnons dans la Table :
 cette théorie représente bien toutes les autres observations
 d'Hévélius, elle se refuse à celle du 18 Février; elle s'accorde
 au contraire passablement bien avec les observations subsé-
 quentes de Cassini, Auzout, &c. Hévélius observoit sans
 doute mieux qu'Auzout, Petit, Gottignies, &c. Petit en
 donne la vraie raison dans sa lettre à Hévélius : *Utinam tam*
feliciter ac tu ejus (Cometæ) loca indicassent! sed in astro-
nomicâ supellecili quis tibi æquiparandus!

Philos. Transf.
n. VI. p. 107,
108, & n. IX,
p. 150.

Après les premières observations de la Comète, Auzout avoit dressé une éphéméride du cours qu'elle tiendrait durant son apparition. Le P. Pardies étoit peut-être le premier inventeur de la méthode; mais Auzout la publia le premier à Paris. Cette méthode n'étoit pas fondée sur la connoissance du vrai système du mouvement des Comètes; il n'est pas surprenant que l'éphéméride d'Auzout se soit trouvée en défaut.

Struyck, 1753,
p. 33. 34.

On trouve dans Struyck quelques observations de cette Comète, faites le 8, le 9, le 10 Décembre & autres jours à Batavia, en d'autres lieux des Indes orientales, & sur mer, par des navigateurs Hollandois. De telles observations ne pouvoient être alors que fort grossières; aussi ne s'accordent-elles point avec celles qui furent faites en Europe. Hévélius a détaillé les siennes dans son *Prodromus Cometicus*, & dans le second volume de sa *Machine céleste*: on trouve celles d'Auzout & de Petit à la fin de la *Dissertation* de celui-ci, quelques-unes d'Auzout & de Buot dans les anciens *Mémoires*

de l'Académie des Sciences; & un grand nombre d'autres dans le second volume du *Theatrum Cometicum* de Lubienietzki. T. X. p. 451,
édit. de Paris,
in-4.^o

Nous avons à Sainte-Geneviève un Traité manuscrit, en langue Espagnole, sur cette Comète : le premier Chapitre contient des observations faites en quarante-six jours différens, depuis le 14 Décembre 1664 jusqu'au 20 Mars 1665. J'ignore quel est l'auteur de cette Dissertation; il n'en est fait mention dans aucun des livres que j'ai consultés, pas même dans *Bibliotheca Hispana*, imprimée en 1672. L'auteur observoit & écrivoit à Valence en Espagne, il renvoie souvent à sa Trigonométrie, & la suite de la Dissertation prouve qu'il étoit en effet très-versé dans le calcul des triangles. On a une *Trigonometria Hispana*, imprimée à Majorque en 1672, & à Valence en 1673 : son Auteur, le P. Joseph Zaragoza, Jésuite, étoit en 1664 & 1665, Professeur de Théologie à Valence; il fut fait depuis Professeur de Mathématiques à Madrid, en conséquence de son goût décidé pour cette science; j'en conclurois assez volontiers qu'il est l'auteur de la Dissertation. Quoi qu'il en soit, comme les observations pourroient n'être pas à négliger, & que je ne les trouve imprimées nulle part, en voici la traduction fidèle.

« La Comète dont nous parlons, dit l'anonyme, parut à la fin de l'an 1664. On ignore son commencement : quelques-uns assurent qu'on la vit le 7 Décembre; d'autres anticipent la première apparition au 24 Novembre; mais je ne pense pas qu'aucun Astronome l'ait observée avant le 14 Décembre: je commence donc à ce jour l'histoire des observations de cette Comète. »

Décembre.

Le 14 à une heure du matin, la Comète fut observée à Rome par le R. P. Guttinez (de Gottignies), de la Compagnie de Jésus, Professeur de Mathématiques au Collège Romain : elle étoit tout près de l'Étoile du bec du Corbeau (α), dont la longitude est en $6^{\text{h}} 7^{\text{d}} 23'$, & la latitude australe $21^{\text{d}} 45'$. Cette observation s'accorde avec celle que fit Don Enrique »

» de Miranda, Gentilhomme de Valence, très-versé dans
 » l'Astronomie.

» Le 15, avant le jour, Don Enrique Miranda observa la
 » Comète à un degré à l'ouest du bec du Corbeau.

» Le 17, à $5^h 45'$, suivant l'observation de Don Enrique,
 » la Comète étoit distante de la patte du Corbeau (β) de
 » $10^d 15'$, & de l'aile droite (γ) de $10^d 4'$: donc longitude
 » $6^f 4^d 4'$; latitude australe $24^d 19'$.

» Le 18, à six heures, distance à l'aile du Corbeau, 11^d
 » $15'$; à la patte, $11^d 50'$; longitude, $6^f 2^d 48'$; latitude,
 » $25^d 25'$ au sud. (Il paroît que c'est ici la première observation
 » de l'anonyme).

» Le même jour, le Sergent-major Don Vincent Mut,
 » Mathématicien & Astronome très-célèbre, observa la Comète
 » à Majorque. A $5^h 45'$, c'est-à-dire à $5^h 34'$, méridien de
 » Valence, la distance de la Comète à l'aile du Corbeau étoit
 » de $11^d 17'$; à la patte, de $11^d 47'$: longitude, $6^f 2^d 43'$;
 » latitude australe, $25^d 26'$.

» Le 19 à six heures, distance à l'aile, $13^d 5'$; à la patte,
 » $13^d 40'$: longitude, $6^f 1^d 19'$; latitude, $26^d 40'$ australe.

» A Majorque, la Comète fut observée par Don Miguei
 » Fuster, très-versé dans les Sciences Mathématiques. A 4^h
 » $45'$ ou $4^h 34'$, méridien de Valence, distance à l'aile du
 » Corbeau, $13^d 5'$; à la patte, $13^d 30'$: longitude, $6^f 1^d$
 » $31'$; latitude australe, $26^d 50'$.

» Le 21 à $4^h 30'$, distance à l'aile du Corbeau, $17^d 36'$;
 » à la patte, $18^d 26'$: longitude, $5^f 27^d 26'$; latitude, $30^d 6'$.

» Le 22, à $5^h 30'$, distance à l'aile du Corbeau, $20^d 24'$;
 » à la patte, $21^d 23'$: longitude, $5^f 24^d 49'$; latitude $32^d 1'$
 » au sud. A Majorque Don Vincent Mut l'observa à six heures en
 » $5^f 24^d 41'$, avec $32^d 18'$ de latitude australe.

» Le 23 à six heures, distance à l'aile, $24^d 30'$; à la patte, 25^d
 » $39'$: longitude, $5^f 20^d 48'$; latitude, $34^d 40'$. Peu après Don
 » Vincent Mut observa la Comète à Majorque; distance à l'aile
 » du Corbeau, $24^d 28'$; à l'Étoile du milieu de la Coupe (sans
 » doute); $17^d 12'$: longitude, $5^f 20^d 41'$; latitude, $34^d 33'$.

Le 24 à $5^h 30'$, distance à l'aile du Corbeau, $29^d 17'$; «
à la patte, $30^d 33'$: longitude, $5^f 15^d 29'$; latitude, 37^d «
 $37'$, toujours australe. «

Le 25 à quatre heures, distance à l'aile, $34^d 45'$; à la «
patte, $36^d 8'$: longitude, $5^f 9^d 50'$; latitude, $40^d 34'$. «
Suivant Don Vincent Mut, à Majorque, à $4^h 10'$: distance «
au cœur de l'Hydre (α), $23^d 44'$; à la précédente au milieu «
de la Coupe (δ), $25^d 31'$: donc longitude, $5^f 10^d 24'$; «
latitude $40^d 52'$ (cette différence vient sans doute de ce «
que Mut avoit mieux choisi ses Étoiles que l'Anonyme). «
Mut observa de plus que la Comète étoit en ligne droite avec «
l'Étoile *Vindemiatrix* (ϵ de la Vierge) & avec la précédente «
au milieu de la Coupe: donc longitude, $5^f 9^d 50'$; latitude «
 $40^d 39'$; ce qui s'accorde avec mon observation. (Un seul «
alignement ne suffit pas pour décider du lieu d'une Comète: «
l'Anonyme y aura joint sans doute la distance à δ de la Coupe; «
mais cette méthode des alignemens n'est pas à beaucoup «
près la meilleure qu'on puisse employer pour déterminer la «
position des Astres). «

Le 26, à $5^h 40'$, distance à l'aile du Corbeau, $43^d 0'$; «
à la patte, $44^d 30'$: longitude, $4^f 29^d 45'$; latitude, 44^d «
 $24'$. A Lyon en France, la Comète fut observée par le «
R. P. Claude-François de Chales, ancien Maître de Mathé- «
matiques, & maintenant Professeur de Théologie Scholastique «
dans le Collège des Jésuites. La Comète passa au méridien «
 18 secondes avant le cœur de l'Hydre, c'est-à-dire à $2^h 4'$, «
ou $1^h 40'$ méridien de Valence. Sa hauteur méridienne étoit «
de $14^d 1'$; ainsi, vu la hauteur du pôle $45^d 46'$, la décl- «
inaison de la Comète étoit de $30^d 13'$, son ascension droite «
 $137^d 43'$: donc sa longitude, $5^f 2^d 31'$; sa latitude, 43^d «
 $53'$. A. La différence des résultats de cette observation & de «
la mienne, correspond à la différence des heures & au mou- «
vement de la Comète. (Pas tout à fait; l'Anonyme auroit «
dû renoncer beaucoup plutôt aux deux Étoiles du Corbeau). «

Le 27, Montanari, célèbre Maître de Mathématiques, «
observa à Bologne en Italie qu'à $0^h 6'$, ou le 26 à $11^h 10'$ «

- » du soir, méridien de Valence, la distance de la Comète au
 » cœur de l'Hydre étoit de $24^{\text{d}} 46'$; à Sirius, de $30^{\text{d}} 40'$;
 » donc longitude, $4^{\text{f}} 20^{\text{d}} 51'$; latitude, $47^{\text{d}} 7'$ A.
- » Le 28, à $9^{\text{h}} 30'$ du soir, distance à Sirius, $10^{\text{d}} 34'$;
 » à Rigel, $31^{\text{d}} 15'$: longitude, $3^{\text{f}} 16^{\text{d}} 21'$; latitude,
 » $48^{\text{d}} 52'$ A.
- » Le 29, à $3^{\text{h}} 30'$ du matin, distance à Sirius, $9^{\text{d}} 5'$;
 » au ventre du grand Chien (δ), $4^{\text{d}} 54'$: longitude, $3^{\text{f}} 11^{\text{d}} 24'$;
 » latitude, $48^{\text{d}} 29'$.
- » Le même jour, à $7^{\text{h}} 48'$ du soir, l'épaule droite d'Orion
 » (α) étant haute de $36^{\text{d}} 42'$, distance à Sirius, $10^{\text{d}} 10'$;
 » à Rigel, $19^{\text{d}} 38'$: longitude, $2^{\text{f}} 28^{\text{d}} 44'$; latitude, 45^{d}
 » $54'$ A. A $11^{\text{h}} 8'$, la Comète fut observée au méridien.
 » A $11^{\text{h}} 11'$, Régulus ayant $31^{\text{d}} 37'$ de hauteur, distance à
 » Rigel, $17^{\text{d}} 52'$; à Sirius, $11^{\text{d}} 18'$: longitude, $2^{\text{f}} 26^{\text{d}} 9'$;
 » latitude $45^{\text{d}} 1'$.
- » Ce même jour, on observa la hauteur du pôle à Valence,
 » avec un sextant de huit palmes de rayon; la plus grande
 » hauteur de l'Étoile polaire fut de $42^{\text{d}} 4'$, la plus petite $37^{\text{d}} 4'$;
 » la somme des deux, $79^{\text{d}} 8'$; la demi-somme ou la hauteur
 » du pôle $39^{\text{d}} 34'$. (On voit ici & ailleurs que l'Anonyme
 » ne tenoit aucun compte des réfractions).
- » A Majorque à neuf heures, Don Michel Fuster trouva la
 » Comète en $2^{\text{f}} 28^{\text{d}} 49'$, avec une latitude de $45^{\text{d}} 46'$ A.
 » Et Don Vincent Mut, à $11^{\text{h}} 51'$, ou $11^{\text{h}} 40'$ méridien de
 » Valence, l'observa en $2^{\text{f}} 26^{\text{d}} 15'$; latitude, $45^{\text{d}} 20'$.
- » Le 30, à $6^{\text{h}} 30'$ du soir, l'épaule droite d'Orion ayant
 » $26^{\text{d}} 15'$ de hauteur, distance de la Comète à Rigel, $9^{\text{d}} 30'$;
 » à l'épaule droite d'Orion, $26^{\text{d}} 15'$: longitude, $2^{\text{f}} 13^{\text{d}} 50'$;
 » latitude, $40^{\text{d}} 48'$. A $11^{\text{h}} 5'$, hauteur de Sirius, $33^{\text{d}} 17'$;
 » sa distance à la Comète, $21^{\text{d}} 20'$; celle de Rigel, $8^{\text{d}} 8'$;
 » longitude de la Comète, $2^{\text{f}} 11^{\text{d}} 50'$; latitude, $39^{\text{d}} 8'$.
 » A $11^{\text{h}} 18'$, la partie inférieure de la Comète étoit en ligne
 » droite avec Sirius & la tête du Lièvre (μ), distante de
 » celle-ci de $0^{\text{d}} 49'$: donc longitude, $2^{\text{f}} 11^{\text{d}} 45'$; latitude,
 » $39^{\text{d}} 4'$ A. A Majorque, à $7^{\text{h}} 0'$, ou $6^{\text{h}} 49'$ méridien de
 Valence;

Valence; elle étoit, suivant Don Vincent Mut, à $9^{\text{d}} 23'$ « de Rigel, & à $9^{\text{d}} 33'$ du genou droit (α) d'Orion: lon- « gitude, $2^{\text{f}} 14^{\text{d}} 5'$; latitude $40^{\text{d}} 23'$. «

Le 31 à $11^{\text{h}} 30'$, la Comète étoit en ligne droite avec « Rigel & une Étoile de l'Éridan, dont la longitude est en « $1^{\text{f}} 19^{\text{d}} 11'$, & la latitude $33^{\text{d}} 14'$ (c'est γ), distante de Rigel « de $9^{\text{d}} 48'$, & de l'autre Étoile $9^{\text{d}} 50'$: donc longitude, « $2^{\text{f}} 0^{\text{d}} 48'$; latitude, $32^{\text{d}} 44'$. A Majorque, selon Don « Michel Fuster, à $8^{\text{h}} 12'$, distance à Rigel, $8^{\text{d}} 43'$; à « l'Étoile sur le pied d'Orion $9^{\text{d}} 7'$: longitude, $2^{\text{f}} 2^{\text{d}} 14'$; « latitude, $33^{\text{d}} 34'$. Suivant Don Vincent Mut, à $8^{\text{h}} 25'$, « la Comète étoit en ligne droite avec la plus australe de l'épée « d'Orion (ι) & Rigel, distante de Rigel de $8^{\text{d}} 50'$: donc « longitude, $2^{\text{f}} 2^{\text{d}} 7'$; latitude, $33^{\text{d}} 33'$ A. «

Janvier. «

Le 1.^{er} à Majorque, Don Vincent Mut vit la Comète « éclipsant la suivante des deux Étoiles contiguës dans le détour « de l'Éridan (θ); mais ayant pris à $9^{\text{h}} 15'$ la distance à deux « Étoiles, il trouva que la Comète étoit en $1^{\text{f}} 24^{\text{d}} 32'$; « latitude $27^{\text{d}} 50'$ A. A $8^{\text{h}} 40'$ Don Michel Fuster com- « mença à découvrir ladite Étoile; la Comète étoit à $15^{\text{d}} 33'$ « de Rigel, à $0^{\text{d}} 22'$ de ladite Étoile: longitude, $1^{\text{f}} 24^{\text{d}} 42'$; « latitude, $27^{\text{d}} 53'$. A Lyon, le P. Dechaies, à 6^{h} , ou à « $5^{\text{h}} 47'$ méridien de Majorque, ou à $5^{\text{h}} 36'$ méridien de « Valence, observa que la Comète touchoit les deux Étoiles, & « qu'à huit heures elle les avoit quittées. Sirius ayant $18^{\text{d}} 20'$ de « hauteur, c'est-à-dire, à $9^{\text{h}} 8'$ la Comète fut au méridien, avec « $36^{\text{d}} 20'$ de hauteur: donc ascension droite, $58^{\text{d}} 1'$; déclinaï- « son, $7^{\text{d}} 54'$ A: longitude, $1^{\text{f}} 23^{\text{d}} 46'$; latitude, $27^{\text{d}} 27'$ A. «

Le 3, à Majorque, Don Vincent Mut à $8^{\text{h}} 48'$ vit la « Comète en droite ligne avec Rigel, & l'Étoile du milieu « dans la gueule de la Baleine (γ), distante de celle-ci de « $11^{\text{d}} 10'$. Donc longitude, $1^{\text{f}} 14^{\text{d}} 25'$; latitude, $18^{\text{d}} 16'$. « A $8^{\text{h}} 30'$ Don Michel Fuster l'avoit observée en $1^{\text{f}} 14^{\text{d}}$ « $17'$; latitude, $18^{\text{d}} 41'$. «

» Le 4, à Lyon, le P. Dechaies, à $9^h 18'$, trouva à la
 » Comète $35^d 14'$ d'azimut occidental, & $40^d 3'$ de hauteur;
 » donc ascension droite, $42^d 35'$; déclinaison boréale, $1^d 27'$:
 » longitude, $1^f 10^d 28'$; latitude, $14^d 20'$ A. La Comète avoit
 » passé l'équateur avant midi.

» Le 5, à Majorque, à $8^h 40'$, Don Vincent Mut la vit
 » en ligne droite avec l'épaule droite (α) d'Orion, & Menkar
 » (α de la Baleine), distante de Menkar de $0^d 49'$, & de
 » (γ) de la Baleine de $4^d 3'$: longitude, $1^f 8^d 42'$; latitude,
 » $12^d 28'$. Selon Don Michel Fuster, à $7^h 30'$: longitude, 1^f
 » $8^d 53'$; latitude, $12^d 32'$ A. A Lyon, suivant le P. Dechaies,
 » elle passa au Méridien $1^d 12'$ de l'équateur avant Menkar,
 » & à la hauteur de $47^d 2'$: ascension droite, $41^d 0'$; déclinaison,
 » $2^d 48'$ B: longitude, $1^f 8^d 33'$; latitude, $12^d 6'$ A.

» Le 7, à neuf heures, distance à Menkar, $6^d 6'$; à (γ) de la
 » Baleine, $3^d 51'$: longitude, $1^f 5^d 20'$; latitude, $8^d 16'$ A.

» Le 8, à neuf heures, distance à Menkar, $8^d 12'$; à (γ),
 » $5^d 30'$; à l'étoile sous l'œil de la Baleine (2ξ), $1^d 26'$:
 » longitude, $1^f 4^d 2'$; latitude, $6^d 38'$ A: selon Don Vincent
 » Mut, à $6^h 48'$, longitude, $1^f 4^d 4'$; latitude, $6^d 48'$.

» Le 9, à Paris, à $6^h 51'$, on observa la Comète en 1^f
 » $2^d 57'$; latitude, $5^d 17'$ A.

» Le 10, à huit heures, distance à (2ξ) de la Baleine, $1^d 31'$;
 » à l'Étoile *in occipite Ceti* (1ξ), $2^d 51'$; la Comète étoit en
 » ligne droite avec l'Étoile sur le cou du Bélier (ι), & (2ξ)
 » de la Baleine: donc longitude, $1^f 2^d 13'$, latitude, $4^d 13'$ A.

» Le 11, à $8^h 45'$, Don Vincent Mut observa la Comète
 » en ligne droite avec la suivante (β) de la corne précédente
 » du Bélier, & la précédente *in gena Ceti* (δ); elle étoit à $11^d 42'$
 » de la première: donc longitude, $1^f 1^d 6'$; latitude, $3^d 4'$ A.

» Le 12, à 7 heures, distance à (2ξ) de la Baleine 4^d
 » $6'$; à la claire (α) du Bélier; $10^d 48'$: donc longitude,
 » $1^f 0^d 47'$; latitude, $2^d 20'$ A.

» Le 13, à onze heures, Comète en ligne droite avec (α)
 » du Bélier & (1ξ) de la Baleine; distance à celle-ci, $3^d 0'$:
 » longitude, $1^f 0^d 6'$; latitude, $1^d 27'$ A.

Le 14, à 10^h 30', distance à (α) du Bélier, 11^d 15'; à la première du Bélier (β ^(a)) 9^d 20': longitude, 0^f 29^d 38'; latitude, 0^d 51' A.

Le 15, à six heures, distance à (α) du Bélier, 10^d 52'; à (β), 8^d 46': longitude, 0^f 29^d 12'; latitude, 0^d 15' A. A Majorque, à 7^h 20', Don Michel Fuster l'observa en droite ligne avec l'australe de la corne précédente du Bélier (γ) & (1 ξ) de la Baleine, distante de celle-ci de 4^d 26': longitude, 0^f 29^d 4'; latitude, 0^d 6' boréale.

Le 16, à 6 heures, distance à la première du Bélier (β), 8^d 13'; à (α), 10^d 32'; à (1 ξ) de la Baleine, 4^d 40': longitude, 0^f 28^d 48'; latitude, 0^d 15' boréale: la Comète a traversé l'écliptique entre six & sept heures du matin. Don Vincent Mut, à neuf heures, vit la Comète en ligne droite avec (α) du Bélier & le nœud (α) du lien des Poissons; distance à celle-ci, 10^d 26'; & comme la Comète étoit un peu à l'ouest de la ligne qui joignoit les deux Étoiles, sa longitude aura été 0^f 28^d 50'; la latitude, 0^d 24' B.

Le 17, à sept heures, distance à (α) du Bélier, 10^d 18', à (β), 7^d 48': longitude, 0^f 28^d 27'; latitude, 0^d 44' B. Je ne rapporterai plus que quelques observations, dit l'Anonyme, quoique j'en aie fait presque tous les jours.

Le 22, à sept heures, distance à (α) du Bélier, 9^d 8', à (β) 6^d 2': longitude, 0^f 27^d 23'; latitude, 2^d 47' B. A Majorque, Don Vincent Mut vit la Comète en droite ligne avec le sommet (α) du Triangle & (β) du Bélier; distance à la première, 14^d 43': donc longitude, 0^f 27^d 21'; latitude, 2^d 48' B.

Le 23, à six heures, distance à la claire (α) du Bélier, 8^d 55'; à la première (β), 5^d 44': longitude, 0^f 27^d 14';

(a) Par la première du Bélier, on entend ordinairement γ de ce signe; mais en comparant les observations de l'Anonyme, tant entr'elles qu'avec leur résultat, il est clair qu'il suivoit une autre nomenclature, qu'il ap-

peloit γ l'australe ou la précédente de la corne précédente du Bélier, & que c'étoit à β qu'il donnoit le nom de première du Bélier. Voyez sur-tout les observations du 23 Janvier, du 16 Février, & celles du mois de Mars,

» latitude, $3^d 10'$ B. Don Vincent Mut à Majorque, à 6^h
 » $30'$, vit la Comète en ligne droite avec (α) du Triangle,
 » & l'australe à la corne précédente (γ) du Bélier; distance
 » à celle-ci, $4^d 8'$: longitude, $0^f 27^d 10'$; latitude, $3^d 20'$ B.
 » Le 24, à sept heures, distance à (α) du Bélier, $8^d 46'$;
 » à (β), $5^d 31'$: longitude, $0^f 27^d 10'$; latitude, $3^d 26'$ B.

»

Février.

» Le 1^{er}, à six heures, distance à α , $7^d 58'$; à β , $4^d 18'$;
 » longitude, $0^f 26^d 47'$; latitude, $5^d 4'$ B.
 » Le 3, à six heures, distance à α , $7^d 46'$; à β , $4^d 3'$;
 » longitude, $0^f 26^d 45'$; latitude, $5^d 22'$ B.
 » Le 5, à sept heures, distance à α , $7^d 36'$; à β , $3^d 50'$;
 » longitude, $0^f 26^d 44'$; latitude, $5^d 40'$ B.
 » Le 7, à sept heures, distance à α , $7^d 28'$; à β , $3^d 38'$;
 » longitude, $0^f 26^d 45'$; latitude, $5^d 58'$ B. Ce jour est le
 » premier où j'ai trouvé le cours de la Comète direct, jusqu'alors
 » il avoit été rétrograde.
 » Le 16, à sept heures, la Comète étoit aussi distante de
 » l'australe *in cornu Arietis* (γ), que celle-ci l'est de la première
 » du Bélier (β), ce dont je m'assurai par le moyen d'une
 » lunette qui mesuroit exactement cette distance: avec une
 » autre lunette, je trouvai que la distance de la Comète au
 » cou du Bélier (ι) étoit de $2^d 28'$: donc sa longitude, 0^f
 » $26^d 55'$; latitude, $7^d 1'$ B.

»

Mars.

» Le 2, à sept heures, avec les mêmes lunettes, la Comète
 » fut trouvée distante de γ du Bélier, $1^d 6'$, & de β $1^d 15'$;
 » longitude, $0^f 28^d 7'$; latitude, $8^d 5'$ B.
 » Le 4, à sept heures, distance à γ , $1^d 10'$; à β , $0^d 54'$;
 » longitude, $0^f 28^d 21'$; latitude, $8^d 13'$. Depuis cette époque,
 » la Comète a suivi une route presque parallèle à la ligne droite,
 » qui joindroit la claire (α) & la première (β) du Bélier, par-
 » courant huit à neuf minutes par jour. J'observai chaque jour
 » avec la lunette les Étoiles par lesquelles elle passoit, & avec

la même lunette je prenois les distances, pour déterminer sa « longitude & sa latitude. »

Le 10, à 7^h 30', je vis la Comète tout près de la première « (β) du Bélier; elle n'en étoit distante que de huit minutes, « vers le bas & à main droite: longitude, 0^f 29^d 6'; latitude, « 8^d 35' B. »

Le 11, à huit heures, distance à la même Étoile, huit « minutes, mais en sens contraire, la Comète avoit passé la « perpendiculaire tirée de l'Étoile sur sa route, & elle avoit la « même longitude que l'Étoile: donc longitude, 0^f 29^d 14'; « latitude, 8^d 38'. »

Le 15, à huit heures, distance de (β) du Bélier, 0^d 40'; « la route de la Comète est parallèle à une ligne tirée par α « & par β , & huit minutes plus haute que cette ligne: sa « longitude, 0^f 29^d 46'; latitude 8^d 50'. »

Le 17, à huit heures, distance à β du Bélier, 0^d 56': « longitude, 1^f 0^d 3'; latitude, 8^d 57'. »

Le 20, à huit heures, la même distance, 1^d 20'; route « toujours parallèle à une ligne qui joindroit α & β du Bélier: « longitude, 1^f 0^d 27'; latitude, 9^d 26' boréale. Ce jour fut « le dernier qu'il me fut possible d'observer la Comète; elle « étoit si petite & si foible, que le voisinage du Soleil, qui « étoit alors dans le Bélier, & celui de la Lune, qui étoit dans « le Taureau, ne me permirent de faire aucune observation « ultérieure ».

Telles sont les observations de l'Anonyme; on en pourroit conclure des lieux de la Comète plus exacts que ceux qu'il a déterminés: c'est ce qu'on fera sans doute si cette Comète revient se montrer, & qu'on ait besoin de connoître avec plus de précision la route qu'elle a tenue en 1664 & 1665, sur-tout en Février & en Mars.

1665. On vit à Rome très-distinctement une Comète, à la ceinture d'Andromède, pendant les mois de Février & de Mars, en 24 degrés du Bélier, avec une latitude boréale de 34^d 40'^a. C'étoit la nébuleuse d'Andromède, qu'on a prise

^aHév. Descrip.
Com. ann.
1665, p. 42.
Feit, Dissert.
p. 205.

pour une Comète. Voyez Petit, *page 206*, sur d'autres Comètes qu'on a prétendu voir en 1664 & 1665.

1665.

La Comète de 1665 fut vue à Aix le 27 Mars : Hévélius l'observa avec grand soin depuis le 6 jusqu'au 20 Avril; il donna l'année suivante au Public une description détaillée de sa route apparente : ses observations se trouvent aussi dans le deuxième volume de sa *Machine céleste*. Auzout & Petit observèrent à Paris : après trois ou quatre observations, Auzout construisit une éphéméride des mouvemens ultérieurs de la Comète. L'orbite est calculée par Halley sur les observations d'Hévélius.

1665. Il fut encore dit qu'on avoit vu en Allemagne une Comète durant les mois de Septembre & d'Octobre; mais Hévélius remarque que c'étoit un groupe de petites Étoiles qu'on avoit pris pour une Comète.

1668.

La Comète de 1668 ne fut vue que dans les pays méridionaux. Cassini en vit la queue à Bologne le 10 Mars, une heure après le coucher du Soleil; elle s'étendoit depuis la Baleine jusqu'au milieu de l'Éridan : il la vit encore les jours suivans. Montanari vit aussi cette queue, la tête restant plongée dans les rayons du Soleil; ce phénomène fut aussi remarqué à Lisbonne le 5 Mars. Le même jour, à San-Salvador au Brésil, à sept heures du soir, le P. Valentin Estancel vit la Comète peu au-dessus de l'horizon à l'ouest; la queue avoit son origine au-dessous des deux Étoiles claires, qui sont sur le dos de la Baleine (θ & η); elle se terminoit aux Étoiles huitième & neuvième (φ & σ) qui sont placées au plus bas du ventre; elle étoit longue de 23 degrés, elle s'étendoit presque horizontalement de l'ouest au sud; elle étoit si éclatante, que ceux qui étoient sur le rivage, en voyoient facilement l'image réfléchie par la mer; mais cet éclat ne dura que trois jours, il diminua sensiblement

les jours suivans : la tête étoit petite & obscure , on avoit peine à la discerner. Le 7 Mars, la tête étoit un peu au-dessous & à côté de l'étoile de la Baleine, dont la longitude étoit $0^{\circ} 12^d 42'$, & la latitude $15^d 46'$ (θ sans doute). L'extrémité de la queue frisoit ζ de la Baleine. Les 8, 10 & 11 Mars, la Comète s'avança jusqu'au Lièvre & à l'Éridan. La partie de la queue que l'on vit à Lisbonne, étoit longue de 45 degrés; à Bologne, Cassini l'estima de 30 degrés & plus : on vit aussi cette Comète à Maduré, à Ispahan & ailleurs. A Goa, elle fut observée du 5 au 21 Mars; au cap de Bonne-espérance, du 3 au 23 Mars; à Surate, du 5 au 20; au Japon, du 10 au 16. Voyez dans Struyck d'autres observations, qui ne nous instruisent pas davantage du mouvement de cette Comète.

L'auteur des Tables astronomiques de Berlin, marque sur l'an 1666 une Comète, dont la queue fut vue à Ceilan, par Knox. Robert Knox dit en effet, dans sa description de Ceilan, qu'il observa cette Comète au mois de Février (vieux style) 1666; mais Struyck veut qu'on lise 1668, & il a probablement raison.

Phil. Transf.
n.^o XXXV,
p. 683. Acad.
des Sc. Mém.
1702, p. 131.
Raccol.
tom. XXVII,
Struyck, 1753,
p. 268.

1672.

Les Jésuites de la Flèche ayant découvert le 16 Mars une Comète, ils en donnèrent avis à leurs confrères de Paris. Cassini suivit cette Comète depuis le 26 Mars jusqu'au 7 Avril; mais Hévélius l'avoit découverte à Dantzick dès le 2 Mars. On trouve ses observations, tant dans sa *Machine céleste* que dans un petit Écrit qu'il publia spécialement sur cette Comète; elles s'étendent depuis le 6 Mars jusqu'au 21 Avril: c'est sur elles qu'Halley a calculé l'orbite de la Comète.

Acad. des Scs
anciens Mém.
t. X, p. 518.
et suiv.

1676. « Il parut en cette année une Comète sans queue, égale aux Étoiles de la troisième grandeur, qui fut observée à Nantes par le P. Fontenay, Jésuite, le 14 Février, dans la constellation de l'Éridan, à l'endroit du Ciel où l'on avoit vu en 1668 une Comète sans tête. Elle cessa de paroître le 9 Mars suivant dans les étoiles du Lièvre, ayant eu un «

Acad. des Sc.
1731, p. 328.

mouvement direct. » Je suis très-éloigné de révoquer en doute l'autorité du P. Fontenay, encore plus celle de feu M. Cassini, auteur de l'extrait que je viens de rapporter ; mais il seroit peut-être à désirer que cette Comète eût eu plus d'un Observateur, & que la première mention que j'en trouve ne fût pas de cinquante-six ans postérieure à son apparition.

1677.

La Comète de 1677 fut découverte à Dantzick, le 27 Avril, par Hévelius : cet Astronome l'observa avec soin durant dix jours consécutifs, depuis le 29 Avril jusqu'au 8 Mai ; on peut voir ses observations dans un Écrit qu'il publia sur cette Comète, & dans sa *Machine céleste* ; c'est sur elles qu'Halley a calculé l'orbite de la Comète. Cette Comète fut aussi observée, mais moins long-temps & moins souvent, à Gréenwich par Flamsteed, à Paris par Picard, Cassini, Roëmer ; près de Madrid par le P. Zaragoza, &c.

Phil. Trans.
n.° CXXXV,
p. 873. *Acad.*
des Sc. anciens
Mém. tome X,
page 582.
Histoire céleste
Brit. tome 1,
p. 103.

1678.

La Hire vit le premier cette Comète : il l'estima le 11 Septembre en 18 degrés du Verseau, sans aucune latitude. Le 16, sa latitude étoit australe & croissoit de jour en jour. On vit la Comète le 20 & le 21. Le 22 elle étoit en conjonction avec σ du Verseau, & elle étoit d'environ un degré plus australe : elle fut encore vue le 3 Octobre. Le 4, elle étoit en conjonction avec les Étoiles \downarrow de l'effusion du Verseau, & un demi-degré plus au nord. Elle parut pour la dernière fois le 7 Octobre, vers 15 degrés des Poissons, avec environ 5 degrés de latitude au sud : ces observations sont extraites de l'*Histoire céleste* de M. le Monnier ; *Paris, 1741, in-4.° pages 238 & 239* : elles sont faites à la vue par estime, sans de bons instrumens ; elles ne peuvent donc être fort exactes. Cependant M. Cornélis Douwes, à la prière de Struyck, a calculé sur ces observations l'orbite de la Comète ; il a pour cela supposé toutes les observations de la Hire faites à dix

à dix heures du soir, temps moyen, méridien de Paris. Nous donnons dans la Table la théorie de M. Douwes : on conçoit que fondée sur les observations & la supposition précédentes, elle ne peut être d'une grande précision ; mais, comme le remarque judicieusement Struyck, elle peut au moins être utile pour reconnoître la Comète, si elle vient à reparoître. Outre l'Histoire céleste de M. le Monnier, on peut consulter Struyck (1753, page 40) ; il a réduit en une seule Table les lieux & les latitudes de la Comète, observés par la Hire, les mêmes élémens calculés d'après la théorie de M. Douwes, & les différences entre l'estime & le calcul : ces différences excèdent quelquefois 20 & 30 minutes, une s'étend même jusqu'à 50 minutes.

1680.

Godefroi Kirch voulant observer la Lune & Mars, le 14 Novembre 1680, découvrit le premier la grande & célèbre Comète de cette année. A 5^h 46' du matin, temps vrai, il la trouva en 4^f 29^d 51' avec 1^d 17' 45" de latitude boréale ; il observoit à Cobourg en Saxe. Cette Comète fut vue par très-peu d'Astronomes avant sa conjonction avec le Soleil. *Phil. Trans. n.º CCCXLII.* Hévélius la découvrit les 2, 3 & 4 Décembre matin ; il soupçonna qu'elle reparoîtroit après sa conjonction, il fut attentif, il la revit en effet le 24 Décembre au soir, il la suivit jusqu'au 17 Février : il ne lui fut pas possible de l'observer avec quelque exactitude ; un cruel incendie venoit de le dépouiller de ses instrumens, de ses livres, de son observatoire, de tout ce qu'il possédoit ; son zèle seul lui restoit, il observa ce qu'il put : ses observations sont consignées dans son *Annus climactericus*, page 106 & suivantes.

Flamstéed, à Greenwich, vit la queue de la Comète le 20 Décembre au soir ; il ne découvrit la tête que le 22, & l'observa le même jour : il continua de l'observer jusqu'au 15 Février 1681. C'est sur la première observation de Kirch, sur celles de Flamstéed, & sur deux observations de Newton, faites les 11 & 19 Mars 1681, qu'Halley a

Tome II.

D.

*Hall. Synops.
Astron. Comet.*

calculé la première orbite qui lui est attribuée dans la Table. La deuxième orbite, calculée pareillement par Halley, est fondée sur les mêmes données, & de plus sur l'hypothèse, que cette Comète achève sa révolution en cinq cents soixante-quinze ans; ainsi cette orbite est elliptique, la première parabolique. L'Éditeur des Tables de Berlin attribue cette seconde orbite à Struyck; en cela il se trompe: on la trouve, il est vrai, dans Struyck (1753, page 40), & elle est suivie (page 41) d'une Table de comparaison des lieux observés de la Comète avec les lieux calculés d'après la théorie; mais tout cela avoit été précédemment imprimé dans les Tables d'Halley, signature T t t t, page 3, & plus anciennement encore dans les Principes de Newton, livre III, proposition XLI, problème 21.

La troisième orbite de la Table est de M. Euler. Ce savant Géomètre suppose aussi l'orbite elliptique, non d'après une connoissance présumée du temps de la révolution, mais d'après les observations mêmes. Son calcul très-prolix, & que l'on peut voir dans sa *Theoria motus Planetarum & Cometarum*, le conduit à n'accorder que cent soixante-dix ans & demi à la révolution périodique de la Comète.

*Princip. l. III,
prop. XLI,
probl. 21.*

La quatrième orbite a été déterminée par Newton, plutôt par des opérations graphiques, que par un calcul strict & rigoureux. Newton ne la donne que comme un à peu-près: il veut qu'on s'en tienne à l'orbite d'Halley, déduite de calculs plus certains que tout ce qu'on peut conclure avec la règle & le compas. On peut voir cependant par cette théorie jusqu'où peuvent aller le compas & la règle, maniés par un homme tel que Newton.

Nous avons calculé la cinquième orbite, selon la méthode que nous exposerons dans la quatrième Partie. Nous avons trouvé l'orbite elliptique, mais fort approchante de la parabole; la révolution périodique de la Comète seroit, suivant nos résultats, de quinze mille huit cents soixante-quatre ans: cette durée diffère beaucoup de celle qui a été supposée par Halley, encore plus de celle que M. Euler a déterminée;

mais voyez ce que nous dirons de ce résultat dans la quatrième Partie.

Cette Comète fut aussi observée à Plaven en Saxe, par Doërfell, les 2, 3 & 4 Décembre au matin, & le soir depuis le 28 Décembre jusqu'au 10 Février; ces observations ne sont pas de la dernière précision. On trouve dans l'*Histoire céleste* de M. le Monnier, page 243 & suivantes, les observations faites à l'Observatoire royal, par Picard & Cassini: mais ceux qui desireront voir ces observations dans un plus grand détail, depuis le 22 Décembre 1680 jusqu'au 18 Mars 1681, ainsi que plusieurs autres observations faites en France, en Espagne, en Italie, en Amérique, doivent consulter l'ouvrage de Cassini, imprimé à Paris en 1681, in-4.^o ayant pour titre: *Observations sur la Comète qui a paru, &c. présentées au Roi*. Le P. de Fontaney, Jésuite, fit pareillement imprimer la même année, in-12, ses *Observations faites au Collège de Clermont*, depuis le 26 Décembre 1680, jusqu'au 19 Février 1681.

*Struyck, 1753.
p. 42.*

Dans l'ouvrage de Cassini, on trouve, page 88 & suivantes, plusieurs observations faites en divers lieux, depuis le 20 Novembre jusqu'au 7 Décembre, avant le passage de la Comète par son périhélie; & il tire de ces observations une conséquence directement contraire à celle qu'on devoit naturellement en tirer. Selon lui, la Comète qu'il avoit observée depuis le solstice d'hiver jusqu'à l'équinoxe du printemps, étoit essentiellement différente de celle qui avoit été vue en Novembre & dans les premiers jours de Décembre; & c'est cette même Comète, vue en Novembre & Décembre avant son périhélie, observée ensuite durant les trois mois qui ont suivi son passage au périhélie, c'est, dis-je, cette même Comète qui a conduit Newton à la découverte du vrai système de la Nature & du mouvement des Comètes. Nous avons rendu compte dans la première Partie des respectables motifs qui ont induit Cassini dans cette erreur.

On a dit qu'il avoit paru une Comète le 25 & le 26 Novembre 1681; c'est sans doute une erreur: Hévélius

*Ann. Climat.
p. 116.*

assure qu'on n'en vit aucune en ces deux jours; cet infatigable Observateur peut en être cru sur sa parole.

1682.

* *Hist. cél. de*
M. le Monnier,
p. 265 & suiv.
^b *Ann. climact.*
p. 120 & seq.

Hist. cal. Brit.
t. I, p. 108
& seq.

Retour de la Comète d'Halley. Picard & la Hire l'observèrent à Paris le 26 Août. Picard l'observa pour la dernière fois le 11 Septembre, & ce fut la dernière de ses observations, il mourut le 12 Octobre suivant. La Hire continua d'observer la Comète le 12 & le 13 Septembre^a. Hévélius, remonté en instrumens, l'observa pareillement depuis le 26 Août jusqu'au 13 Septembre^b. Il l'observa même encore le 14 & le 16, mais grossièrement; il la vit pour la dernière fois le 17 Septembre. Les observations de Flamsteéd à Greenwich s'étendent du 30 Août matin, au 19 Septembre au soir. C'est d'après ces dernières observations qu'Halley a calculé les deux orbites que nous insérons dans la Table, la première parabolique, la seconde elliptique.

1683.

Ann. climact.
p. 160 & seq.
Hist. cal. Brit.
t. I, p. 110
& seq.

Hévélius a observé la Comète de 1683 à Dantzick, depuis le 30 Juillet jusqu'au 4 Septembre, & Flamsteéd à Greenwich, depuis le 23 Juillet jusqu'au 5 Septembre. C'est sur les observations de Flamsteéd qu'Halley a calculé l'orbite de la Comète.

1684.

Phil. Transf.
n.º CXCVI,
p. 220.

Je ne connois d'autres observations de la Comète de 1684, que celles de l'Abbé Bianchini, faites à Rome depuis le 1.^{er} jusqu'au 17 Juillet; c'est sur elles qu'Halley a calculé l'orbite.

1686.

Acad. des Sc.
anc. Mémoires, t. II,
p. 3. 1.

Au Bresil, près de Para, on observa une Comète durant tout le mois d'Août: la tête égaloit les Étoiles de la première grandeur, la queue étoit longue de 18 degrés. On la vit aussi le 15 Août à Amboine, un peu au sud du baudrier

d'Orion. Elle fut vue le 16 & le 17 du même mois à Siam; la queue avoit environ 15 degrés de longueur^a. Les Jésuites l'observèrent près de Siam, depuis le 17 jusqu'au 23 Août^b. On a quatre bonnes observations, faites à Pau par le P. Richaud, les 7, 9, 10 & 15 Septembre^c. Un payfan des environs de Léipsick, qui paroît avoir eu quelque connoissance du Ciel, observa la Comète les 16, 17, 18, 19 & 22 Septembre, mais assez grossièrement: dès le 17 Septembre, il avertit Godefroi Kirch de sa découverte; celui-ci fit deux observations plus précises, les 18 & 19 Septembre. Halley a calculé l'orbite de cette Comète; s'il n'a eu pour données que les observations que je viens d'indiquer, sa théorie ne peut passer pour rigoureusement précise; non cependant que je prétende révoquer en doute la bonté des observations du P. Richaud; mais elles ne renferment qu'un intervalle de huit jours, & pendant ce temps le mouvement de la Comète n'a point été de 10 degrés.

^a Struyck,
1740, p. 286,
& 1753,
p. 45.

^b Ac. Sc. anc.
Mém. t. VII,
p. 637.

^c Ibid. t. VIII,
p. 184.

Acta erudit.
an. 1686,
p. 565.
Phil. Trans.
n.º CLXXXVI,
p. 256.

1689.

On vit cette année une Comète dans la partie méridionale du ciel: elle ne fut point observée en Europe. A Pékin on n'en aperçut que la queue, le 11 Décembre matin & les jours suivans jusqu'au 15. Le 11, la partie visible de la queue étoit de 10 à 12 degrés; elle se terminoit, dit le P. Duhalde, presque immédiatement au-dessous des trois Étoiles, qui forment un petit triangle isoscèle dans le repli de la queue de l'Hydre; de-là elle s'étendoit vers le Centaure, & passoit sur les deux Étoiles de son épaule droite. Le 12, on remarqua que le mouvement de la Comète étoit vers le sud-ouest. Le 14, on supposa que son mouvement vers le sud-ouest étoit d'un degré & demi par jour (supposition très-gratuite, puisqu'on ne voyoit pas la tête de la Comète). Au même observatoire on continua de voir la queue, mais très-foiblement, quatre ou cinq jours après le 15 Décembre.

Cette Comète fut vue toute entière dans des contrées

Duhalde, t. IV,
p. 217.

plus australes. A Ternate, on la vit le 11 Décembre matin, avec une queue longue de 35 degrés & demi; on trouva à la boussole qu'elle déclinait de 10 degrés du sud-est à l'est: elle se levoit peu après Vénus. Le 14, la queue avoit 45 degrés de longueur, elle se recourboit vers le nord-ouest. Le 15 au matin, la longueur de la queue étoit de 47 degrés, l'Étoile ou la tête déclinait de 4 degrés du sud-est à l'est. Elle déclinait le 18 de 5 degrés du sud-est au sud; la longueur de la queue étoit de 47^d 30'. Le 22, cette longueur fut de 60 degrés, la queue mit environ deux heures & demie à se lever; la Comète fut relevée au sud-est-quart-sud: l'Étoile étoit claire, mais la queue plus sombre. Le 24, on vit la queue pour la dernière fois. Il y a lieu de croire que ces relèvemens ont été faits aussitôt qu'on a distingué la tête de la Comète au-dessus de l'horizon. Ces détails ont été extraits par Struyck du journal d'un vaisseau Hollandois, mouillé alors dans la rade de Ternate. Struyck y joint des extraits de plusieurs autres journaux, qui ne nous apprennent rien autre chose, sinon que le 4 Décembre & jours suivans, la Comète fut vue à bord de plusieurs navires Hollandois, faisant voile au-delà de la Ligne.

*Struyck, 1753,
p. 45 & 46.*

Le P. Richaud observa cette Comète à Pondichéry. Le 8 Décembre matin il n'en vit que la queue, elle passoit par les bras du Centaure, la tête étoit cachée dans les brouillards de l'horizon. Le 10, la tête parut vers le fond de la gueule du Loup, entre sa langue & sa mâchoire: le ciel fut couvert jusqu'au 14. Le 14, la Comète étoit tout proche de la petite Étoile qui est entre l'épaule & le ventre du Loup. Depuis le 14 jusqu'au 18, on ne put voir que la queue. Le 18, sur les cinq heures du matin, la queue passoit par l'Étoile qui est à la cuisse occidentale du Centaure, & par celle qui est à son ventre: deux jours auparavant, elle passoit entre les deux Étoiles des deux cuisses. Le 19, la Comète étoit près de la cuisse du Loup (π je pense, suivant la nomenclature de l'Abbé de la Caille): elle faisoit avec l'Étoile du premier pied du Centaure (α) une ligne parallèle

à une autre ligne droite, tirée de l'Étoile du ventre (ϵ) par le premier bras de la Croisade (β de la Croix); la queue alloit parallèlement aux deux pieds du Centaure: l'observation est faite à quatre heures du matin. Le 20, la tête étoit plus près du pied du Centaure, & la queue touchoit la Croisade, à cinq heures du matin. Le 21, la Comète étoit éloignée du pied du Centaure (α sans doute) d'environ un degré; la queue passoit par le second pied & par le bras oriental de la Croisade. Le clair de Lune empêcha de la voir les jours suivans; on en vit encore la queue vers le commencement de Janvier; on n'en put distinguer la tête. Il paroît que cette Comète alloit du nord au sud, en gagnant un peu à l'ouest, de sorte qu'elle faisoit un angle d'environ 20 degrés avec le méridien, suivant à peu-près le cercle de longitude (ou plutôt de latitude) qui passe par le dernier degré du Scorpion. La queue a été quelquefois observée de 60 degrés.

Les PP. de Bèze & Comille observèrent cette même Comète à Malaca. Le 9 Décembre, entre quatre & cinq heures du matin, ils virent sa queue; la tête étoit dans des nuages près de l'horizon. Le 10, elle parut à découvert: la tête fut observée dans la gueule du Loup, presque à la racine de la langue, ou, disent-ils, pour éviter la confusion que cause la diversité des figures, la tête de la Comète étoit alors dans le concours de deux lignes droites, dont l'une se tiroit de l'Étoile que M. Halley nomme *Borealis duarum quæ sequuntur scutum Centauri*, π du Centaure dans Bayer (c dans la Caille), & par la première de celles qui selon Halley précèdent le cou du Loup (1 *ad ϕ* , selon la Caille). La seconde ligne se tiroit par l'Étoile de troisième grandeur, qui s'appelle chez Halley, la première du Loup, à l'extrémité du pied, & que Bayer marque, σ *in extremâ manu sinistrâ Centauri*, & par la première de l'épaule du Loup, marquée ζ . (Celle-ci est désignée par δ dans la Caille: quant à l'autre, il y a contradiction dans l'exposé de l'observation; l'Étoile qu'Halley donne pour la première du Loup *in summo pede*,

*Acad. Sc. anc.
Mém. t. VII,
p. 812. &
suiv.*

n'est point du tout celle que Bayer appelle σ du Centaure ; *in extremâ manu sinistrâ*, mais plutôt celle qu'il désigne par \circ du Loup, *in extremo pede dextro* : cette Étoile, désignée par β chez la Caille, est de troisième grandeur ; mais Bayer ne la marque que de la cinquième, & c'est sans doute ce qui aura jeté les observateurs dans l'erreur. Une ligne droite, tirée par \circ (β) du Loup, & par ζ (δ) de la même constellation, se rend assez exactement à la racine de la langue du Loup ; il n'en seroit pas de même si, à \circ (β) du Loup, on substituoit σ du Centaure (ou α du Loup chez la Caille) ; la ligne passeroit bien loin de la racine de la langue). La queue de la Comète représentoit assez bien la figure d'un grand sabre, dont la pointe recourbée donnoit jusqu'à l'Étoile de cinquième grandeur qui est au-dessus de la main droite du Centaure (apparemment b ou d dans la Caille) : elle n'avoit de longueur qu'environ 35 degrés d'un grand cercle ; la Lune, qui étoit alors dans son déclin & assez proche, la diminueoit de beaucoup. Le 14, la Comète étoit presque sur l'Étoile de cinquième grandeur, qui est la plus orientale des trois de l'épaule du Loup, marquée ν par Bayer (1 par la Caille ^(b)) ; la queue, plus éclairée & plus longue que devant, passoit par le milieu du Centaure, & s'étendoit jusqu'au pied de la Coupe : elle fut observée dans la suite avoir jusqu'à 68 degrés de longueur. Les 15, 16, 17, 18, 19, elle continua à suivre la ligne droite sur le dos du Loup, tendant vers α du Centaure, en diminuant tous les jours, depuis le 15, l'espace qu'elle parcouroit. On la vit le 23 pour la dernière fois : elle touchoit presque à la partie boréale & occidentale du pied du Centaure. La route de cette Comète la portoit donc du nord au sud, sur une ligne qui ne déclinoit que d'environ 21 degrés à l'ouest, ce qui est presque la déclinaison de l'écliptique ; de sorte que la Comète suivoit

(b) Il y a deux étoiles du Loup très-distantes, & cotées 1 l'une & l'autre dans le Catalogue de l'Abbé de la Caille ; il s'agit ici de la seconde ou de la plus orientale.

à deux degrés près un cercle de longitude (on a voulu dire, de latitude), & elle alloit aboutir au pôle de l'écliptique. (On conçoit facilement que ce raisonnement n'est pas de la plus grande justesse; pour qu'il le fût, il faudroit que la Comète parût d'un des points équinoxiaux). La plus grande vitesse du mouvement de la Comète fut, du 14 au 15 Décembre, d'un peu plus de 3 degrés.

Ces observations ne sont rien moins que précises; j'en ai cependant profité pour calculer l'orbite de la Comète: on doit bien penser qu'il n'y a pas plus de précision dans les élémens de cette orbite, que dans les observations mêmes; mais cela pourra servir à reconnoître cette Comète, si quelque jour elle revient à nous.

*Acad. Sc. anc.
Mém. t. VII.
p. 821 &
822.*

1695.

On vit encore en 1695, une Comète dans les pays méridionaux, & on l'observa encore plus imparfaitement que la précédente. L'atmosphère de la Comète environnoit entièrement son noyau, & ne permit pas de le voir. En conséquence on s'attacha à observer principalement les phénomènes de la queue. Le P. Noël nous dit que l'orbite de cette Comète coupoit l'écliptique en 6 degrés du Scorpion, formant avec elle un angle de 47 degrés, & qu'elle coupoit l'équateur en 240 degrés, sous un angle de 22 degrés; qu'elle fut périgée dans sa plus grande proximité du Soleil, vu que du 2 au 4 Novembre son mouvement fut le plus précipité, qu'il se ralentit ensuite, &c. Où le P. Noël prend-il tout cela? Il n'a vu la Comète ni dans l'écliptique, ni dans l'équateur; ce n'est certainement point par un calcul raisonnable qu'il a déterminé les nombres qu'il nous donne: il y a plus, c'est qu'il n'a point du tout observé la Comète. Le 2 Novembre il vit 15 degrés de queue au sud-est, 30 degrés le 4 & le 5; le 6, 40 degrés, & l'on ne voyoit pas encore, dit-il, la queue toute entière. Le 8, le 10 & le 12, on la vit dans sa totalité; du côté du Soleil, elle se terminoit en pointe; c'étoit cette pointe qu'il falloit observer, le P. Noël

ne l'observa pas ; la queue passoit , dit-il , le 2 Novembre par l'aile occidentale du Corbeau (γ) ; le 4 , elle touchoit presque la pénultième (γ) de l'Hydre ; le 5 , elle avoit passé cette Étoile presque en entier ; le 6 , elle l'avoit totalement dépassée , elle couvroit la petite Étoile voisine du bec du Corbeau. Puisque le 6 , on ne voyoit pas encore la totalité de la queue , il est clair que le P. Noël déterminoit ces mouvemens de la queue dans le sens de sa largeur. Il continue : le 8 & le 10 , la queue passoit entre la pénultième & la dernière de l'Hydre (γ & π). Le 12 , la queue étoit un peu diminuée ; le 22 , on ne voyoit plus rien. Le P. Noël a fait ces observations le matin , à Macao.

Observ. P. Noël.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie des Sciences , année 1702 , pages 125 & 126 , d'autres observations de cette Comète. Le P. Jacob , Jésuite François , étant alors à la baie de tous les Saints au Bresil , la découvrit le 28 Octobre , une heure avant le lever du Soleil. Il n'y vit point de tête. Le 29 au matin , la pointe d'où les rayons se répandoient vers l'occident , avoit 17 degrés de latitude australe. « Cet » Observateur ne voyant pas de tête à la Comète , la com- » paroît toujours au Soleil , d'où il dit qu'au commencement » elle étoit éloignée de 12 degrés. Le 30 , elle en étoit éloignée » de 15 degrés ; la pointe se voyoit entre l'épi de la Vierge » & l'extrémité de la queue du Corbeau , en 16 degrés de » *Libra* , & ses rayons arrivoient au signe de la Vierge avec » une latitude australe de 18 degrés. » Je n'entends rien du tout à cela. Cet *éloignement* de la Comète au Soleil , qui n'étoit certainement pas absolu , étoit-il en longitude ou en ascension droite ? Comment le P. Jacob s'y est-il pris pour le déterminer ? Le 30 Octobre les rayons atteignoient le signe de la Vierge , & la pointe (donc celle où étoit le noyau) étoit en 16 degrés de la Balance : donc la seule différence de longitude entre cette pointe & le Soleil , étoit de 21 à 22 degrés , & l'on nous dit que la Comète n'étoit éloignée du Soleil que de 15 degrés.

Le même jour 30 Octobre , à Surate , le P. Bouvet vit

cette Comète sans tête une demi-heure avant le commencement du crépuscule; sa longueur étoit environ de 18 degrés; l'extrémité où devoit être la tête, aboutissoit à la cuisse du Corbeau. Le 31, l'extrémité capitale occupoit le haut de la jambe du Corbeau. Le 1.^{er} Novembre, on la vit de meilleure heure; elle étoit plus longue : on jugea qu'une partie avoit été auparavant cachée dans les rayons du Soleil. Ce jugement sans doute étoit juste : Macao & Surate ne diffèrent que d'un degré en latitude; on n'a vu à Macao l'*extrémité capitale* de la Comète, que le 8 Novembre, on n'a pu la voir à Surate dès le 30 Octobre.

Sur les îles de Sainte-Anne en Amérique, le 2 Novembre, la Comète par sa pointe touchoit l'Étoile (β) de la poitrine du Corbeau, ses rayons passant entre les Étoiles du bec & celles de la coupe, s'approchant du tropique du Capricorne. Le 5, la pointe de la Comète, observée près de l'île Grande, touchoit le bec (α) du Corbeau, sur le tropique du Capricorne, avec 23^d 30' de latitude australe. Le 6 Novembre, dixième jour de son apparition, à quatre heures du matin, on la vit passer à l'Étoile qui est dans le bec du Corbeau, traversant par ses rayons l'Hydre; presque à 25 degrés de latitude australe (cette latitude étoit sans doute celle de la Comète qui avoit passé au-delà du bec du Corbeau). Après quelques jours nébuleux, on la vit en Amérique continuer son cours rétrograde le 8 & le 11 Novembre, & le 16, on la vit sur le triangle de l'Hydre (β , ξ , σ). « On continua de la voir tous les jours à Surate, où le 16 elle « parut entre les deux Étoiles plus orientales (β , σ) du triangle « de l'Hydre, qu'elle laissa à l'occident le 18 & le 19 d'Avril. » Il est certain qu'il faut lire *Novembre* au lieu d'*Avril*: & comme on fait d'ailleurs que le cours apparent de cette Comète étoit rétrograde, il paroît qu'il faudroit aussi lire à l'orient, au lieu de à l'occident.

J'ai tenté inutilement de combiner ces diverses observations pour en extraire quelque approximation de l'orbite de la Comète.

1698.

*Synops. Astron.
Comet.**Acad. des Sc.
anc. Mém. t. II,
p. 341 ; t. X,
p. 742, & ann.
1701, p. 117
avec la planche.*

La Comète de cette année, dit Halley, n'a été vue que par les Parisiens, & ils ont déterminé son cours d'une manière insolite. Cassini la découvrit au commencement de Septembre, dans la constellation de Cassiopée; la Hire l'observa depuis le 2 Septembre jusqu'au 28. Ces observations pouvoient être en effet plus précises: Halley en a cependant conclu l'orbite de la Comète; mais il ne donne pas cette orbite pour la plus exacte de celles qu'il a calculées.

1699. Première Comète.

*Acad. des Sc.
1701, p. 47
& suiv.*

La Comète de 1699 fut observée à Pékin par le P. de Fontenay, depuis le 17 jusqu'au 26 Février, & à Paris par Cassini & Maraldi, depuis le 20 Février matin jusqu'au 2 Mars au soir. L'orbite a été calculée par l'Abbé de la Caille.

1699. Deuxième Comète.

*Miscell. Berolin.
t. V, p. 50.*

Le 26 Octobre de cette même année, à Guben en basse Lusace, Godesfroï Kirch observa à cinq heures du matin une Comète dans la poupe du Navire, en $4^{\text{h}} 2^{\text{d}} 34'$, avec une latitude australe de $40^{\text{d}} 38'$: c'étoit une nébulosité sensible à la vue simple, sans aucune apparence de noyau. Kirch la suivit pendant une demi-heure; son mouvement la portoit vers le sud, il étoit très-sensible: l'aurore ne permit pas de la suivre ce jour-là plus long-temps. Le lendemain à pareille heure, Kirch la chercha inutilement, soit (ce qui est très-vraisemblable) parce qu'elle étoit devenue trop australe, pour être vue sur l'horizon de Guben; soit parce qu'elle étoit plongée dans des vapeurs, qui ne permettoient pas même de voir les Étoiles auxquelles on l'avoit comparée la veille.

1701.

Le P. Pallu, Jésuite, observa à Pau, les 28 & 31 Octobre

& le 1.^{er} Novembre 1701, une petite Comète entre la Vierge & la Coupe; son mouvement étoit d'environ 40 minutes par jour; elle diminueoit sensiblement de grandeur; à peine pouvoit-on apercevoir sa queue: elle alloit du nord au sud. Ce qui est dit de cette Comète, dans l'almanach latin de Berlin pour l'année 1749, a été inventé à plaisir, selon le témoignage de M. Euler, dans une lettre adressée à Struyck, en date du 11 Janvier 1749.

*Acad. des Sc.
1701, p. 218.*

*Struyck, 1753,
p. 50.*

1702. Première Comète.

Le Mercredi 22 Février, par 24 degrés & demi de latitude sud, & par environ 36 degrés de longitude (comptés sans doute du pic de Ténériffe), on vit une Comète. Le Jeudi 23, on la découvrit près de Bengale dans le golfe de Pégu, une demi-heure après le coucher du Soleil; on n'en voyoit que la queue à l'ouest & à l'ouest-quart-sud-ouest, cette queue fut couchée trois quarts d'heure après. Les jours suivans la Comète s'éleva davantage sur l'horizon; elle s'éloignoit du Soleil, allant de l'ouest au sud. L'Étoile qui terminoit la queue par en bas étoit petite, mais la queue étoit longue & claire: le ciel étoit toujours serein, la mousson du nord durant encore. Le Mardi 28 on étoit à midi par 15^d 10' de latitude nord, & par 116^d 45' de longitude; le temps après midi fut très-beau: au commencement de la première veille (à huit heures du soir) la Comète fut relevée à 20^d 30' de l'ouest au sud, sa hauteur sur l'horizon étoit de 8^d 40'. On releva aussi l'extrémité de la queue à l'ouest 38^d sud, à 48^d 50' de hauteur; ainsi sa longueur étoit de 42^d 46'. On vit cette même Comète au Japon le 28 Février & le 1.^{er} Mars. Au cap de Bonne-espérance on l'avoit aperçue dès le 20 Février au soir après le coucher du Soleil; on la releva à l'ouest-sud-ouest, elle étoit fort peu élevée sur l'horizon. A ces extraits de Journaux de navigateurs Hollandois, Struyck en joint un grand nombre d'autres, qui confirment que cette Comète fut vue, sur-tout le 22 Février, dans presque toutes les parties méridionales de la Terre.

*Struyck, 1753,
p. 50 & 51.*

Cette Comète fut aussi vue à la Louisiane par M. le Sueur, les 27, 28 Février & 1.^{er} Mars au soir. Maraldi, alors à Rome, en vit seulement la queue dans les derniers jours de Février & les premiers jours de Mars.

^a Acad. des Sc.
1702, p. 101
v. 216.

Il est facile de voir sans aucun calcul, que cette Comète diffère de la suivante : Struyck a voulu s'en assurer par la voie du calcul; le résultat a été qu'on ne pouvoit confondre ces deux Comètes.

1702. Deuxième Comète.

La même année 1702, il parut une seconde Comète du 20 Avril au 5 Mai; elle fut observée à Paris par la Hire seul, & à Rome par Maraldi & Bianchini^a, à Berlin par Kirck & Hoffmann^b. L'Abbé de la Caille a calculé l'orbite; sa théorie paroît déplaire à Struyck^c. Les observations de Paris sont, dit-il avec raison, grossièrement faites, & d'ailleurs il s'y est glissé plusieurs fautes. Celles de Rome sont beaucoup plus précises; mais elles ne sont pas exemptes de fautes: Hottuyn, ayant calculé les observations des 21, 27 Avril & 4 Mai d'une part, & de l'autre celles des 24, 27 Avril & 4 Mai, a trouvé deux orbites différentes. Ne pourroit-on pas calculer de nouveau l'orbite sur les observations de Kirch? A cela je réponds que la plupart des observations de Berlin ne valent guères mieux que celles de Paris; que les observations de Rome sont bien certainement les meilleures de toutes; que si, ce dont on ne sauroit effectivement douter, il s'y est glissé des fautes d'impression, l'Abbé de la Caille, étant à portée de consulter les originaux, n'aura pas manqué de corriger ces fautes; qu'enfin on ne peut mieux faire que d'admettre l'orbite de la Comète, telle que l'Abbé de la Caille l'a proposée; c'est-à-dire comme un simple *à peu-près*, propre à faire reconnoître la Comète dans ses retours.

^a Acad. des
Sc. an. 1702,
p. 112-131.
^b Misc. Berolin.
t. I, p. 213,
261.

^c Struyck,
1753, p. 50
v. 51.

1706.

La Comète de 1706 a été observée à Paris par Cassini

& Maraldi, depuis le 18 Mars jusqu'au 16 Avril. Entre les observations, il en est six qui furent faites en comparant la Comète avec des Étoiles dont le lieu est déterminé dans le *Catalogue Britannique*. La seconde de ces observations, corrigée sur les registres de l'Académie, fut envoyée à Struyck par l'Abbé de la Caille : Struyck a calculé rigoureusement les cinq autres. Voici ces observations.

*Acad. des Sc.
ann. 1706,
p. 140.*

*Struyck, 1753,
p. 54.*

M O I S & J O U R S.	TEMPS MOYEN, méridien de PARIS.		LONGITUDE de la C O M È T E.				LATITUDE de la C O M È T E.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Mars.. 20	11.	38	7.	1.	51.	34	49.	42.	33 B.
31	8.	40	6.	3.	12.	45	22.	36.	0
Avril. 9	9.	46	5.	25.	14.	59	9.	9.	55
10	9.	46	5.	24.	43.	0	8.	7.	14
11	8.	40	5.	24.	16.	0	7.	8.	43
12	9.	30	5.	23.	48.	44	6.	11.	45

Dans les Mémoires de l'Académie, on ne trouve point à quelle heure furent faites les observations du 11 & du 13 Avril. Struyck en écrivit à l'Abbé de la Caille; celui-ci répondit que suivant les registres de l'Observatoire, la première avoit été faite à 8^h 40', la seconde à 9^h 21' 30", temps moyen. Struyck n'a pas calculé cette observation du 13 Avril, non plus que quelques autres faites en différens jours, parce qu'en ces jours on avoit comparé la Comète à des Étoiles qui ne se trouvent pas dans le Catalogue de Flamsteed.

Nous donnons deux orbites de cette Comète; la première est de l'Abbé de la Caille, la seconde a été calculée par Struyck sur les observations précédentes, & les représente avec assez de précision.

1707.

La Comète de 1707 a été observée à Paris par Maraldi & Cassini, depuis le 29 Novembre jusqu'au 25 Décembre^a; à Bologne, par Manfredi & Stancari, depuis le 25 Novembre jusqu'au 23 Janvier 1708^b. Nous en donnons trois orbites: la première est calculée par Houttuyn, sur les observations faites le 25 Novembre & les 10 & 26 Décembre; la deuxième est de la Caille, la troisième de Struyck. Celui-ci s'est principalement fondé sur quatre observations, corrigées par la Caille lui-même: celle que la Caille rapporte au 25 Novembre est fautive selon Struyck, il faudroit ajouter dix minutes à la déclinaison & cinq à l'ascension droite marquée dans les Mémoires de l'Académie. Si la Caille a réellement employé dans son calcul l'observation Italienne du 25 Novembre, son orbite doit être moins exacte que celle de Struyck. Voici les quatre observations corrigées, sur lesquelles Struyck a déterminé l'orbite.

^a Acad. des Sc.
1707, p. 558
& suiv.

^b Ibid. 1708,
p. 323 &
suiv.

M O I S & J O U R S.	TEMPS MOYEN, méridien de P A R I S,	L O N G I T U D E de la C O M È T E.				L A T I T U D E de la C O M È T E.			
		H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	
Nov.. 29	8. 16. 50				10. 6. 44. 30		18. 54. 32		B.
Déc... 3	7. 24. 3				10. 7. 51. 44		30. 12. 54		
10	7. 12. 32				10. 8. 30. 20		39. 35. 10		
25	7. 32. 15				10. 7. 34. 49		46. 34. 16		

Struyck remarque que si cette Comète eût été périhélie quatorze jours plus tôt qu'elle ne l'a été, elle auroit passé vers la fin d'Octobre fort près de la Terre. On peut aussi remarquer que de toutes les Comètes connues, celle de 1707 est celle dont l'orbite est la plus inclinée à l'écliptique.

Struyck, 1753,
p. 55 & 56.

1708. Le 23 Février, un navigateur Hollandois ayant eu à midi 30^d 24' de latitude nord, observée, & 1^d 47' de longitude

de longitude estimée, vit le soir une Comète au-dessous de la Lune; une heure & un quart après, la Lune & la Comète se couchèrent ensemble: on n'a pas revu depuis cette Comète; le ciel étoit très-serein.

*Struyck, 1753;
p. 56, & 1759.*

1717. Le Lundi 21 Juin au soir, par un temps calme & serein, Halley dirigeant un télescope de vingt-quatre pieds vers Mars, rencontra près de cette Planète un nuage; il en sortoit à sa partie supérieure un rayon, dans une direction sensiblement opposée au Soleil. En comparant son lieu avec celui de Mars & de quelques petites Étoiles voisines, Halley jugea qu'il étoit en $8^{\text{h}} 17^{\text{d}} 12'$ avec $4^{\text{d}} 12'$ de latitude australe. M.^{rs} Guillaume, Thomas & Halley suivirent ce phénomène depuis dix heures & demie jusqu'à minuit. Il paroissoit ne point avoir de mouvement sensible; ils en conclurent que ce n'étoit qu'un nuage. Mais Halley l'ayant cherché inutilement les jours suivans au lieu où il l'avoit découvert le 21, il se persuada finalement qu'il avoit eu un mouvement réel, & que c'étoit en conséquence une Comète télescopique.

*Phil. Transf.
n.° CCCLIV;
p. 721.*

1718.

La Comète de 1718 fut observée à Berlin par Kirch, depuis le 18 Janvier jusqu'au 5 Février. Nous en donnons deux orbites, l'une calculée par la Caille, l'autre par Downes à la prière de Struyck. L'une & l'autre représentent les observations de Kirch, mais à quelques minutes près seulement; & si l'on ne peut trouver une théorie plus précise, c'est, selon Struyck, la faute des observations mêmes. 1.° Kirch a employé de trop petits instrumens. 2.° Il a réglé les positions de la Comète sur des positions d'Étoiles, extraites des Catalogues de Tycho & d'Hévélius. 3.° Il a réduit toutes ces positions à dix heures du soir: pourquoi ne les avoir pas données pour les heures mêmes auxquelles elles avoient été faites? Le mouvement de la Comète étoit d'abord très-prompt, il s'est ralenti ensuite; on a pu facilement se tromper dans les réductions.

*Phil. Transf.
1718,
n.° CCCLVII,
p. 820;
& 1723,
n.° CCCLXXV,
p. 238. Nova
litter. Berolin.
Miscell. Berol.
t. III, p. 200.
& seq. Struyck,
1740, p. 295.
& 1753,
p. 57.*

*Struyck, 1753;
p. 57.*

On avoit dit à Amsterdam, qu'au mois de Décembre 1718, on avoit vu une Comète à la campagne, près de cette ville; *Struyck, 1740, p. 296.* mais ce bruit ne se confirma pas.

On lit dans la gazette d'Amsterdam du 2 Janvier 1723, qu'on avoit vu à Cracovie une Comète à l'orient, mais que les jours suivans elle avoit disparu. On pouvoit bien encore alors prendre un météore pour une Comète.

1723.

La Comète de 1723 fut vue à Bombay dans l'Inde le 12 Octobre; quatre jours après à Lisbonne. Halley, Bradley, Pound & Graham l'observèrent en Angleterre avec la plus grande précision; depuis le 20 Octobre jusqu'au 18 Décembre^a. L'orbite a été calculée par Bradley: Struyck a comparé les observations avec le calcul fait d'après la théorie de Bradley; il n'est pas possible de desirer un accord plus parfait; les plus fortes différences entre le calcul & l'observation, ne vont pas à une minute^b.

a Phil. Trans. n. CCCLXXXII, p. 41-53, & n. CCCXCVII, p. 213. Acad. des Sc. 1723, p. 250 & suiv. & 1724, p. 365 & suiv. Dans les Tables astronomiques de Berlin, tome I, page 38, on propose une seconde orbite, qu'on attribue à Bradley & à Struyck; je n'en ai trouvé ailleurs aucun vestige: il est certain que Struyck n'en propose aucune différente de celle de Bradley, telle qu'elle est dans notre Table. J'ai donc cru pouvoir omettre cette orbite anonyme ou pseudonyme.

Cette même Comète fut aussi observée à Witham en Essex, par le Lord Paisley; à Albano, par Bianchini; à Lisbonne, par le P. Carbonne & Dominique Capasso, &c.^a; à Paris, par Maraldi; & par le P. Crostat, Jésuite, à Cayenne^b.

a Phil. Trans. n. CCCLXXXII, p. 50 & suiv. b Acad. des Sc. 1724, p. 365 & suiv. On lit dans la gazette de Leyde, du 22 Février 1726, que selon des lettres écrites de Naples, en date du 29 Janvier, on y avoit vu le soir, pendant quelques jours, une Comète, qui lançoit vers l'est des rayons très-lumineux.

1729.

La Comète de 1729 est de toutes les Comètes, observées jusqu'en 1780, celle qui a été vue à la plus grande distance

du Soleil & de la Terre; elle est aussi une de celles qui ont paru le plus long-temps. Il paroît que ce fut le P. Sarabat qui la découvrit le premier à Nîmes, le 31 Juillet, entre le petit Cheval & le Dauphin: la clarté de la Lune l'empêcha de la revoir les jours suivans; mais le 8 Août, la Lune étant totalement éclipfée, il retrouva la Comète, & en donna aussitôt avis à Cassini. Celui-ci la reconnut en effet le 26 Août, & depuis le 31 du même mois, jusqu'au 18 Janvier 1730, il l'observa en quarante-quatre jours différens, avec beaucoup de précision. Il continua même de la voir jusqu'à la fin de Janvier. Cornelis Douwes, à la prière de Struyck, calcula l'orbite: Struyck compara les quarante-quatre observations de Cassini aux lieux résultans de la théorie de Douwes; & comme chaque observation renferme une longitude & une latitude, cette opération produisit quatre-vingt-huit comparaisons. De ces quatre-vingt-huit comparaisons, il en est cinquante-deux dans lesquelles la différence entre le lieu calculé & le lieu observé n'excède pas une minute, & neuf seulement où cette différence surpasse deux minutes^a. Nous donnons dans la Table cinq théories de l'orbite; la première est celle de Douwes, la deuxième est de la Caille, la troisième de Maraldi^b, la quatrième de Kies^c, la cinquième de de l'Isle^d. La théorie de la Caille s'écarte quelquefois des observations de Cassini, de 31 minutes & plus en longitude, & de 1^d 15' & plus en latitude.

Bouguer proposa en 1733 à l'Académie des Sciences^e une méthode pour déterminer l'orbite des Comètes; il faisoit usage de trois observations voisines l'une de l'autre: des trois longitudes & des trois latitudes observées, il croyoit pouvoir conclure quel genre de courbe la Comète avoit parcouru. Appliquant sa méthode à la Comète de 1729, il décidoit que son orbite avoit été hyperbolique. Le Mémoire de Bouguer fut réfuté avec politesse dans l'Académie même par M. Maraldi^a; il le fut beaucoup plus vivement hors de l'Académie par Struyck^b. Voyez au dernier chapitre de la première Partie, ce que nous avons cru pouvoir répondre

Acad. des Sc.
1729. Voyez
sur-tout 1730,
p. 297 & 298.

^a Struyck,
1753, p. 58
& 59. *Acad.*
des Sc. 1763,
p. 15 & suiv.
^b *Acad. des Sc.*
1743, p. 195,
& suiv.

^c *Acad. de Berl.*
1745, p. 46.
^d *Acad. des Sc.*
1746, p. 406
^e *Ibid.* 1733,
p. 331 & suiv.

^a *Acad. des Sc.*
1743, p. 195,
& *Hist.* p. 138,
& suiv.

^b Struyck,
1740, p. 299,
& 300.

aux difficultés de celui-ci. Au reste, nous lui accordons volontiers que des observations voisines l'une de l'autre, ne peuvent seules faire connoître avec précision l'orbite d'une Comète; & sous ce point de vue, nous sommes très-éloignés de défendre la méthode proposée par Bouguer. Quant à la question générale, si l'orbite d'une Comète peut-être parabolique ou hyperbolique, nous la traiterons dans la troisième Partie.

Cassini croyoit que la Comète de 1729 reparoitroit au bout de dix ans; Struyck prouve facilement que le terme étoit trop court. Struyck pense cependant que la révolution ne peut être bien longue, & comme cette Comète vers son périhélie ne peut paroître que vers la constellation du Dauphin, il exhorte les Astronomes à jeter un coup-d'œil tous les mois, ou au moins tous les deux mois, sur le Dauphin, & sur la partie du ciel qui est entre le petit Cheval & les ailes de l'Aigle.

N.° CCCCXXV,
P. 393.

Il est dit dans les Transactions Philosophiques, que le 29 Février 173 $\frac{1}{2}$, vieux stile, *on vit une Comète*. « Le 29 Février, » dit J. Dove, ayant fait une bonne observation à midi, je » m'estimois à dix heures & demie du soir par 34^d 28' de » latitude sud, & par 12^d 35' à l'ouest du cap de Bonne- » espérance. La Lune étoit très-éclatante, étant alors presque » pleine. Nous vîmes à l'heure susdite quelque-chose de fort » brillant se lever à l'ouest; je juge que c'étoit une Comète. » Elle se coucha vers l'est, ayant passé de l'ouest à l'est en » cinq minutes de temps ou environ, entre la Lune & notre » zénith, & au sud de l'épi de la Vierge. Elle traînoit après » elle un torrent de lumière, long d'environ 40 degrés, & » large d'un degré ou d'un degré & demi. L'éclat de la Lune effaça celui de la Comète lorsqu'elle en fut voisine. » Je n'aurois pas parlé de ce météore, si je ne l'avois pas trouvé consigné dans les Transactions, sous le nom de Comète.

1733.

Le 17 Mai, par 34^d 59' de latitude australe, près de

Falfe-bay, au voisinage du cap de Bonne-espérance, on vit une Comète au nord-ouest-quart-ouest ; le ciel étoit beau, la queue tendoit en haut, on la jugeoit longue de deux pieds : on vit cette Comète durant plus d'une heure jusqu'à son coucher. On la découvrit le lendemain 18, au Cap même. Plusieurs Navigateurs, qui y arrivèrent le 19 & le 28 Mai, s'accordèrent à rapporter qu'ils avoient vu cette Comète.

Struyck, 1753;
p. 61.

1737.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie, du moins en partie, les observations de la Comète de 1737, faites à Paris par Cassini, depuis le 16 Février jusqu'au 2 Avril. Les Mémoires de l'Institut de Bologne contiennent celles de Manfredi, depuis le 25 Février jusqu'au 6 Avril. Les Transactions Philosophiques, outre quinze observations de Bradley, faites à Oxford depuis le 26 Février jusqu'au 2 Avril, en renferment plusieurs autres faites à Rome, à Philadelphie, où la Comète fut vue dès le 7 Février ; à Spanish-town dans la Jamaïque, où elle fut découverte le 6 du même mois ; à Madras, à Lisbonne^a. Whiston dit qu'à Newcastle, le 22 Février (5 Mars), on vit cette Comète éclipser l'Étoile γ de la Baleine^b. Struyck rapporte quelques observations qu'il a faites de cette Comète^c. L'orbite a été calculée par Bradley sur ses propres observations, & les lieux de la Comète, calculés sur sa théorie, ne diffèrent nulle part d'une minute entière des lieux observés.

Acad. 1737;
p. 170 & suiv.

T. II, part. III;
p. 62 & seq.

^a Phil. Trans.
n.° CDXLVI,
p. 111 & suiv.

^b Struyck,
1740, p. 302.

^c Ibid. p. 301.

M. Machin avoit cru que cette Comète étoit la même que celle de 1556 ; il ne tarda pas à se rétracter : en effet, les deux orbites sont calculées, & les élémens de l'une & de l'autre sont trop différens pour qu'on puisse seulement soupçonner leur identité. M. le Monnier dans sa *Théorie des Comètes*, page 74, à la note, & l'Auteur de l'article *Comète* dans l'Encyclopédie, sont accusés par Struyck d'avoir adopté le premier sentiment de M. Machin : cette accusation

n'est pas tout-à-fait juste : les deux Auteurs accusés se sont contentés de rapporter historiquement ce qu'avoit pensé M. Machin; ils ne contrarient pas, il est vrai, son sentiment, mais ils ne l'adoptent pas non plus : ils ignoroient probablement sa rétractation.

1739.

Les meilleures, ou même les seules observations complètes que nous ayons de la Comète de 1739, sont celles de M. Zanotti, faites à Bologne depuis le 28 Mai au soir, jusqu'au 18 Août matin. Nous donnons deux orbites de cette Comète : la première a été calculée par M. Zanotti, la seconde par l'Abbé de la Caille. Struyck s'est donné la peine de comparer toutes les trente-six observations de M. Zanotti avec la théorie de la Caille; l'accord du calcul avec l'observation, s'est trouvé le plus souvent tel qu'on pouvoit le desirer. Il n'en est pas de même de l'orbite de M. Zanotti; Struyck n'a calculé sur elle que trois observations, & les différences entre les lieux observés & les lieux calculés sont énormes. Mais je trouve deux orbites de la Comète attribuées à M. Zanotti, l'une dans les Transactions Philosophiques^a, l'autre dans les Mémoires de l'Institut de Bologne^b. La première, la seule connue de Struyck, n'est réellement pas exacte; si elle est véritablement de M. Zanotti, il l'aura déterminée sans doute après un petit nombre d'observations, pour prévoir à peu-près la route que devoit tenir la Comète & la durée de son apparition. Il a certainement calculé la seconde, avec l'aide, dit-il, de Pétrone Matteucci; c'est celle que nous donnons dans la Table : il faut supposer que la Caille n'en avoit aucune connoissance, quand il s'est donné la peine de calculer de nouveau cette orbite.

1741. Le 30 Octobre, à six heures & demie du soir, on vit à Cromménie une Étoile extraordinaire, déclinant de 22 degrés & demi du sud à l'est, un peu au-dessous de l'étoile Fomalhaut, égale en grandeur à Vénus achronique; deux amateurs la virent aussi à Harlem. Rien ne nous engage

*Nova Act.
Erudit. Lips.
1740, p. 666
& seq. Comment.
Instit. Bonon.
t. II, part. III,
p. 73 & seq.*

*Struyck, 1753,
p. 64 & 65.*

^a 1741,
n.° CDLXI,
p. 809.

^b *Loco citato*,
p. 84.

*Struyck, 1753,
p. 66.*

à croire que ce phénomène fût une Comète; on ne nous parle ni de son mouvement, ni de sa durée.

1742. Première Comète.

La première Comète de 1742 fut vue au cap de Bonne-espérance dès le Lundi 5 Février & les nuits suivantes; elle se levoit à l'est. Un Navigateur la vit le 28 Février matin, à la cinquième horloge de la seconde veille (probablement entre deux heures & deux heures & demie): on la releva à l'ouest-nord-ouest, un tiers de rhumb plus au nord; sa hauteur sur l'horizon étoit d'environ 18 degrés: on s'estimoit par $17^{\text{d}} 35'$ de latitude sud, & par $110^{\text{d}} 40'$ de longitude. Un autre, qui navigoit dans les mêmes parages, avoit vu la Comète la veille, le 27 Février, au soir, à deux heures & demie de nuit, à l'est-quart-nord-ouest un tiers de rhumb au nord, à la hauteur de 18 degrés. Ces détails sont tirés de divers journaux Hollandois.

En Europe, on ne découvrit cette Comète qu'au mois de Mars. M. Grant, Irlandois, l'aperçut le premier, le 2 Mars matin. M.^{rs} Cassini, père & fils, & M. Maraldi, l'observèrent depuis le 5 Mars matin jusqu'au 6 Mai au soir: les cinq dernières observations ne purent être faites que par des alignemens & des configurations de la Comète avec les Étoiles voisines. La première orbite que nous donnons de cette Comète a été calculée sur les observations de M.^{rs} Cassini par Struyck. Ces observations, non comprises les cinq dernières, sont au nombre de trente-une: Struyck a calculé, d'après sa théorie, les trente-une longitudes & les trente-une latitudes, & a comparé les résultats de son calcul avec les observations; des soixante-deux comparaisons, il en est quarante-cinq où la différence entre l'observation & le calcul ne va pas à une minute.

M. le Monnier observa la Comète le 5 Mars & les jours suivans^a, sans doute au collège d'Harcourt. Il a aussi calculé l'orbite^b; c'est la deuxième de la Table.

La troisième théorie est celle de l'Abbé de la Caille; il

Struyck,
1753, p. 66.
67, 71.

Acad. des Sc.
1742, p. 306.
& suiv.

^a *Théorie des*
Com. p. 125,
& suiv.
^b *Acad. des*
Scienc. 1742.
Hist. p. 83. &
84.

*Acad. des Sc.
1742, p. 323
& suiv.*

l'aura sans doute établie sur les observations qu'il fit de la Comète au collège Mazarin, depuis le 5 Mars matin jusqu'au 6 Mai au soir. Elles sont au nombre de trente-neuf; les dernières ont les mêmes causes d'imperfection que les dernières de M.^{rs} Cassini.

** Comment. Inf.
Bonon. t. III,
page 229 —
233.*

** Ibid. p. 239.*

M. Zanotti fit vingt-quatre observations à Bologne, depuis le 5 Mars matin jusqu'au 15 Avril au soir^a. Ces observations paroissent bien faites; mais il semble que M. Zanotti n'a pas choisi les trois meilleures pour calculer la quatrième orbite que nous donnons d'après lui^b. Dans la comparaison que M. Zanotti fait lui-même des lieux de la Comète qu'il a observés, avec les mêmes lieux calculés sur sa théorie, la différence entre les uns & les autres, excède souvent 10, 15, 20, & une fois même 30 minutes.

Ibid. p. 240.

*Miscell. Berol.
t. VII, p. 22.*

Ibid. p. 88.

Joseph-Nicolas de l'Isle observa la Comète à Saint-Pétersbourg, depuis la nuit du 8 au 9 Mars jusqu'au 28 Mars au soir. C'est sur les observations des 11, 14 & 17 Mars, & sur une mer immense de calculs, que M. Euler a fondé la cinquième théorie que nous donnons; suivant ce savant Géomètre, la Comète parcourroit cette orbite en quarante-deux ans. M. Euler a cependant compris que cette théorie étoit trop dépendante de l'extrême précision des observations; cette réflexion l'a fait revenir à une première théorie qu'il avoit déterminée d'abord: c'est la sixième de la Table. On peut remarquer l'énorme différence qui se trouve entre les élémens établis par les autres calculateurs, & ceux qui ont été déterminés par M. Euler, sur-tout ceux de la cinquième orbite: c'est que toute méthode, selon laquelle on prétendra déterminer l'orbite d'une Comète par des observations voisines l'une de l'autre, pourra être excellente dans la théorie; mais elle sera toujours très-équivoque dans la pratique: M. Euler paroît l'avoir senti lui-même.

*Euler. Theor.
mot. Planet. &
Comet. p. 188.*

Les trois dernières orbites ont été calculées par Thomas Wright, par M. Klinkenberg & par Martin Houttuyn.

*Stryck, 1743,
p. 70.*

La première Comète de 1742 a été aussi observée à Pékin par

par le P. Péréyra, Jésuite, depuis le 2 Mars jusqu'au 2 Avril^a, & en beaucoup de lieux de l'Europe^b.

^a Acad. des Sci
1742, p. 333.

^b Ibid. Histoire
p. 81. Théorie
des Comètes de
M. le Monn,
p. 129, &c.

1742. Deuxième Comète.

Struyck fonde la certitude de l'apparition d'une seconde Comète en 1742, sur l'autorité de trois journaux de navigateurs Hollandois. Selon le premier, on faisoit voile de Batavia au cap de Bonne-espérance, & le Mercredi 11 Avril, au matin, on vit une Comète au sud-est. Il est dit précisément la même chose dans le second journal; on ajoute seulement que la queue de la Comète étoit longue, & qu'à midi on se trouva par 33^d 36' de latitude sud, & par 53^d 31' de longitude. Enfin, on lit dans le troisième journal, que le Samedi 14 Avril, étant à midi par 35^d 36' de latitude sud, & par 42^d 6' de longitude, on vit le matin à l'est-quart-sud-est une Comète, dont la queue avoit 30 degrés de longueur. Cette Comète ne peut être confondue avec la précédente, qui, le 11 Avril, avoit 77 degrés & demi de déclinaison boréale.

1743. Première Comète.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie, sept observations de cette Comète, faites à Bologne par M. Zanotti, depuis le 12 jusqu'au 18 Février. M. Zanotti ne donne pas ces observations comme bien précises, vu la difficulté d'observer cette petite Comète. Il avoit fait quelques autres observations, mais il ne les a point envoyées, parce qu'elles ne s'accordoient pas avec les sept autres; on les trouve dans Struyck, elles s'étendent jusqu'au 28 Février.

1743, p. 161.

A Paris, M. Maraldi vit la Comète le 12 Février; il ne put faire autre chose que d'en prendre des alignemens avec les Étoiles voisines, d'où il conclut sa longitude & sa latitude, le moins mal sans doute qu'il étoit possible de le faire par une telle méthode. Il fit une très-bonne observation le 13 Février, & une autre assez bonne le 17. Le mauvais temps ne lui permit pas d'en faire d'ultérieures.

Acad. des Sci
1743, p. 193.
& 194.

Phil. Transf.
n.° CDLXX,
p. 457.

Le P. Frantz, Jésuite, à Vienne en Autriche, fit sept observations de la Comète, les 11, 12, 13, 14, 15, 18 & 21 Février, mais par de simples alignemens : il est dit que ces observations furent faites le soir ; mais les heures ne sont pas marquées : autant presque vaudroit que les observations n'eussent pas été faites.

Je trouve enfin des observations faites à Berlin par M. Grischow, depuis le 10 jusqu'au 21 Février. Plusieurs de ces observations regardent moins la Comète que l'étendue de son atmosphère : voici celles dont on pourroit tirer quelque parti. Le 11 Février, à 8^h 3', la Comète étoit au-dessus de δ de la grande Ourse, elle en étoit distante de 2^d 9' 36"; elle étoit en même temps éloignée de 30 minutes d'une petite Étoile qui ne se trouve pas sur les planisphères. Le 16 Février, vers sept heures, la Comète éclipsa une Étoile de la patte de la grande Ourse, que Doppelmayer désigne par la lettre t (donc elle étoit, selon le catalogue Britannique, en 5^f 7^d 10' 16", avec 29^d 14' 51" de latitude boréale). Le 19, à dix heures & un quart, elle étoit assez précisément au milieu d'une ligne qui joindroit les Étoiles u & w de la queue du Lion, selon la nomenclature de Doppelmayer, sa distance à u étant de deux cents dix-sept, & à w de deux cents seize parties du micromètre. (Cette observation mettroit la Comète par 5^f 11^d 19' 54" de longitude, & par 20^d 20' 20" de latitude boréale, ce qui ne s'accorde que médiocrement avec les observations de M. Zanotti ; on donne cependant cette observation comme la meilleure de toutes celles de Grischow). Le 21 Février, vers neuf heures trois quarts, Grischow vit pour la dernière fois la Comète ; il la trouva encore en ligne droite avec les mêmes Étoiles u & w, mais distante de 1^d 32' 15" de u, & de 3^d 10' 16" de ω du Lion. Il y a certainement ici quelque erreur ; la Comète étoit alors à plus de 20 degrés d' ω du Lion : on pourroit peut-être lire w pour ω ; mais ω est incontestablement déterminé par l'ascension droite & la déclinaison que Flamsteed lui donnoit en 1689.

Struyck, 1753,
p. 75.

Nous donnons deux orbites de cette Comète; la première est de Struyck : elle est calculée sur les observations de Zanotti, & elle les représente toutes assez bien, excepté la latitude de la seconde, sur laquelle le calcul diffère de 10 minutes de l'observation. La seconde orbite est de la Caille, calculée probablement sur les mêmes observations : nous y corrigeons, d'après Struyck, une faute, qui n'étoit d'abord sans doute qu'une faute d'impression, mais qui depuis a été copiée par-tout ; le nœud ascendant de la Comète ne peut être en $18^{\text{d}} 21' 15''$ des Gemeaux, il faut lire $8^{\text{d}} 21' 15''$. Struyck avertit aussi, & avec raison, qu'on ne peut regarder l'orbite de cette Comète comme bien précisément déterminée.

*Struyck, 1753;
p. 73, 74.*

1743. Deuxième Comète.

M. Klinkenberg observa seul cette Comète à Harlem, depuis le 18 Août jusqu'au 13 Septembre. Struyck la vit aussi à Amsterdam le 18 Août & les six jours suivans ; il étoit logé de manière à ne pouvoir l'observer commodément ; il crut que les Anglois, les François, &c. instruits par la Gazette de l'apparition de cette Comète, en feroient des observations plus exactes que celles qu'il pouvoit faire : il se trompa, la Comète ne fut observée que par M. Klinkenberg, avec des instrumens qui, selon le témoignage même de cet Astronome, ne pouvoient guère donner qu'à dix minutes près le lieu de la Comète. Voici les observations.

M O I S & J O U R S.	TEMPS MOYEN, méridien de P A R I S.		L O N G I T U D E de la C O M È T E.			L A T I T U D E de la C O M È T E.	
	H.	M.	S.	D.	M.	D.	M.
Août.. 18	11.	0	3.	17.	8	55.	15 B.
20	8.	0	4.	3.	10	55.	49
22	7.	50	4.	18.	15	55.	37
24	8.	44	5.	2.	49	55.	2
26	7.	48	5.	13.	32	49.	14
28	8.	13	5.	21.	38	45.	15
31	8.	27	5.	29.	44	39.	8
Sept... 1	7.	57	6.	1.	56	36.	34
6	7.	25	6.	8.	52	30.	14
9	7.	24	6.	11.	20	25.	45
12	7.	23	6.	12.	18	22.	16
13	7.	23	6.	12.	40	21.	37

L'orbite que nous donnons dans la Table a été calculée par Klinkenberg. Struyck a comparé le résultat du calcul aux observations ; la différence a quelquefois excédé un degré. Il a en conséquence essayé de trouver une orbite, qui représentât mieux les observations ; il n'a pu y réussir. Concluons avec Struyck que l'orbite proposée par M. Klinkenberg ne peut passer pour précise, mais qu'elle peut être utile pour reconnoître la Comète, si elle vient jamais à se représenter.

Cette Comète étoit fort petite ; on la voyoit cependant
Struyck, 1753, à l'œil nu.
p. 76, 77.

1744.

Il paroît que c'est M. Klinkenberg qui a le premier découvert cette Comète à Harlem, le 9 Décembre 1743, à neuf heures du soir, au-dessus du Bélier, près du grand
Ibid. p. 78. Triangle. Au reste, cette Comète étoit trop belle pour

n'être pas bientôt aperçue & observée par-tout. Nous en donnons neuf orbites, calculées sur différentes observations.

La première a été calculée par M. Joseph Bets sur dix-huit observations faites, partie à Sherborn par le Lord Macclefield, partie à Oxford par M. Blifs. M. Bets a comparé les longitudes & les latitudes calculées sur sa théorie avec les mêmes élémens observés; la plus forte différence est de 37 secondes. Les observations avoient été faites depuis le 3 Janvier au soir jusqu'au 29 Février matin.

La deuxième orbite a été calculée par M. Maraldi sur ses propres observations & sur celles de Cassini, faites à Paris en trente-un jours différens, depuis le 21 Décembre 1743 au soir, jusqu'au matin du 1.^{er} Mars 1744. M. Maraldi a comparé les observations avec les résultats de sa théorie: sur soixante-deux comparaisons que ce travail a produites, il en est quarante-une où le calcul ne diffère pas de l'observation d'une minute entière; dans six seulement la différence excède deux minutes.

La troisième orbite est de l'Abbé de la Caille; il la donne sous son nom dans ses *Leçons d'Astronomie*; mais il ne nous apprend pas sur quelles observations il l'a déterminée: il ne paroît pas qu'il ait observé lui-même la Comète; il aura glané apparemment dans le champ d'autrui.

La quatrième orbite est de M. Zanotti; il avoit observé la Comète en vingt-cinq jours différens, depuis le 7 Janvier au soir jusqu'au 5 Mars matin. Les huit dernières observations avoient été faites en plein jour, entre onze heures & midi. Des cinquante comparaisons que M. Zanotti a faites entre ses observations & le résultat de sa théorie, vingt-huit donnent des différences au-dessous d'une minute; dans cinq seulement la différence excède deux minutes, elle est partout au-dessous de trois minutes.

La cinquième orbite a été calculée par Chéseaux sur ses propres observations, faites à Lausanne, depuis le 13 Décembre. Ce fut lui qui donna avis à Cassini de l'apparition de la Comète.

Philos.

Trans. 1744,
n.CDLXXIV,
p. 91 & suiv.

Acad. des Sc.
1744, p. 58
& suiv. 301
& suiv.

Comment. Instit.
Bonon. t. III,
p. 340, 343.

Acad. des Sc.
1744, p. 303.

La sixième orbite est dûe à M. Euler. Il paroît que ce savant Géomètre a trouvé par ses calculs trois orbites différentes. La première, calculée à ce qu'il semble sur les observations de Chéseaux, se trouvoit hyperbolique; on peut en voir les élémens dans l'ouvrage d'Euler, intitulé : *Theoria motuum Planetarum & Cometarum*, page 133. Godefroi Heinſius, dans une description qu'il a publiée de la présente Comète, donne une théorie qu'il dit lui avoir été envoyée par M. Euler. Ces deux théories ne s'accordent pas trop avec celles qui ont été calculées par d'autres Astronomes. Enfin, M. Euler ayant reçu de Cassini les observations faites à Paris, il s'en servit pour corriger sa première théorie; ses nouveaux calculs lui procurèrent une orbite elliptique, il est vrai, mais fort alongée & différant très-peu de la parabole : il en conclut que la révolution périodique de la Comète doit être de plusieurs siècles (c). Cette théorie doit passer pour la vraie théorie de M. Euler, nous la donnons seule dans la Table; nous l'avons extraite de la page 169 de l'ouvrage déjà cité, *Theoria motuum*, &c.

Nous avons calculé la septième orbite d'après les mêmes données qu'avoit employées M. Euler; nous avons trouvé pareillement l'orbite elliptique, mais un peu moins alongée, puisque selon nos calculs la révolution périodique ne seroit que de vingt-un mille huit cents huit ans & un quart : mais nous verrons ailleurs que par le calcul des observations d'une Comète, il n'est guère possible de déterminer la durée de sa révolution, à moins que cette révolution ne soit que d'un petit nombre d'années.

*Struyck, 1753,
p. 80 & 81.*

La huitième orbite a été calculée par M. Klinkenberg.

La neuvième est attribuée à M. Hiorter dans les *Tables Astronomiques* de Berlin, tome I, page 39.

Struyck a trouvé dans des journaux de navigateurs Hollandois, qu'on avoit vu une Comète en Mars & Avril 1744.

(c) Des calculs de M. Euler, on concluroit rigoureusement que la révolution périodique de la Comète est de 122683 ans.

Le 18 Mars, la latitude étant à midi de $34^{\text{d}} 19'$ sud, & la longitude $53^{\text{d}} 16'$, on vit à quatre heures du matin une Comète se lever; sa queue s'étendoit presque au-dessus du Navire. Il est dit dans le même journal, que le 22 Avril à quatre heures du matin, on vit encore la Comète, que sa queue étoit moins large, mais aussi longue; à midi on étoit par $28^{\text{d}} 45'$ de latitude sud & par $314^{\text{d}} 2'$ de longitude. Il est dit ailleurs sur le Mardi 31 Mars, que durant tout le mois de Mars on avoit vu au cap de Bonne-espérance une Comète le matin dans l'est-sud-est. Struyck pense que cette Comète étoit différente de celle que nous avions vue les mois précédens. Il ne disconvient pas que celle-ci n'ait pu être vue au-delà de la Ligne le matin, entre l'est & le sud-est, pendant les mois de Mars & d'Avril: « mais, dit-il, la distance à la Terre, dès le 18 Mars, étoit d'un tiers plus grande que celle de la Terre au Soleil; comment pouvoit-elle alors traîner une aussi longue queue qu'on nous la représente? » A cela nous répondons qu'elle avoit passé le 1.^{er} Mars au soir par son périhélie; que la queue des Comètes est ordinairement beaucoup plus longue après qu'avant le passage au périhélie; que tout ce qu'on nous dit d'ailleurs de la Comète de Mars & d'Avril, convient fort bien à celle que nous avions vu en Décembre, Janvier & Février; que de l'aveu même de Struyck, notre Comète avoit été vue sous les latitudes méridionales, & notamment au cap de Bonne-espérance jusqu'au 11 Mars; qu'il est dit dans les registres de cette ville, qu'on avoit vu la Comète tout le mois de Mars, expression qui suppose qu'on avoit suivi cette Comète, & qu'on étoit persuadé que la Comète qui paroissoit à la fin de Mars, étoit la même que celle qu'on avoit vue au commencement du mois. Pour autoriser l'apparition de deux Comètes en 1744, il faudroit prouver, ce me semble, qu'on les a vues toutes deux le même jour. Quant à celui qui a cru voir une très-longue queue à la Comète le 22 Avril, il pourroit bien avoir pris la lumière zodiacale pour une partie de la queue de la Comète.

Struyck, 1753;
p. 20 & 21.

1746.

Éberhard-Christian Kindermanns, Astronome du roi de Pologne, électeur de Saxe, vit le 2 Février, à une heure après minuit, une Comète dans la tête de Méduse. A l'œil nu elle paroissoit comme une Étoile de seconde grandeur, sans queue ; avec le télescope on découvroit la queue. Le 20 Février, à dix heures, la Comète étoit dans la jambe droite de Pégase ; elle fut le 21 sous la Lyre, le 22 dans la tête d'Hercule, le 23 dans sa cuisse, le 24 dans l'épaule gauche du Serpente ; le 25 elle traversa l'écliptique par 220 degrés de longitude ; le 27 elle disparut entre la Vierge & la Balance. Struyck a tiré ce détail d'une lettre à lui écrite par M. Kindermanns, en date de Dresde le 20 Février 1748 : il remarque avec raison que la route qu'on fait tenir à la Comète n'est pas fort régulière. On ajoute que d'autres ont aussi vu cette Comète. Dans un Ouvrage, cité par Struyck, M. Kindermanns a rendu compte au Public de ses observations.

*Struyck, 1753,
p. 91, 92.*

1747.

Cette Comète a été observée en 1746 ; nous la rapportons à l'an 1747, parce qu'elle n'a été périhélie qu'en cette dernière année. Chéseaux la découvrit le premier à Lausanne, le 13 Août 1746 ; il en fit les observations suivantes ; elles sont extraites d'une lettre qu'il écrivit à Struyck, en date du 10 Décembre 1746.

M O I S & J O U R S.	TEMPS VRAI, méridien de LAUSANE.		L O N G I T U D E de la C O M È T E.				L A T I T U D E de la C O M È T E.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
<i>Année 1746.</i>									
Août.. 13	12.	15	11.	5.	14.	55	23.	16.	16 B.
14	11.	0	11.	4.	44.	55	23.	3.	5
15	11.	0	11.	4.	12.	20	22.	50.	30
16	10.	50	11.	3.	40.	45	22.	34.	5
18	10.	55	11.	2.	36.	0	22.	7.	0
19	9.	35	11.	2.	4.	5	21.	51.	10
21	9.	7	11.	0.	58.	35	21.	18.	19
22	10.	9	11.	0.	23.	22	21.	0.	15
23	11.	10	10.	29.	49.	50	20.	43.	35
24	10.	45	10.	29.	18.	10	20.	26.	15
Sept... 8	8.	20	10.	20.	59.	20	15.	21.	20
15	9.	30	10.	17.	20.	50	12.	40.	40
16	9.	30	10.	16.	51.	40	12.	17.	5
18	10.	0	10.	15.	53.	5	11.	29.	15
22	11.	45	10.	14.	3.	25	9.	52.	40

Chéseaux tomba malade & ne put continuer ses observations: il vit cependant encore la Comète les 6, 7 & 15 Octobre, & pour la dernière fois le 23 Novembre, près d'une Étoile du Capricorne. La première orbite que nous donnons de cette Comète a été calculée par Chéseaux sur les observations précédentes. Il a de plus comparé toutes les longitudes & latitudes que le calcul de cette orbite lui a données, avec celles qu'il avoit observées: sur trente comparaisons, il en est vingt où la différence entre le calcul & l'observation n'atteint pas une minute, quatre seulement où cette différence excède deux minutes; la plus forte différence est de 3' 14".

M. Maraldi, averti par Chéseaux, ne put voir la Comète

Tome II.

H

*Struyck, 1753,
p. 95.*

Acad. des Sc.
1746, p. 55;
1748, p. 235
& suiv.

que le 31 Août; il ne put même l'observer que le 8 Septembre, il continua ses observations jusqu'au 5 Décembre. A ses propres observations, au nombre de vingt-quatre, il en a ajouté six, faites par Chéseaux au mois d'Août, & il a calculé une orbite qui représente assez bien ces trente observations; c'est la seconde de la Table: la différence entre le calcul & l'observation, bornée le plus souvent à moins d'une minute, excède treize fois deux minutes.

La troisième orbite est extraite des *Leçons d'Astronomie* de la Caille, qui l'a calculée sans doute, mais qui ne nous dit pas sur quelles observations il l'a fait.

1748. Première Comète.

Struyck, 1753,
p. 24.

Cette Comète fut découverte dans les derniers jours d'Avril. Le feu Roi & toute la Cour la virent à Choisi le 4 & le 5 Mai, entre Cassiopée & Céphée; mais on ne put déterminer son lieu qu'à la vue simple, par des alignemens. M. Maraldi l'observa vingt fois, depuis le 9 Mai jusqu'au 30 Juin; il a calculé l'orbite sur ses observations, & il a comparé les lieux calculés sur sa théorie avec les lieux observés: sur quarante comparaisons, il en est vingt-deux où la différence ne va pas à une minute, dix autres où elle n'atteint pas deux minutes. La plus forte différence est celle du 11 Mai en longitude, elle est de $9' 37''$; la différence en latitude est le même jour de $4' 7''$: mais il est à remarquer que l'affluence des nuages a beaucoup nui à la précision de l'observation; on fut obligé de recourir à une espèce de détour, pour déterminer l'ascension droite de la Comète.

Acad. des Sc.
1748, p. 235
& suiv.

M. Maraldi ne trouve que 9 secondes de différence, tant en longitude qu'en latitude, entre le lieu de la Comète observé le 9 Mai & le même lieu calculé sur sa théorie: suivant Struyck, ce même jour 9 Mai, la différence entre le calcul & l'observation est de $1' 3''$ sur la longitude, & de $6' 35''$ sur la latitude; & cette erreur, ou différence, dit-il, vient sans doute de ce que l'on a déterminé ce jour-là le lieu de la Comète par un triangle dont un angle étoit très-obtus,

les deux autres trop aigus. Je ne fais où Struyck a puisé cette anecdote; le lieu de la Comète n'a été déterminé le 9 Mai par aucun triangle, mais par l'heure de son passage au méridien, & par sa hauteur méridienne sous le pôle. Quant à la différence des calculs de M. Maraldi & de Struyck, elle n'a d'autre cause que la différence des Tables solaires qu'ils ont employées. La Comète, vue du Soleil, étoit alors presque en conjonction avec la Terre, l'angle de commutation n'étoit que de $0^{\circ} 47''$; dans cette circonstance, le plus léger changement dans le lieu du Soleil devoit en occasionner un bien sensible dans la longitude, & sur-tout dans la latitude de la Comète: le Soleil, la Terre, & le lieu de projection de la Comète sur l'écliptique, formoient réellement alors un triangle dont un angle étoit extrêmement obtus, les deux autres très-aigus. Si Struyck n'a pas voulu dire autre chose, il n'y a point d'erreur dans les calculs de M. Maraldi. J'ai calculé l'observation de cet Astronome sur sa théorie, prenant le lieu du Soleil dans les Tables de Mayer; j'ai trouvé pour longitude de la Comète $1^{\circ} 19^{\circ} 27' 18''$, & pour latitude $58^{\circ} 19' 24''$; la longitude observée est de $1^{\circ} 19^{\circ} 26' 15''$, & la latitude de $58^{\circ} 21' 0''$; la différence entre le calcul & l'observation est de $1' 3''$ en longitude, & de $1' 36''$ en latitude. Un changement de quelques secondes dans le lieu du Soleil, rapprocheroit encore plus mon calcul de celui de M. Maraldi.

Les deux autres orbites de cette Comète sont attribuées par Struyck, l'une à M. Klinkenberg, l'autre à M. le Monnier.

*Struyck, 1753
p. 25.*

Cette Comète a aussi été observée à Pékin, depuis le 26 Avril jusqu'au 18 Juin: voyez les observations au deuxième volume de *Observationes Astronomicæ ab anno 1717 ad annum 1752, Pekini factæ*, &c. Vindobonæ, 1768, in-4.^o pag. 430 & seq.

1748. Deuxième Comète.

Cette seconde Comète fut vue en même temps que la première; celle-ci au nord, la seconde à l'ouest. La seconde

n'avoit pas de queue, son noyau étoit plus brillant que celui de la première. Elle ne fut observée que trois fois par M. Klinkenberg à Harlem. Le 19 Mai, à onze heures, elle étoit en droite ligne entre γ des Gemeaux & η de l'Écrevisse, distante de celle-ci de $51'$ vers l'ouest; d'où Struyck prenant le lieu des Étoiles du catalogue de Flamsteed, conclut que la Comète étoit en $4^{\text{h}} 1^{\text{d}} 3' 18''$, avec $1^{\text{d}} 28' 37''$ de latitude boréale. Le 20 Mai, à $10^{\text{h}} 52'$, la Comète éclipsa l'Étoile γ ; elle étoit donc en $4^{\text{h}} 0^{\text{d}} 15' 50''$, avec une latitude australe de $1^{\text{d}} 2' 22''$. Le 22, à $10^{\text{h}} 30'$, la Comète étoit en ligne droite avec β de l'épaule de Castor & une Étoile anonyme, qui est, suivant Halley, en $3^{\text{h}} 27^{\text{d}} 22'$, avec $5^{\text{d}} 18'$ de latitude australe; sa distance à cette Étoile étoit de 42 minutes: d'où Struyck conclut que la Comète étoit en $3^{\text{h}} 28^{\text{d}} 41'$, avec une latitude de $5^{\text{d}} 47'$ au sud. Outre une faute d'impression sur la latitude de l'Étoile anonyme, qui doit être de $6^{\text{d}} 18'$, plutôt que de $5^{\text{d}} 18'$, on peut remarquer combien ces observations sont imparfaites, j'oserois même dire grossières; en combien peu de temps elles ont été faites; enfin que ce court intervalle de temps n'a point du tout été racheté par la promptitude du mouvement de la Comète. Malgré tout cela, Struyck a eu le courage de calculer l'orbite: nous donnons sa théorie dans la table; mais nous ne pouvons la donner que comme très-incertaine, nous doutons même si elle peut servir à reconnoître les retours de la Comète.

Struyck,
1753, P. 26
& suiv.

1748. Troisième Comète. Struyck a lû dans le journal d'un navigateur Hollandois, que le 24 Avril 1748, à quatre heures du matin, on vit au cap de Bonne-espérance une Comète se lever dans l'est-quart-nord-est, vers le commencement du Bélier; on la vit jusqu'au jour, mais elle ne parut pas depuis. C'est probablement cette même Comète (devenue invisible au Cap, à cause de sa conjonction avec le Soleil & de sa latitude boréale), que M. Kindermanns vit le 28 Avril à deux heures du matin, à la hauteur de 8 degrés sur l'horizon, en ligne droite avec les deux Étoiles moyennes

du grand Triangle (apparemment δ & η), & la claire du Bélier : sa longitude étoit de 80 degrés, sa latitude boréale de 28, sa déclinaison boréale de 50. On donne ailleurs à entendre qu'elle étoit voisine du pied d'Andromède; si cela est, sa longitude n'étoit pas à beaucoup près de 80 degrés. Le 3 Mai, entre onze heures & minuit, par un ciel très-serein, M. Kindermanns vit la Comète près de Persée; elle ne se coucha point, sa queue s'étendoit entre la claire du pied d'Andromède & le grand Triangle (Si cela est, il s'en falloit de beaucoup que cette queue fût dirigée à l'opposite du Soleil). Tout cela est extrait d'un Traité sur cette Comète, de deux feuilles d'impression, imprimé à Dresde, daté du 8 Mai 1748, & envoyé par l'Auteur, M. Kindermanns, à Struyck. Si l'orbite de la seconde Comète, calculée par Struyck est exacte, il faut distinguer cette Comète des deux précédentes : elle est bien certainement différente de la première; pour la confondre avec la seconde, il faudroit supposer bien de l'imperfection dans les observations de la seconde par M. Klinkenberg ; mais cette supposition n'est peut-être pas contre toute vraisemblance.

*Struyck, 1753,
p. 100 & 101.*

1750.

Je trouve dans les Tables Astronomiques de Berlin, *tome I, page 35*, que M. Wargentin, célèbre Astronome Suédois a observé une Comète depuis le 21 jusqu'au 25 Janvier 1750, au-dessous de ϵ & θ de Pégase.

1757.

On peut voir dans les Mémoires de l'Académie, les observations qui furent faites de cette Comète depuis le 16 Septembre matin jusqu'au 16 Octobre matin. Il faut nécessairement y joindre seize excellentes observations, faites à Greenwich par Bradley, depuis le 13 Septembre matin jusqu'au 18 Octobre matin. La Table présente quatre orbites de cette Comète. Bradley a calculé la première, & comparé ses observations avec le calcul résultant de sa théorie ; la

*Année 1757;
p. 97 & suiv.*

*Philos. Trans.
tome L, part. 1,
p. 408 & suiv.*

différence n'a nulle part excédé deux tiers de minute. L'Abbé de la Caille a donné la seconde sous son nom. J'ai calculé la troisième, aussitôt après l'apparition de la Comète, n'ayant aucune connoissance des observations de Bradley, qui sont sans contredit les meilleures de toutes. M. de Ratte, de la Société Royale de Montpellier, a calculé la quatrième, & en a comparé les résultats tant avec ses propres observations, qu'avec celles de plusieurs autres Astronomes.

*Acad. des Sc.
1761, p. 500
& suiv.*

1758. Il fut dit dans une Gazette, qu'on avoit vu à Rome une Comète les 26, 27 & 28 Janvier 1758; mais ce bruit ne s'est point confirmé.

1758.

Feu M. de la Nux vit à l'île de Bourbon une Comète le 26 Mai, au sud de la dernière Étoile du baudrier d'Orion. Le 8 Juin elle étoit dans l'épaule orientale de cette même constellation. On vit cette même Comète à Londres le 18 Juin & les jours suivans, entre une heure & deux du matin, au nord-nord-est, dans la constellation du Cocher, fort près de l'horizon; elle diminueoit & ne paroissoit que comme une Étoile pâle, sans doute à cause de la force du crépuscule. Feu M. de l'Isle apprit par une Gazette étrangère, que la Comète avoit été vue près de Dresde, les 25 & 27 Juillet, entre les pieds du Cocher, au-dessus de la corne du Taureau.

M. Messier, alors disciple de de l'Isle, avoit déjà cherché cette Comète, mais inutilement, tant à cause des mauvais temps, qu'à cause du clair de la Lune. Ces deux causes ayant cessé, il eut le bonheur de découvrir la Comète le 15 Août au matin; il l'observa sans interruption, tous les jours que la sérénité du Ciel le permit, jusqu'au 2 Novembre au soir: ses observations ont été publiées dans nos Mémoires. M. Messier auroit sans doute voulu communiquer sa découverte aux Astronomes de l'Académie; son Maître ne le lui permit pas: cet exemple n'est pas à imiter. Les observations de M. Messier ne peuvent être que très-bonnes; mais leur

*Acad. des Sc.
1759, p. 154
& suiv. Voyez
aussi Hist. p. 165
& Mém. 1760,
p. 463 & suiv.*

conformité avec celles des Cassini de Thury, des le Monnier, des Maraldi, des la Caille, &c. n'auroit pu que leur ajouter un nouveau degré de certitude & d'authenticité. L'orbite de cette Comète est calculée sur les observations de M. Messier.

1759. Première Comète.

Cette Comète fait une célèbre époque dans l'histoire des Comètes ; elle est la première dont l'apparition ait été prédite, & qui ait réellement paru telle qu'elle étoit annoncée. Halley avoit prédit le premier son retour ; par un coup-d'œil général, porté sur le système solaire, il avoit jugé que sa révolution, qui couroit alors, excéderoit de plus d'un an la révolution précédente. Feu M. Clairaut fut plus loin ; par une analyse délicate, il apprécia les principales causes de perturbation qui avoient pu ralentir ou accélérer le cours de la Comète : il annonça que la Comète ne seroit périhélie que vers le 13 Avril 1759. Mais vu la complication des causes perturbatrices, il avoit été obligé d'en négliger quelques combinaisons, qui paroissent moins essentielles. Ces combinaisons, ou plutôt ces petites quantités, souvent négligées, pouvoient devenir sensibles ; Clairaut le sentoît mieux que tout autre, il eut l'attention d'avertir le Public que cette cause pouvoit altérer d'un mois le terme qu'il annonçoit. L'événement justifia la prédiction ; la Comète fut périhélie la nuit du 12 au 13 Mars, un mois plus tôt que Clairaut ne l'avoit annoncé.

Cette Comète fut vue dès les 25 & 27 Décembre 1758, par un habitant de la campagne près de Dresde ; le 28, par le Docteur Hoffmann ; le 18 & le 19 Janvier 1759, par un Astronome de Léipsick, qui publia même une espèce d'éphéméride des lieux où elle devoit paroître, depuis le 28 Janvier jusqu'au 13 Mai. Selon cette éphéméride & selon la vérité, on pouvoit partager l'apparition de la Comète en trois périodes. La première s'étendoit depuis la première découverte de la Comète jusque vers le 15 Février. La Comète fut vue alors en Allemagne, comme nous l'avons

dit. A Paris, de l'Isle avoit fait de bons préparatifs pour ne pas manquer la Comète ; il en avoit même fait part au Public : M. Messier la cherchoit depuis plus d'un an, avec une patience & un zèle infatigables, on se reposoit sur lui de la première découverte, &, d'après ce qui lui avoit été dit l'année précédente, on croyoit pouvoir supposer qu'il ne garderoit pas cette découverte pour lui seul. On se trompa ; après plusieurs jours de mauvais temps, M. Messier découvrit enfin la Comète le 21 Janvier ; de l'Isle lui défendit absolument d'en instruire les Astronomes de l'Académie. M. Messier observa donc seul cette Comète, en treize différens jours, depuis le 21 Janvier jusqu'au 13 Février : c'étoit plus qu'il n'en falloit pour s'assurer que cette Comète étoit véritablement celle qu'on attendoit. Quelques Astronomes de l'Académie ont regardé ces premières observations de M. Messier comme non avenues, & n'ont pas voulu les employer dans le calcul de l'orbite de la Comète ; cette rigueur est peut-être excessive. On ne peut sans doute excuser l'espèce d'égoïsme exclusif, par lequel de l'Isle vouloit s'attribuer à lui seul une découverte aussi précieuse pour l'Astronomie cométaire : mais cette ridicule prétention ne touchoit en rien au fond des observations de M. Messier ; elles n'en étoient pas moins bonnes en elles-mêmes ; aussi l'Académie n'a fait aucune difficulté de les insérer toutes dans ses Mémoires.

Du 15 Février jusque vers la fin de Mars, la Comète fut plongée dans les rayons du Soleil, avec lequel elle fut en conjonction inférieure vers la fin de Février.

Elle reparut vers la fin de Mars. Feu M. de la Nux, ancien Conseiller au Conseil Supérieur de l'île de Bourbon, Correspondant de l'Académie, aussi zélé qu'intelligent dans tout ce qui regarde la pratique de l'Astronomie, auquel il ne manquoit que de bons instrumens pour faire de bonnes observations, découvrit la Comète dès le 26 Mars. M. Messier la vit & l'observa la nuit du 31 Mars au 1.^{er} Avril ; il eut enfin la permission d'en donner avis aux Astronomes, ce qu'il fit volontiers dès le jour même. Au reste, le secret ne
pouvoit

pouvoit être plus long-temps gardé ; de l'Isle étoit chargé d'une lettre pour l'Abbé de la Caille, par laquelle on avertissoit cet Astronome du temps & du lieu où la Comète devoit reparoitre. Il fut fait peu d'observations durant cette seconde apparition, la lumière de la Comète étoit trop affoiblie par celle du crépuscule. M. Messier en fit huit du 1.^{er} au 17 Avril. A Lisbonne, où les crépuscules sont moins longs, la Comète fut vue par des Matelots le 27 Mars : M. l'Abbé Chevalier l'observa dix fois depuis le 5 jusqu'au 22 Avril. On en fit aussi quelques observations, vers la mi-Avril, à Paris, à Toulouse, à Avignon, & peut-être ailleurs.

Du 22 au 28 Avril, la Comète disparut de nouveau sur l'horizon de l'Europe ; sa déclinaison étoit devenue trop australe. Le P. Cœurdoux la vit & l'observa à Pondichéri le 25 & le 28 Avril. La Nux voyant qu'elle devenoit invisible en Europe, dans le temps même que son éclat augmentoit, redoubla son attention ; il l'observa, le moins mal que ses instrumens le lui permirent, les 20, 21, 22, 25, 26, 27 & 28 Avril. Il ne se contenta pas d'en observer le noyau, il fut aussi attentif à mesurer l'étendue de la queue ; il la trouva le 21 de 8 degrés ; le 28, de 25 ; le 1.^{er} Mai, de 33 à 34 ; le 5 Mai, de 47 ; elle diminua ensuite : le 14 Mai, elle n'étoit plus que de 19 degrés. Le P. Cœurdoux, à Pondichéri, ne l'avoit estimée le 30 Avril que de 10 degrés.

La troisième apparition de la Comète, pour l'Europe, commença donc le 28 Avril, on l'observa ce jour-là à Lisbonne. Le 30, nous la vîmes vers neuf heures & demie du soir, entre les nuages, qui s'accumulèrent bientôt & ne nous permirent pas de l'observer ; je jugeai seulement qu'elle avoit environ 6 degrés de hauteur sur l'horizon, & qu'elle déclinait de 20 à 25 degrés du sud vers l'ouest. Le 1.^{er} Mai & les jours suivans jusqu'au 3 Juin, elle fut observée presque par-tout ; à Paris, par M.^{rs} Cassini de Thury, Maraldi, la Caille, la Lande, Messier, &c. à Rouen, par M.^{rs} Bouin

& du Lague; à Montpellier, par M. de Ratte; à Avignon, par le P. Morand; à Toulouse, par M. Darquier; en Hollande, par M.^{rs} Klinkenberg, Gabri & Lulofs; à Lisbonne, par M. Chevalier; à Vienne en Autriche, par le P. Hell; à Rome, par les PP. le Sueur & Jacquier, &c.^a.

^a *Ac. Sc.* 1759,

p. 1.^{re} & suiv.

p. 279 & suiv.

1760, p. 53

& suiv. p. 425

& suiv. 1767,

p. 241 & suiv.

Mém. étr. t. V,

p. 16 & suiv.

t. VI, p. 240,

383 & suiv.

Phil. Trans.

t. LIII, p. 3.

^b *Acad. des Sc.*

1760, p. 425.

Nous donnons huit théories de l'orbite de cette Comète; nous comptons celle de M. Messier pour la première, non que nous prétendions décider qu'elle est la plus parfaite de toutes, mais parce qu'elle a été calculée sur une bien plus grande étendue d'observations que la plupart des autres, M. Messier ayant observé la Comète en quarante-sept jours différens, depuis le 21 Janvier jusqu'au 3 Juin, en-deçà & au-delà du périhélie^b.

La deuxième orbite a été calculée par M. de la Lande, sur une observation faite à Toulouse le 16 Avril par M. Darquier, une seconde faite à Londres le 1.^{er} Mai par Bradley, & une troisième faite à Paris le 21 Mai par M. de la Lande^a. M. Cassini de Thury soupçonne qu'il s'est glissé quelque erreur dans l'observation du 1.^{er} Mai^b, & nous croyons ce soupçon fondé. Telle est sans doute la raison pour laquelle la théorie de M. de la Lande s'écarte un peu de toutes les autres. On ne trouve dans les Transactions, ni l'observation susdite, ni aucune autre observation de Bradley.

^a *Ibid.* 1759,

p. 34.

^b *Ibid.* 1767,

p. 242.

La troisième orbite est de M. Maraldi; elle est fondée sur une observation de l'Abbé de la Caille du 13 Avril, & sur celles des 1.^{er} & 18 Mai de M. Maraldi. Cet Astronome, du 1.^{er} au 28 Mai, avoit observé vingt-quatre fois la Comète: il compare ces vingt-quatre observations avec le résultat de sa théorie; le calcul s'accorde vingt-trois fois avec l'observation mieux que dans la précision d'une minute; dix-huit autres fois, la différence entre l'observation & le résultat du calcul est au-dessous de deux minutes.

Acad. des Sc.

1759, p. 286

& 287.

La quatrième & la cinquième orbite sont attribuées l'une & l'autre à l'Abbé de la Caille, dans le même volume des

Mémoires de l'Académie; il les a calculées, du moins la seconde, sur ses propres observations.

La sixième & la septième sont l'une & l'autre de M. Klinkenberg, & calculées sur les observations de l'Abbé de la Caille. Dans la première, M. Klinkenberg a supposé la révolution périodique de la Comète connue, & il a fait en conséquence les réductions convenables de l'ellipse à la parabole. Dans la seconde il n'a fait aucune supposition; il a traité la Comète, comme si on l'eût observé en 1759 pour la première fois. Quelque différentes que soient ces deux théories, elles représentent également bien l'une & l'autre les vingt-deux observations de l'Abbé de la Caille. Ces observations fournissent quarante-quatre comparaisons, vingt-deux de longitudes & vingt-deux de latitudes. Par la première théorie, le calcul s'accorde avec l'observation trente-une fois mieux qu'à une minute près; la différence entre l'observation & le calcul est douze fois entre une & deux minutes, elle n'excède qu'une seule fois deux minutes. Suivant la seconde théorie, cette différence ne va jamais à deux minutes, & elle est trente-deux fois au-dessous d'une minute. On auroit sans doute trouvé & admis cette théorie, si l'on n'eût pas connu préalablement le temps de la révolution périodique de la Comète, & qu'on n'eût pas voulu tenir compte des observations faites par M. Messier, avant le passage de la Comète par son périhélie: on se seroit alors trompé de plus de deux degrés sur le lieu du périhélie de la Comète. J'ai voulu m'assurer par le calcul, si ces deux théories, qui s'accordoient si bien avec les observations faites d'un seul côté de l'axe, représenteroient avec une égale précision les observations faites de l'autre côté; j'ai choisi la première observation de M. Messier, celle du 21 Janvier. J'ai trouvé, ce à quoi je m'attendois, que cette observation ne pouvoit être représentée par la théorie parabolique de M. Klinkenberg; l'erreur a été de $1^d\ 14' 50''$ sur la longitude, & de $42' 25''$ sur la latitude de la Comète.

La huitième théorie a été calculée par M. Bailly sur les

vingt-deux observations de l'Abbé de la Caille : M. Bailly a comparé ces observations avec le calcul déduit de sa théorie; dans dix-huit comparaisons, le calcul & l'observation ne diffèrent pas d'une minute; dans dix-huit autres, la différence est entre une & deux minutes; dans six, elle est entre deux & trois minutes; enfin, elle excède deux fois trois minutes.

*Mém. étr. t. V,
p. 16.*

Il nous a paru que la théorie de l'Abbé de la Caille, est de toutes ces théories celle qui représente le mieux les observations faites par M. Messier avant le passage au périhélie; les différences entre le calcul & l'observation excèdent cependant quelquefois 7 minutes. Nous pourrions revenir sur cet objet dans la quatrième partie de cet Ouvrage, en rendant compte de notre travail sur cette même Comète.

1759. Deuxième Comète.

Cette Comète n'a paru qu'en 1760, ainsi que la suivante, qui a même été observée avant celle-ci : mais on a coutume de suivre l'ordre du passage des Comètes par leur périhélie; ces deux Comètes y ont passé en 1759, & celle-ci a passé la première.

La Comète suivante paroissoit encore, lorsque M. Messier en découvrit une nouvelle dans le Lion, le 25 Janvier 1760 : elle fut observée à Paris par M.^{rs} Cassini de Thury, le Monnier, de la Caille, Chappe, &c. mais à dater seulement du 8 Février, jour auquel de l'Isle voulut bien permettre que l'Académie fût informée de cette apparition : l'attention que les autres Astronomes apportoitent à observer l'autre Comète, fut cause sans doute que celle-ci leur échappa si long-temps. Comme les observations de M. Cassini de Thury n'ont pas encore été publiées, j'en rapporte ici le résultat, tel qu'il eut la complaisance de me le communiquer dans le temps même des observations.

*Acad. des Sc.
1760, Hist.
p. 112 & suiv.
Mém. p. 147
& suiv. 152,
153, 167,
&c. 1772,
p. 433, 434.*

M O I S & J O U R S.	T E M P S V R A I.	ASCENSION	D É C L I N.	LONGITUDE	LATITUDE
		droite de la COMÈTE.	boréale de la COMÈTE	de la COMÈTE.	boréale de la COMÈTE.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
1760.					
Févr. 9	11. 57. 58	142. 40. 55	19. 58. 38	4. 18. 36. 30	4. 57. 30
11	12. 35. 0	140. 37. 10	23. 18. 20		
12	6. 16 0	139. 57. 50	24. 24. 40	4. 14. 33. 14 $\frac{1}{2}$	8. 34. 17
	11. 34. 34	139. 45. 55	24. 40. 0		
13	7. 14. 0	139. 0. 50	25. 54. 40		
14	8. 2. 0	138. 3. 13	27. 15. 20	4. 12. 16. 25	10. 33. 23
17	10. 58. 1	135. 27. 45	30. 49. 40	4. 8. 58. 27	13. 18. 23 $\frac{1}{2}$
20	7. 32. 0	133. 23. 35	33. 34. 30	4. 6. 25. 38 $\frac{1}{2}$	15. 26. 9
22	7. 26. 0	132. 6. 25	35. 5. 45		
	10. 25. 17	132. 1. 35	35. 15. 45	4. 4. 48. 25	16. 44. 10
25	7. 18. 0	130. 24. 50	37. 11. 20		
Mars. 5	9. 24. 0	126. 43. 50	41. 21. 30		
6	8. 23. 0	126. 26. 50	41. 40. 15	3. 28. 32. 25	21. 44. 55
7	12. 18. 0	126. 8. 40	42. 2. 45		

Dès le 16 Février, j'avois présenté à l'Académie une théorie approchée de l'orbite de cette Comète, calculée sur les observations faites jusqu'alors. Les observations s'étant multipliées, je perfectionnai cette théorie, & je la présentai de nouveau à l'Académie le 27 du même mois. J'avois comparé le résultat de cette théorie avec huit observations, faites à des intervalles de temps à peu-près égaux, par M.^{rs} le Monnier, Cassini de Thury & Messier : de seize comparaisons que ce travail m'avoit procurées, il en étoit treize où la différence entre l'observation & le calcul n'atteignoit pas une minute. Comme la Comète continua d'être visible en Mars, j'ai depuis comparé cette même théorie avec les observations faites les 4 & 10 Mars par l'Abbé de la Caille, & le 16 Mars par l'Abbé Chappe : l'accord de la

*Acad. des Scs
1760, Hist.
p. 115.*

*Ibid. Mém.
p. 152, 153.*

théorie avec l'observation ne s'est pas démenti ; la différence entre l'une & l'autre a toujours été au-dessous de deux minutes, & le plus souvent au-dessous d'une minute. Je donne à cette théorie le premier rang, tant à cause de son antériorité de date, qu'à cause de son exactitude & de sa précision. J'aurois pu en dire autant de plusieurs autres Comètes de ce siècle, que j'ai calculées.

Philos. Transf.
t. LII, part. II,
p. 635.

Acad. des Sc.
1760, p. 147
& suiv.

Dans une lettre en date du 18 Février 1760, l'Abbé de la Caille envoya à la Société Royale de Londres ses observations, depuis le 8 jusqu'au 14 Février ; il y joignoit une observation de Marseille du 1.^{er} du même mois ; & du total, il concluoit une orbite sensiblement différente de celle qu'il détermina depuis : il ne donnoit au reste cette orbite que comme un essai susceptible de perfection. Ayant terminé ses observations le 10 Mars, il les communiqua à l'Académie le 26 Mars (& non le 26 Février, comme il est marqué par erreur d'impression en marge du Mémoire). Il y joignit une théorie de l'orbite de la Comète, fort approchante de la mienne, mais moins exacte, puisqu'elle ne représente la première observation de M. Messier qu'à 4 minutes près pour la longitude, & à 3' 28" près pour la latitude. Cette orbite est la seconde de la Table.

La troisième a été calculée par l'Abbé Chappe, sur une observation de M. Messier du 25 Janvier, & sur celles que l'Abbé Chappe avoit faites lui-même les 22 Février & 16 Mars.

Acad. des Sc.
1760, p. 98,
101 & suiv.
157, 166,
etc. 1772,
p. 339.

Ibid. 1772,
p. 103.

Mém. évang.
t. V, p. 44 &
suiv. 1772,
p. 341.

Phil. Transf.
t. LI, part. II,
p. 465 & suiv.

1759. Troisième Comète.

Le ciel avoit été plusieurs jours persévéramment couvert ; il se découvrit le 8 Janvier 1760, & tous les Astronomes de l'Académie découvrirent ce même jour une Comète. Elle fut observée sur-tout par M.^{rs} Cassini de Thury, Maraldi, la Caille, Chappe, Messier, à Paris^a ; par le P. Pézenas à Marseille^b ; on l'observa dès le 7 Janvier à Lisbonne^c ; elle fut aussi vue à Londres^d & ailleurs. Struyck m'écrivit en date du 17 Janvier 1760, à Amsterdam ; il

m'envoyoit quelques observations grossières, qu'il croyoit faites à la Haie; il en avoit conclu une orbite approchée de la Comète, & il trouvoit qu'elle avoit beaucoup de rapport avec l'orbite de la Comète de 1664. Je fis part à l'Académie, le 6 Février, de la lettre de Struyck, & je remarquai en général que la Comète avoit passé en 1758 assez près de Jupiter, pour que cette Planète eût pu occasionner quelque variation dans les élémens de son orbite. Mais cette action de Jupiter pouvoit-elle altérer de 16 degrés & demi l'inclinaison de l'orbite de la Comète à l'écliptique? D'ailleurs, comme l'a très-bien observé dans le temps l'Abbé de la Caille, dans la position respective de la Comète & de Jupiter, l'inclinaison de l'orbite de la Comète auroit dû plutôt augmenter que diminuer: or l'inclinaison de l'orbite de la Comète de 1664, étoit de $16^{\text{d}} 27'$ plus grande que celle de la Comète dont il s'agit actuellement.

*Acad. des Sc.
1760, p. 105.*

On a remarqué la promptitude du mouvement de cette Comète: durant les deux premières heures de son apparition, elle a parcouru $2^{\text{d}} 25'$ d'un grand cercle de la sphère; c'étoit sur le pied de 29 degrés par jour. Ce mouvement auroit paru encore plus précipité, si l'on eût pu observer la Comète dès le 7 Janvier, comme on a fait à Lisbonne.

La première orbite de cette Comète a été calculée par l'Abbé de la Caille, sur ses observations des 8 & 16 Janvier & 3 Février; elle fut communiquée à l'Académie le 26 Mars.

Ibid. p. 104.

La seconde est de l'Abbé Chappe, calculée sur une observation de M. Maraldi du 8 Janvier, & sur deux de l'Abbé Chappe lui-même, faites le 12 & le 16 du même mois.

*Ibid. p. 167;
1772, p. 340.*

La dernière observation de cette Comète, qui soit venue à ma connoissance, est de M. Cassini de Thury: le 8 Février, à $7^{\text{h}} 59'$, la Comète avoit $28^{\text{d}} 35' 49''$ d'ascension droite, & $12^{\text{d}} 8' 0''$ de déclinaison boréale.

1762.

M. Klinkenberg découvrit le premier cette Comète le

17 Mai; M. Messier l'observa depuis le 29 Mai jusqu'au 2 Juillet, M. Maraldi du 1.^{er} Juin au 2 Juillet.

Des cinq théories que nous donnons de cette Comète, M. Maraldi a calculé la première sur ses propres observations, au nombre de seize. Dans la comparaison qu'il a faite du calcul avec la théorie, la différence entre l'un & l'autre n'est que treize fois au-dessous de 2 minutes, elle excède sept fois 4 minutes, elle s'étend même une fois à 8' 7" ^a.

^a Acad. des Sc.
1762, p. 557,
561.

^b Mém. étrang.
1. V, p. 92.

^c Philos. Transf.
1. LII, part. II,
p. 581.

^d Ann. 1762,
p. 566.

La seconde théorie est de M. de la Lande, telle qu'il l'a communiquée à M. Messier ^b, & telle qu'il l'a envoyée à la Société Royale de Londres ^c. On la trouve aussi dans les Mémoires de l'Académie ^d, avec quelques changemens, mais très-légers. Cette orbite est calculée sur une observation de M. Messier du 31 Mai, & sur deux de M. de la Lande des 12 & 24 Juin. En comparant avec l'observation le calcul déduit de cette théorie, M. Messier a trouvé quelquefois des différences un peu fortes.

Mém. étrang.
1. V, p. 93.

M. Bailly a calculé la troisième orbite sur ses observations; elles sont au nombre de neuf, du 4 au 25 Juin. Sur dix-huit comparaisons qu'elles fournissent, la différence entre l'observation & le calcul est neuf fois au-dessous de 2 minutes; elle excède deux fois 5 minutes.

Acad. des Sc.
1763, p. 233
& 234.

La quatrième orbite a été calculée par M. Klinkenberg sur son observation du 17 Mai, & sur vingt observations de M. Messier. Toutes ces observations comparées avec le calcul, on trouve vingt-trois différences au-dessous de 2 minutes, dix-sept entre 2 & 5 minutes, une de 5' 0", une de 7' 14".

Mém. étrang.
1. V, p. 175
& 176.

La cinquième théorie est de Struyck: il en a comparé les résultats avec vingt-six observations de M.^{rs} Messier, Klinkenberg & autres; l'observation s'accorde le plus souvent avec le calcul mieux qu'à 2 minutes près, la plus grande différence est de 4' 40". On pourroit en conclure que cette théorie est la plus exacte de toutes.

Acad. des Sc.
1763, p. 15.

1763.

Je n'ai connoissance que des observations de M. Messier, sur la Comète de 1763 ; il la découvrit le 28 Septembre au soir : ce même jour, le lendemain 29 Septembre, & le 2 Octobre, il ne put faire autre chose que d'estimer sa position dans le ciel ; le 30 Septembre, le 3 Octobre & divers autres jours jusqu'au 25 Octobre, il détermina son lieu par des observations en forme. La Comète fut périhélie le 2 Novembre matin, les nuages ne permirent pas à M. Messier de l'observer, depuis le 25 Octobre au soir jusqu'au 12 Novembre matin ; il en détermina encore plusieurs positions, depuis le 12 jusqu'au 25 Novembre, jour auquel il l'observa pour la dernière fois.

De toutes les Comètes dont j'ai calculé l'orbite, la Comète de 1763 est une de celles auxquelles j'ai consacré le plus de temps. J'en ai présenté les élémens à l'Académie ; ceux que je donne dans la Table générale en diffèrent très-peu. Les premiers ne donnoient aucune différence entre le calcul & l'observation du 25 Novembre matin ; ceux-ci représentent, avec plus de précision que les premiers toutes les longitudes observées en Octobre & en Novembre, excepté celle du 25 Novembre, ainsi que toutes les latitudes observées en Octobre, & celle du 12 Novembre matin ; il est très-rare que la différence entre le calcul & l'observation excède deux minutes, le plus souvent même elle n'atteint pas une minute. Mais & cette théorie, & celle que j'avois donnée d'abord, & plusieurs autres que j'ai essayées, s'accordent à représenter fort mal les longitudes & les latitudes déterminées en Septembre, & les latitudes seulement observées les 14, 15, 16 & 18 Novembre. J'ai supposé que la Comète pouvoit parcourir une ellipse fort différente de la parabole, & qu'ayant été observée avant & après son périhélie, presque aux deux extrémités du paramètre de son orbite, elle avoit pu s'écarter sensiblement de la route parabolique que je lui avois assignée : cette supposition ne m'a pas réussi ; le fruit de tous mes calculs a

*Acad. des Sc.
1764, p. 587.
& 1774.
p. 36.*

été de me persuader qu'il falloit abandonner les déterminations faites en Septembre. Celles des 28 & 29 de ce mois ne souffrent guère de difficulté; en ces deux jours le lieu de la Comète ne fut point observé, il ne fut qu'*estimé*, mais il me paroît également impossible de faire quadrer l'observation du 30 Septembre avec celles du mois d'Octobre. Quant aux observations de Novembre, les erreurs de calcul ou de l'observation ne sont sensibles que pour les latitudes. La différence entre la latitude calculée & la latitude observée n'est le 12 Novembre que de 1' 17"; le 14 elle monte à plus de 10 minutes, à plus de 8 minutes & demie le 15, le 16 à près de 7 minutes, le 18 à près de 4 minutes; enfin le 25 elle n'atteint pas une minute. Il semble que si ces différences avoient pour cause une courbure de l'orbite, sensiblement différente de la courbure parabolique, elles ne devroient pas suivre cette marche. Je crois donc devoir m'en tenir à l'orbite que je propose dans la Table générale.

1764.

Acad. des Sc.
1771, p. 506
& suiv. *Philos.*
Transf. t. LIV,
p. 151.

Acad. des Sc.
1764, p. 487.

Ibid. p. 344.

C'est encore M. Messier qui découvrit cette Comète, il l'observa depuis le 3 Janvier jusqu'au 11 Février. J'en ai calculé trois fois l'orbite. Le premier calcul n'avoit pour données que les premières observations du 3 au 11 Janvier; je le communiquai à l'Académie le 18 Janvier, & je promis une éphéméride de la Comète. Je donnai en effet dès avant la fin de Janvier cette éphéméride, précédée de *Nouveaux élémens* de l'orbite de la Comète, perfectionnés d'après les observations faites par M. Messier jusqu'au 22 Janvier. Dans les Mémoires de l'Académie, ces seconds élémens sont imprimés avant les premiers; la communication de ceux-ci est datée du 18 Juillet, au lieu du 18 Janvier, la seule lecture du Mémoire suffit pour se convaincre de cette erreur de date; enfin il s'est glissé une faute d'impression dans ces premiers élémens, on marque le nœud ascendant en 3^r 19^d &c. il faut lire 3^r 29^d &c. je n'étois pas en France, quand on imprimoit ce Mémoire. J'ai cru devoir avertir de ces fautes,

parce qu'elles ont induit en erreur M. de la Lande & l'Éditeur des Tables de Berlin, qui ont donné ces premiers élémens, avec la faute d'impression, pour la vraie théorie de l'orbite de la Comète. M. Messier ayant continué ses observations jusqu'au 11 Février, veille du jour du passage de la Comète par son périhélie, j'ai retouché les seconds élémens. La troisième théorie de l'orbite diffère peu de la seconde, mais elle est plus précise; j'en ai comparé les résultats avec les observations. C'est cette théorie que j'ai insérée dans la Table générale.

*Acad. des Sc.
1771, p. 513
514.*

1766. Première Comète.

Le prétendu satellite de Vénus faisoit quelque sensation; M. Messier le cherchoit: au lieu du satellite il découvrit le 8 Mars 1766, une nouvelle Comète, il l'observa durant huit jours consécutifs. J'ai calculé l'orbite sur les observations de M. Messier, & j'ai comparé les résultats du calcul avec une observation de chaque jour, ce qui m'a produit seize comparaisons. La différence entre l'observation & le calcul a toujours été au-dessous de deux minutes, le plus souvent même au-dessous d'une minute. M. Cassini de Thury observa aussi cette Comète, le 11 Mars & les quatre jours suivans, en 1766 (& non pas en 1767, comme on l'a marqué par erreur dans le volume de 1767, *Histoire*, page 105, *Mémoires*, page 315, & dans la *Table des Mémoires*). M. de Thury compara ses observations avec la théorie que j'avois proposée, & fut satisfait de l'accord qu'il y trouva. L'Abbé Chappe observa pareillement la Comète les 11, 12, 14 & 15 Mars; nos élémens représentent assez bien les observations des trois premiers jours; celle du 15 Mars s'en éloigne un peu plus, sur-tout quant à la latitude: mais l'Abbé Chappe donne cette observation comme moins précise que celles des jours précédens. Nonobstant l'accord des observations avec la théorie, je ne puis donner cette théorie que comme un *à-peu-près*, vu le peu de temps que la Comète a paru, & le peu de chemin qu'elle a parcouru.

*Acad. des Sc.
1773, p. 157,
57 suiv.*

*Acad. des Sc.
1766, p. 424
425.*

*Acad. des Sc.
1767, p. 315,
31 suiv.*

*Acad. des Sc.
1766, p. 425,
42 suiv.*

^a Acad. des Sc.
1767, p. 322
et suiv.
^b Mém. évang.
t. VI, p. 92.
Acad. des Sc.
1773, p. 163
et suiv.

^c Ibid. p. 166.

Cette Comète n'a été observée à Paris que cinq jours consécutifs, du 8 au 12 Avril, par M. Cassini de Thury^a & par M. Messier^b. J'avois calculé l'orbite sur les observations de M. Messier^c; le calcul s'accordoit assez bien avec les observations: mais ayant eu depuis connoissance d'autres observations inconciliables avec ma théorie, j'ai été obligé de la proscrire. Des calculs multipliés m'ont procuré des théories nouvelles, fort différentes de la première, & s'accordant cependant aussi-bien qu'elle avec les observations de M. Messier. Tant il est vrai qu'il faut se défier des orbites Cométaires, calculées sur des observations peu distantes les unes des autres; au moins quand la Comète n'a pas compensé par la promptitude de son mouvement apparent le peu de durée de son apparition!

Le P. Jean Helfenzriede, Professeur de Mathématiques à Dillingen en Souabe, écrivit à M. Messier, le 26 Octobre 1766, qu'il avoit vu cette Comète dès le 1.^{er} Avril, mais que, dépourvu d'instrumens, il n'avoit pu estimer son lieu qu'à la vue simple; qu'une ligne droite, tirée d' ω de Persée à la Comète, lui avoit paru descendre au-dessous des Pléiades; qu'une autre ligne droite, tirée de α près le pied de Persée à la claire du Bélier, passoit à peu-près par la Comète, le tout vers neuf heures & demie du soir. Selon la théorie à laquelle nous avons cru devoir nous en tenir, & que nous avons insérée dans la Table, la Comète étoit alors en $1^{\circ} 53^d 6' 24''$ avec $11^d 5' 30''$ de latitude boréale, ce qui revient à peu-près aux alignemens déterminés par le P. Helfenzriede.

Le même Père ajoute que deux observateurs avoient observé la Comète le 6 Avril à Ingolstat. L'ayant appris, il leur écrivit, & les pria de lui communiquer leurs observations. La réponse du premier se fit attendre; elle se borna à dire que l'observation n'étoit pas assez exacte, & qu'elle ne méritoit pas d'être communiquée. Le second avoit monté sur une machine parallactique une lunette de deux pieds,

garnie d'un réticule rhomboïde. Il soupçonne que la diagonale verticale du réticule étoit un peu inclinée ; en conséquence il ne donne pas son observation comme bien précise. Il avoit comparé le passage de la Comète par le fil vertical du réticule avec celui de deux Étoiles ; la première étoit certainement la claire ou la plus australe de la Mouche ; il croit, mais sans en être absolument assuré, que l'autre étoit la plus boréale de la Mouche. Il remarque lui-même que les passages de ces deux Étoiles donnent à la Comète deux ascensions droites & deux déclinaisons, qui diffèrent entre elles, les premières de $13^{\circ} 7''$, les secondes de $22^{\circ} 15''$; que ces erreurs ne peuvent être attribuées à ses observations ; qu'en conséquence il faut que l'Étoile qu'il a prise pour la boréale de la Mouche, ne soit qu'une Étoile télescopique, ou que celui qui comptoit à l'horloge se soit trompé, dans le trouble où il avoue que le nombre des assistans & le bruit qu'ils faisoient, l'avoit jeté. Les passages de la Comète & de la claire de la Mouche ont donné à $9^{\text{h}} 10' 48''$, temps vrai, $12' 36''$ de temps, ou $3^{\text{d}} 9' 31''$, 5 de différence en ascension droite, & $20' 1''$, 5 de différence en déclinaison entre la Comète & l'Étoile. La Comète suivoit l'Étoile & elle étoit plus boréale. L'observateur en conclut l'ascension droite de la Comète de $42^{\text{d}} 12' 59''$, 5 ; sa déclinaison boréale $26^{\text{d}} 37' 5''$; sa longitude $1^{\text{f}} 17^{\text{d}} 46' 15''$; la latitude boréale $9^{\text{d}} 53' 12''$. En prenant une position de l'Étoile, mieux autorisée que celle qu'a employée l'observateur, on concluroit $42^{\text{d}} 11' 42''$ d'ascension droite, $26^{\text{d}} 36' 31''$ de déclinaison, $1^{\text{f}} 17^{\text{d}} 44' 57''$ de longitude, $9^{\text{d}} 53' 8''$ de latitude : or selon nos élémens, la longitude devoit être de $1^{\text{f}} 17^{\text{d}} 38' 51''$, & la latitude de $9^{\text{d}} 51' 49''$. J'aurois pu rapprocher la théorie de cette observation ; mais ce n'auroit été qu'aux dépens des observations de M. Messier, qui me paroissent mériter plus de confiance que celle de l'observateur d'Ingolstat.

Dans une éphéméride que j'avois construite sur ma première théorie, j'avois annoncé que la Comète reparoitroit après son passage au périhélie. Elle reparut en effet, mais

dans une position qui ne permit pas de l'observer en Europe. La Nux voulut suppléer, autant qu'il étoit en lui, à ce qu'il concevoit que nous ne pouvions faire : il suivit la Comète depuis le 29 Avril jusqu'au 13 Mai. J'ai déjà dit que ce respectable Magistrat ne manquoit pas d'intelligence ; mais il n'avoit pas d'instrumens ; il y suppléoit par des mécaniques ingénieuses, mais fort équivoques dans la pratique. On ne doit donc pas s'attendre à des observations précises de sa part ; mais selon mes premiers élémens, les observations auroient été en erreur de 20 degrés & plus ; c'étoit certainement trop : l'orbite que j'infère dans la Table générale, ne représente pas avec précision ces observations ; mais au moins elle ne s'en éloigne que de deux degrés en latitude. J'ai bien trouvé d'autres orbites qui s'accordoient mieux avec les observations de la Nux ; mais elles introduisoient des erreurs de 20 à 30 minutes dans les observations de M. Messier.

La Nux observoit à Saint Paul, île de Bourbon ; les temps sont ceux de sa montre, réglée sur le coucher du Soleil.

Le 29 Avril, à $5^h 34' \frac{3}{4}$ du matin, la Comète étoit à $17^d 52'$ de γ de Pégase ; à $5^h 31' \frac{1}{5}$ elle étoit à $27^d 39'$ de β de la Baleine. J'ai conclu de cette observation que la Comète étoit en $0^f 18^d 25'$, & que sa latitude australe étoit de $0^d 15' 20''$: selon nos élémens, la longitude étoit de $0^f 17^d 2'$, avec $2^d 2'$ & demie de latitude australe.

Le 1.^{er} Mai à $5^h 18' \frac{1}{2}$ du matin, distance de la Comète à γ de Pégase, $18^d 12'$; à $5^h 30'$, distance à β de la Baleine, un peu douteuse, $27^d 0'$; ce qui donne à la Comète environ $0^f 18^d 6'$ de longitude, & $1^d 0'$ de latitude australe. La Nux remarque que la Comète, à sa sortie de derrière les montagnes, qui bornent à l'est l'horizon de Saint Paul, étoit sensiblement plus orientale, ou moins septentrionale que la veille, ce qui devoit être suivant notre théorie.

Le 2 à $5^h 19' \frac{1}{2}$ du matin, distance de la Comète à β de la Baleine, 26 degrés $49'$; à $5^h 31'$, distance à γ de Pégase $18^d 24'$: donc la Comète auroit été vers $0^f 18^d 7'$ de longitude, avec $1^d 15'$ de latitude australe. La Comète

à la sortie de derrière les montagnes s'étoit rapprochée du nord à l'est de $1^d 15'$ à $16'$.

Le 3 à $5^h 14' \frac{1}{2}$ du matin, distance de β de la Baleine à la Comète, $26^d 28' \frac{1}{2}$; à $5^h 20'$, distance d'Algenib (ou γ de Pégase) $18^d 40' 30''$: donc la Comète vers $0^f 18^d 3'$, avec $1^d 39' 30''$ de latitude australe.

Le 5 à $5^h 0'$ du matin, le noyau de la Comète est sorti de derrière la montagne. Au jour, la Nux s'assura que le point de la montagne, d'où la Comète étoit sortie, étoit à $83^d 40'$ de distance du zénith, son azimut étant pour lors de $1^d 38' \frac{1}{2}$ plus vers l'est que lorsqu'elle avoit commencé à paroître le 29 Avril. Or la Nux « ayant exactement tracé sur la pierre de la méridienne, recherché & mesuré les direc- « tions des points de la montagne, où la Comète a paru en « divers jours; il a trouvé que l'angle formé le 29 Avril au « zénith par le méridien & le vertical de la Comète sortant « de la montagne, étoit de $80^d 19' 34''$ du nord à l'est: » donc le 5 Mai l'angle étoit de $81^d 58' 4''$, & la Comète auroit été en $0^d 18' 54''$ avec $2^d 21'$ de latitude australe. Mais peut-on beaucoup compter sur une telle observation, où l'heure, devenue un élément essentiel, n'est connue que par une montre réglée sur le coucher du Soleil, où le reste de l'opération est fondé sur une méridienne à petit point, sur d'autres instrumens peut-être encore plus équivoques, & sur la sortie d'une Comète de derrière une montagne? Il est à remarquer que les causes possibles d'erreur agissoient ici beaucoup plus dans le sens de la latitude que dans celui de la longitude.

Le 6 à $5^h 8'$ du matin, la distance de la Comète à β de la Baleine, $26^d 21'$; à $5^h 14' \frac{1}{2}$ distance à Algenib, $19^d 52'$: donc la Comète étoit vers $0^f 18^d 50'$; latitude $2^d 34'$ sud. Le noyau de la Comète s'étoit montré à $4^h 57'$ au-dessus de la montagne.

Le 7 à $4^h 57'$ du matin, la Comète est sortie de derrière la montagne, à $83^d 57'$ de distance du zénith, son vertical étant de 36 à $37'$ plus à l'est que le 5, & de 1^d

54' plus à l'est que le 29 Avril. La Nux, par une détermination qu'il regarde comme très-précise, trouva ce vertical de $82^{\text{d}} 14' 24''$ du nord à l'est: donc à $4^{\text{h}} 57'$ la Comète auroit été en $0^{\text{f}} 20^{\text{d}} 24' 47''$, avec $2^{\text{d}} 57' 46''$ de latitude australe.

Le 8, la Comète se montra à $4^{\text{h}} 51'$ du matin, presque dans le même vertical que la veille. La Nux, voyant la Comète accélérer son lever, veut qu'on remarque *cette accélération contre l'ordre des signes*. Dans la réalité, la Comète, rétrograde d'abord en apparence, avoit commencé depuis peu, & continuoit nécessairement à se mouvoir selon l'ordre des signes: donc cette accélération rétrograde, remarquée par la Nux, ne pouvoit être attribuée qu'à sa montre, qui ne gardoit pas l'heure aussi fidèlement qu'il se le persuadoit. En supposant l'observation exacte, la longitude de la Comète auroit été de $0^{\text{f}} 19^{\text{d}} 55'$; sa latitude $2^{\text{d}} 46'$ sud.

Le même jour, à très-peu de distance du noyau, un peu plus sud & un peu plus ouest, la Nux aperçut dans le champ de la lunette *une fort petite Étoile, invisible à la simple vue*. Rapportant ses observations précédentes & suivantes sur un zodiaque de d'Heulland, il se persuada que cette Étoile étoit μ des Poissons. En effet, si les autres observations de la Nux sont exactes, μ des Poissons devoit réellement être le 8 Mai matin, un peu plus méridional & un peu plus occidental que la Comète, puisque sa longitude moyenne étoit alors $0^{\text{f}} 19^{\text{d}} 51' 25''$, & sa latitude australe $3^{\text{d}} 4' 4''$. Mais si cette Étoile n'étoit pas μ des Poissons, les autres observations de la Nux ne sont point exactes. Or, à $4^{\text{h}} 51'$ le crépuscule n'étoit pas encore commencé le 8 Mai, la Lune fut nouvelle ce jour même, d'ailleurs la Nux étoit doué d'une vue extrêmement perçante: qu'on juge d'après cela si μ des Poissons, Étoile de 4^{e} grandeur, a pu lui paroître dans la lunette *une fort petite Étoile, & invisible à la vue simple*: donc μ des Poissons & la Comète n'ont pas paru le 8 Mai matin dans le même champ de la lunette; donc la Comète n'étoit pas en $0^{\text{f}} 19^{\text{d}} 55'$ avec $2^{\text{d}} 46'$ de latitude australe: elle étoit selon nos élémens

éléments en $0^{\circ} 19^{\text{d}} 56' 44''$, & sa latitude australe étoit de $4^{\text{d}} 37' 18''$.

Ce même jour 8 Mai, la Comète fut observée au cap de Bonne-espérance. A $5^{\text{h}} 5'$ du matin, on la releva un rhumb précis ($11^{\text{d}} 15'$) plus est que Vénus, & sa distance à cette Planète fut trouvée de $16^{\text{d}} 46'$. On ne donne pas sans doute cette observation comme étant de la précision la plus rigoureuse. Comment s'est-on assuré de l'heure de l'observation? La différence d'un rhumb précis entre les verticaux des deux astres est-elle bien précise? Quoi qu'il en soit, j'ai calculé l'observation. Vénus étoit en $0^{\circ} 5^{\text{d}} 11' 41''$ avec une latitude australe de $8''$ & demie seulement; son ascension droite étoit de $4^{\text{d}} 46' 6''$, sa déclinaison boréale $2^{\text{d}} 3' 49''$, sa hauteur sur l'horizon du Cap $20^{\text{d}} 29' 25''$, son amplitude $17^{\text{d}} 18' 59''$ de l'est au nord: donc hauteur de la Comète $7^{\text{d}} 49' 7''$ (d), son amplitude $6^{\text{d}} 3' 59''$ de l'est au nord, son ascension droite $21^{\text{d}} 28' 44''$, sa déclinaison boréale $0^{\text{d}} 40' 32''$, enfin sa longitude $0^{\circ} 20^{\text{d}} 6' 4''$, & sa latitude australe $7^{\text{d}} 45' 35''$. Au même instant la Comète étoit selon nos éléments en $0^{\circ} 20^{\text{d}} 3' 4''$ avec une latitude australe de $4^{\text{d}} 38' 1''$. Ainsi la longitude que l'on conclut de nos éléments n'excédoit que de $1' 44''$ celle qui avoit été observée à l'île de Bourbon, & elle étoit de 3 minutes moindre que celle qui est déterminée par l'observation du Cap. La différence des latitudes est plus forte; celle de l'île de Bourbon est de $1^{\text{d}} 51'$ plus boréale que la nôtre; mais la nôtre est plus boréale de $3^{\text{d}} 7' 34''$ que celle du Cap: nous ne pouvions nous accorder avec deux observations aussi différentes, nous tenons le milieu, nous approchant cependant plus de l'observation de La Nux que de celle du Cap.

Enfin ce même jour 8 Mai, La Nux soupçonna que l'amplitude de la Comète, qui jusque-là s'étoit toujours accrue

(d) On pourroit aussi conclure des données une hauteur de $33^{\text{d}} 58' 46''$; mais cette solution mettroit manifestement la Comète trop au sud. Dans les calculs suivans, on a tenu compte de l'effet de la réfraction.

du nord vers l'est, commençoit à rétrograder de l'est vers le nord. Pour s'en assurer, il prit le sage parti de laisser d'un jour à l'autre son instrument en place, & le lendemain 9, il reconnut en effet un léger mouvement vers le nord. Sur cet article La Nux n'a pu le tromper. Il faut donc que selon la vraie théorie du mouvement de la Comète, sa déclinaison boréale, après avoir diminué jusqu'au 7 Mai, ait commencé à augmenter le 8 : or c'est ce qui a dû réellement arriver, suivant notre théorie.

Le 9, le 10, le 11 & le 13 La Nux marqua à sa montre les instans auxquels il vit la Comète & l'Etoile télescopique, qu'il croyoit être μ des Poissons, pointer au-dessus de la montagne, observations dont on ne pourroit tirer aucune lumière, quand même on connoîtroit parfaitement la position de l'Etoile.

Le 13, la Comète n'étoit plus visible que dans la lunette; elle sortit de derrière la montagne à $4^h 47'$, distante du zénith de $83^d 57'$, & déclinant en azimut de $81^d 40' 24''$ du nord à l'est, ce qui donneroit $23^d 0' 16''$ pour son ascension droite, $5^d 37' 10''$ pour sa déclinaison boréale, $0^f 23^d 21' 53''$ pour sa longitude, & $3^d 43' 27''$ pour sa latitude australe. De nos élémens on conclut $0^f 22^d 33' 40''$ pour longitude, & $5^d 25' 0''$ pour latitude; l'erreur sur la latitude est par-tout à peu-près la même, & dans le même sens, ce qui doit naturellement être, puisque l'on a toujours suivi à peu-près la même marche dans les observations.

J'ai rapporté dans quelque détail les observations de M. de la Nux, parce qu'elles m'ont réellement servi à trouver une orbite de la Comète plus exacte que celle que j'avois proposée d'abord. L'accord entre le calcul & l'observation n'est pas aussi parfait qu'on pourroit le desirer : est-ce la faute des observations? Je le crois. Si cependant quelqu'un plus heureux, ou plus habile que moi, pouvoit extraire de ces observations une théorie plus satisfaisante que celle que je propose, j'applaudis d'avance de bon cœur à son succès.

1769.

Cette belle Comète a été observée par-tout où il y a eu des observateurs. Voyez le nom des observateurs, & les observations même dans nos Mémoires : celles de M. Maskelyne à Greenwich se trouvent dans le recueil de ses Observations, imprimé à Londres en 1776, *in-fol.* Ces observations s'étendent depuis le 8 Août, jour auquel elle fut découverte à Paris par M. Messier, jusqu'au 15 Septembre, avant le périhélie de la Comète, & après son périhélie, depuis le 24 Octobre jusqu'au 1.^{er} Décembre. La Nux l'observa à l'île de Bourbon, depuis le 26 Août jusqu'au 26 Septembre. Nous l'observâmes en mer, faisant voile des Canaries à Cadix, depuis le 27 Août jusqu'au 16 Septembre. Je ne rapporte ici ni les observations de La Nux, ni celles que nous fîmes, M. de Fleurieu, commandant alors la frégate du Roi l'*Isis*, & moi ; nous en avons de beaucoup meilleures ; notre dessein n'étoit que de suppléer, autant qu'il étoit en nous, au défaut des observations Européennes, si elles eussent été malheureusement contre-carrées par le mauvais temps & les nuages. Je remarquerai seulement 1.^o que j'ai cru voir très-distinctement, sur-tout le 4 Septembre, des ondulations dans la queue, analogues à celles que l'on aperçoit dans les aurores boréales ; telles Étoiles que j'avois vues décidément renfermées dans la queue, en étoient peu après sensiblement distantes. 2.^o La queue étoit sensiblement arquée, la partie convexe tournée vers le nord ; quelquefois même elle formoit vers son extrémité un second arc plus petit, dont la convexité regardoit le sud, phénomènes que La Nux observa pareillement à l'île de Bourbon. 3.^o Il paroît que nous avons vu, La Nux & nous, la queue beaucoup plus longue qu'on ne l'a observée ailleurs. La Nux la mesura le 11 Septembre matin, & lui trouva 97 degrés & demi de longueur : le même jour, avec ma vue très-myope, je remarquai que de 23 degrés de l'Écrevisse, où la tête étoit alors, avec environ 23 degrés & demi de latitude australe, la queue s'étendoit jusque sous

L ij

Acad. des Sc.
1769, p. 49
& suiv. 1770,
p. 24 & suiv.
1775, p. 392
& suiv.

α des Poissons, & quelques degrés même au-delà; sa longueur étoit donc d'environ 90 degrés. Le 28 Août, M. Maskelyne jugea la queue de 7 degrés, M. Messier de 15, La Nux & nous de 19 à 20. Le 9 Septembre, la longueur de la queue étoit de 43 degrés selon M. Maskelyne, de 55 suivant M. Messier, de 60 & plus au jugement de La Nux, de 75, selon nous. Il en est de même de plusieurs autres jours.

On a proposé un grand nombre d'orbites de cette Comète. M. de la Lande a calculé la première sur les observations des 14 Août, 15 Septembre & 4 Novembre de M. Messier. La seconde a été calculée, à la prière de M. de la Lande, par M. Wallot, sur les mêmes observations des 14 Août & 15 Septembre, & sur une du 1.^{er} Décembre.

*Acad. des Sc.
1769, p. 55,
56.*

M.^{rs} Cassini père & fils, & M. Maraldi avoient observé cette Comète en vingt-un jours différens, entre le 21 Août & le 1.^{er} Décembre; c'est sur ces observations que M. Cassini fils, a calculé la troisième orbite: il en a comparé les résultats avec les observations; sur quarante-deux comparaisons, l'erreur est vingt-cinq fois au-dessus de 3 minutes, elle excède quelquefois 4 & même 5 minutes.

*Ibid. 1770,
p. 24 & suiv.*

M.^{rs} Prosperin, Audiffredi, Slop & Zanotti ont calculé les quatre orbites suivantes, le premier sur les observations de M. Wargentini, les autres sur les leurs propres: tous ont comparé leur théorie avec les observations. Sur quarante-quatre combinaisons de M. Slop, la différence entre l'observation & le calcul est trente-huit fois moindre que 2 minutes; elle n'excède que deux fois 3 minutes. Sur trente-cinq comparaisons de M. Prosperin, six différences excèdent 4 minutes. Les combinaisons du P. Audiffredi sont encore moins satisfaisantes, l'erreur excède quelquefois 9 & même 10 minutes. Quant à l'orbite de Zanotti, elle diffère prodigieusement de toutes les autres: est-ce parce que cet Astronome n'a observé la Comète que dans une branche de sa trajectoire? Cette seule cause ne devoit pas produire de si grandes différences. D'ailleurs, dans la comparaison que fait Zanotti de ses

observations avec les résultats de sa théorie, l'erreur excède trop souvent 8, 9, 10 & même 11 minutes. *Acad. 1775.
p. 430 & suiv.*

Les trois orbites qui suivent ont été données par M.^{rs} Asclepi, Lambert & Widder.

Les deux orbites suivantes sont elliptiques, calculées par M.^{rs} Euler & Lexell. Celui-ci, en supposant la possibilité d'une minute d'erreur dans les observations qu'il a choisies, pour y asséoir ses calculs, détermine la durée de la révolution périodique de la Comète entre quatre cents quarante-neuf & cinq cents dix-neuf ans. Les calculs de M. Lexell ne peuvent certainement être qu'absolument exacts & précis : mais toutes les observations d'une Comète, dont l'atmosphère étoit aussi étendue que celle de la Comète de 1769, peuvent-elles être dans la précision d'une minute ? Dans nos Mémoires & dans le recueil des *Tables astronomiques* de Berlin, d'après le *Recueil pour les Astronomes*, tome I, page 225, le périhélie de la Comète, déterminé par M. Euler, est marqué en 4^f 29^d 16' ; c'est probablement une faute d'impression dans le *Recueil* ; il faut lire 4^f 24^d 16' ; la théorie de M. Euler est d'ailleurs trop semblable à celle de M. Lexell & à la nôtre, pour soupçonner qu'elle puisse différer ici de 5 degrés. *Ibid. p. 430.*

La dernière orbite est aussi elliptique ; nous l'avons calculée sur les observations de M. Messier, des 21 Août, 25 Octobre & 1.^{er} Décembre : elle diffère peu de celle qui a été calculée par M. Lexell ; mais nous trouvons d'un autre côté douze cents trente-un ans & un tiers pour la durée de la révolution périodique : cette différence entre le résultat des calculs de M. Lexell & le nôtre ne peut avoir d'autre cause que la différence des observations sur lesquelles nous avons calculé M. Lexell & nous cette orbite. Douze cents trente ans avant l'apparition de cette Comète, ou en l'an 539, il en a paru une bien analogue à celle de 1769 ; mais je suis fort éloigné de décider que ce fût la même Comète.

1770. Première Comète.

M. Messier découvrit cette Comète le 14 Juin, & l'ob-

serva assiduellement jusqu'au 2 Octobre. Beaucoup d'autres Astronomes l'ont observée; les observations qui nous sont parvenues, sont rapportées dans un Mémoire de M. Messier, qu'on peut consulter. Voyez celles de M. Maskelyne dans le Recueil de ses observations.

*Acad. des Sc.
1776, p. 597
& suiv.*

*Ibid. 1770,
p. 255, 1776,
p. 632.*

Cette Comète a eu cela de particulier, qu'elle a beaucoup tourmenté ceux qui ont entrepris d'en calculer l'orbite. Je l'avois fait d'abord sur les premières observations de M. Messier; la théorie que je présentai à l'Académie, les représentoit assez bien (*e*): c'est la première de la Table. J'avois cru devoir négliger les observations des 14 & 30 Juin, & celles des premiers jours de Juillet: M. Messier déclare dans son Mémoire, qu'en ces jours-là il n'avoit point observé, mais seulement estimé le lieu de la Comète. Les premières observations du mois d'Août ne se lièrent point du tout à ma théorie; j'en calculai d'autres à pure perte. Quand la Comète eut cessé de paroître au mois d'Octobre, j'essayai fort inutilement de nouvelles théories; toutes celles qui satisfaisoient aux dernières observations, se refusoient aux premières; celles qui s'accordoient avec celles-ci, ne pouvoient se concilier avec les autres, ni même avec celles du mois d'Août. Je faisois entrer dans mes calculs les effets de la réfraction, de la parallaxe, de l'aberration même; je n'obtenois pas un succès plus heureux. Enfin ayant pris pour termes les observations des 2, 8 & 14 Août, faites au voisinage du sommet de la courbe, je trouvai jusqu'à sept orbites différentes, qui satisfaisoient également bien aux observations choisies, & j'en aurois pu trouver un bien plus grand nombre. La première de ces orbites étoit presque la même que la seconde de M. Prosperin: j'en donne une autre qui en diffère beaucoup plus; c'est la seconde de la

(*e*) M. Prosperin ayant calculé sur mes élémens les lieux de la Comète, a trouvé entre le calcul & l'observation des différences plus grandes que celles que j'ai trouvées: cela ne peut venir que des différens lieux du Soleil que nous avons déterminés l'un & l'autre. Le 30 Juin, une différence de 10 secondes sur le lieu du Soleil, en occasionnoit une de près de 15 minutes sur le lieu géocentrique de la Comète. Cet effet étoit moindre les jours précédens; mais il étoit cependant très-sensible.

Table. Cette théorie, aussi-bien que les six autres, se soutenoit jusqu'au 19 Août, mais point au-delà : dès le 31 Août, la différence entre le calcul & l'observation étoit, sur la longitude, de 26 minutes; le 2 Octobre, de 3^d 23' : le 15 Juin l'erreur en longitude n'étoit que de 14 minutes, mais l'erreur en latitude étoit de 1^d 15'.

Ce que je faisois à Paris, M. Prosperin, savant Astronome Suédois, le faisoit à Upsal. Il s'arrêta d'abord à rechercher des élémens qui satisfissent aux observations faites dans la seconde branche de l'orbite de la Comète, depuis le 10 Août jusqu'au 2 Octobre; il ne put réussir à accorder les observations avec des élémens paraboliques. Il se borna à un moindre intervalle de temps, il trouva des élémens qui représentent les observations faites depuis le 26 & sur-tout depuis le 30 Août jusqu'au 2 Octobre : il les appelle ses *troisièmes élémens*, ce sont les cinquièmes de la Table. Revenant sur les observations de Juin, & y comprenant celle du 14 Juin, que M. Messier lui-même n'a pas jugé à propos de joindre à ses autres observations, quand il les a réduites en une seule Table, il a déterminé ses *premiers élémens*; ce sont les troisièmes de notre Table générale. Ces élémens, comme le remarque M. Prosperin, diffèrent peu de ceux que nous avons donnés; mais il les trouve plus conformes aux observations. Enfin les *seconds élémens* de M. Prosperin; quatrièmes de notre Table, ont été calculés sur les observations faites depuis le 2 jusqu'au 19 Août. M. Prosperin a comparé les observations de M. Messier avec leurs élémens correspondans, & tout s'est trouvé suffisamment d'accord, au moins quant à la première & la dernière partie de l'orbite. Pour ce qui regarde celle du milieu, la correspondance n'est pas aussi parfaite; M. Prosperin observe, avec raison, que c'est vers le sommet de l'orbite que la parabole diffère le plus de l'ellipse.

*Acad. des Sc.
1776, p. 630
& Juin.*

Mais pourquoi trois sortes d'élémens pour une même Comète? M. Prosperin croit que la différence entre les premiers & les troisièmes, pourroit venir de quelque perturbation

*Acad. des Sc.
1776, p. 637.*

*Essai sur les
Com. p. 126.*

occasionnée par la proximité de la Terre. M. Widder, Professeur de Philosophie en l'Université de Groningue, n'ayant pu faire accorder toutes les observations avec une seule théorie, pense pareillement que l'orbite a été altérée, vers la fin de Juin & le commencement de Juillet, par l'action de la Terre. Nonobstant cela, M. Widder a calculé une seule orbite sur les observations de M. Messier des 25 & 29. Juin, 14 & 19 Septembre; c'est la sixième de la Table. La moindre distance de la Comète à la Terre fut, vers la fin de Juin, de sept cents cinquante mille lieues: je pense, avec M. du Séjour, que cette distance étoit encore trop forte, pour occasionner dans les mouvemens de la Comète des altérations aussi sensibles que celles qu'il faudroit y admettre, pour autoriser la multiplicité des théories proposées par M. Prosperin. D'ailleurs, pourquoi les élémens diffèrent-ils en Août & en Septembre? L'action de la Terre devoit avoir produit son entier effet dès les premiers jours de Juillet. Je conviens qu'il n'est quelquefois pas facile de trouver avec précision le lieu du périhélie d'une Comète, par des observations faites près de ce périhélie; mais ici on a deux mois d'observations, & les dernières ont été faites à une distance considérable du périhélie. Combien n'avons-nous pas de Comètes, qui, après avoir paru dans de semblables circonstances, ont été calculées avec succès dans une orbite parabolique, de manière que les théories ont fort bien représenté les observations faites, tant au voisinage du périhélie, que dans une branche au moins de la parabole?

Je n'ai point douté dès le commencement, que ces irrégularités apparentes dans les mouvemens de la Comète, n'eussent pour cause une différence sensible entre la véritable orbite de la Comète & l'orbite parabolique que je lui supposois. J'étois donc résolu à calculer ces mouvemens dans une orbite elliptique, lorsque j'en serois à cette partie de mon ouvrage. J'appris, avec le plus grand plaisir, que ce travail venoit d'être exécuté par une main toute autrement habile que la mienne à manier ces sortes de calculs. M. Lexell, célèbre

célèbre Académicien de Pétersbourg, après avoir inutilement tenté de représenter les observations de cette Comète par une orbite parabolique, a réussi à les accorder avec une orbite elliptique; cette orbite est la septième de la Table générale: il faut y ajouter que le demi-grand axe est 3,1478606, & par conséquent la révolution périodique de 5,58513, ou d'environ cinq ans sept mois. Cependant, à la première nouvelle que j'ai eue de ce résultat, je me suis récrié sur cette courte durée, & je n'ai probablement pas été le seul. « Comment, a-t-on dit, se peut-il faire qu'une Comète qui revient à nous tous les cinq ans & demi, ait été observée pour la première fois en 1770? » Mais enfin les calculs de M. Lexell sont décisifs; il en a comparé les résultats avec toutes les observations de M. Messier: mettant à part les observations, ou plutôt les estimés des 30 Juin, 1.^{er} & 3 Juillet, il reste quatre-vingt-douze comparaisons, sur lesquelles il en est quatre-vingt-quatre où la différence entre le calcul & l'observation n'atteint pas une minute & demie; & des huit autres, il en est plusieurs où la différence, assez petite d'ailleurs, peut être attribuée à l'imperfection de l'observation. Sans me défier en aucune manière de la précision & de l'exactitude des calculs de M. Lexell, j'ai eu la curiosité de calculer aussi les mouvemens de cette Comète dans une orbite elliptique; j'ai choisi pour cela les observations faites par M. Messier, les 15 Juin, 19 Août & 2 Octobre, & j'ai trouvé l'orbite qui est la huitième de la Table: elle diffère assez peu de celle de M. Lexell. Quant au demi-grand axe, il ne se trouve dans notre théorie que de 3,0889149, & la révolution périodique de 5,4288625, ou de cinq ans cent cinquante-six jours deux tiers; c'est encore cinquante-sept jours de moins que n'a trouvé M. Lexell. Revenons à sa théorie. Il est donc certain qu'une orbite de nature à être parcourue en cinq ans & demi, satisfait aux observations: M. Lexell prouve qu'une période de plus longue durée introduiroit dans les observations de plus grandes erreurs. Il conclut donc

*Ac. Sc. 1776,
p. 638 & suiv.*

Ibid. p. 640.

qu'il faut s'en tenir à une période de cinq ans & demi, ou du moins à une orbite qui soit parcourue en cinq ans au moins, au plus en six ans.

Mais encore une fois, comment n'a-t-on pas observé cette Comète avant 1770? Pourquoi n'a-t-elle pas reparu depuis? M. Lexell pense que son orbite peut avoir été totalement changée par l'action de Jupiter. Selon les élémens de M. Lexell, le 27 Mai 1767, la distance de la Comète à Jupiter n'étoit que $\frac{1}{58}$ de celle de la Comète au Soleil (*f*): donc l'action de Jupiter sur la Comète étoit trois fois plus forte que celle du Soleil: cette action étoit d'autant plus capable d'altérer sensiblement l'orbite de la Comète, que son mouvement étant alors fort lent, il la laissoit plus longtemps exposée à l'action de Jupiter. Selon les mêmes élémens, la Comète revenant à nous en 1779, a été le 23 Août en conjonction avec Jupiter, sa distance à cette Planète n'étant que $\frac{1}{491}$ de sa distance du Soleil, l'action du Soleil étant par conséquent deux cents vingt-quatre fois moindre que celle de Jupiter. Quel changement une telle proximité n'a-t-elle pas dû occasionner dans l'orbite de la Comète! Quant au retour de la Comète en 1776, il a pu avoir lieu; mais il aura dû être invisible, si la Comète a été périhélie vers le mois de Mars. Voilà, je pense, ce qu'on peut dire de mieux sur cette singulière Comète.

Les neuvièmes élémens sont de M. Slop, qui avoit observé cette Comète à Bologne; & les dixièmes, du célèbre Lambert, Académicien de Berlin. Les onzièmes sont attribués à M. Rittenhouse, dans les Tables astronomiques de Berlin.

De toutes les Comètes connues, la première de 1770 est celle qui s'est approchée le plus près de la Terre.

1770. Deuxième Comète.

Cette Comète n'a paru qu'en Janvier 1771; nous la

(*f*) Dans nos Mémoires de 1776, p. 648, il est dit que la distance à Jupiter étoit $\frac{1}{580}$ de celle au Soleil: c'est une faute d'impression; il faut lire $\frac{1}{58}$.

rapportons à l'année 1770, parce que c'est en cette année qu'elle a passé par son périhélie. Elle n'a été observée, par M. Messier, que les 10, 16, 17 & 20 Janvier; mais en ce peu de temps elle a parcouru 40 degrés en ascension droite, & près de 21 en déclinaison: ainsi, l'on peut avoir quelque confiance dans les élémens de son orbite; nous les avons calculés sur les observations de M. Messier. M. l'Abbé Boscowich avoit vu cette Comète à Milan le 10 & le 11 Janvier. Le P. de la Grange l'avoit observée dans la même ville le 9 & le 10; ses observations du 10 ne s'accordent point du tout avec celles que M. Messier fit le même jour. Enfin, cette Comète fut observée les 9, 10, 11 & 13 Janvier par La Nux à l'île de Bourbon.

*Acad. des Sc.
1771, p. 423.
& suiv.*

1771.

M. Messier découvrit cette Comète le 1.^{er} Avril & l'observa jusqu'au 19 Juin. M. Wargentin ne l'observa à Stockholm que le 18 Avril, & la force des crépuscules en Suède, ne lui permit pas de la suivre au-delà du 16 Mai. M. de Saint-Jacques de Silvabelle, sous un ciel très-pur & dont les crépuscules ont toujours un terme, continua ses observations depuis le 22 Avril jusqu'au 17 de Juillet; mais il ne paroît pas que les observations qu'il a communiquées, soient aussi précises que celles de M. Messier. Il en avoit fait beaucoup d'autres, mais il n'a pu les réduire, faute d'un bon catalogue d'Étoiles^a. M.^{rs} Bouin & du Lague observèrent aussi cette Comète à Rouen, depuis le 12 Avril jusqu'au 24 Mai^b. Les observations de M. Maskelyne à Greenwich, rapportées dans son grand Recueil, s'étendent du 14 Avril au 30 Mai.

*Acad. des Sc.
1777, p. 154
& suiv.*

*Ibid. p. 177,
& suiv.*

^a *Ibid. p. 179,
& suiv.*

^b *Ibid. p. 184.
Mém. étr. t. VII,
p. 422.*

J'ai calculé sur les premières observations de M. Messier les élémens de l'orbite de cette Comète; je ne les insère dans la Table que parce qu'ils sont imprimés dans nos Mémoires & ailleurs. Ils diffèrent assez peu de ceux de M. Prosperin, comme M. Prosperin le remarque lui-même; mais ceux-ci sont plus exacts. M. Prosperin les a calculés sur les observations de M. Wargentin, & a comparé le résultat du calcul, fait d'après

*Acad. des Sc.
1777, p. 175.
Astronomie de la
Lande. Essai sur
les Com. de du
Séjour, Tables de
Berlin, &c.*

Acad. des Sc.
1777, p. 178
& 179.

ces élémens, avec les observations : il auroit été difficile de trouver, de desirer même une plus grande conformité, d'autant plus que M. Wargentin témoigne qu'il n'étoit pas également content de toutes les observations. Sur quarante comparaisons, il n'en est que deux où la différence entre le calcul & l'observation excède une minute. J'ai comparé cette même théorie de M. Prosperin avec quelques observations de M. Messier, & je n'ai pas trouvé un accord aussi satisfaisant, du moins dans les premières & les dernières observations ; mais la plus grande différence que j'ai trouvée entre l'observation & le calcul, ayant à peine excédé trois minutes, je pense qu'on peut s'en tenir à l'orbite de M. Prosperin.

1772.

Ibid. p. 345
& suiv.

M. Montagne découvrit cette Comète le 8 Mars à Limoges ; il l'observa, mais fort imparfaitement, faute d'instrumens convenables, jusqu'au 20 du même mois. L'Académie eut connoissance de cette apparition le 17 Mars ; mais le mauvais temps ne permit pas de chercher la Comète avant le 26. M. Messier l'observa les 26, 27, 30 Mars & 3 Avril. Dans cet intervalle de temps, elle ne parcourut qu'environ onze degrés d'un grand cercle. Vu la lenteur de son mouvement, le peu de temps qu'il fut possible à M. Messier de l'observer, & l'imperfection des observations de M. Montagne, on ne peut donner que comme un *à peu-près* la théorie de l'orbite de cette Comète : c'est M. de la Lande qui s'est donné la peine de la calculer.

1773.

Acad. des Sc.
1774, p. 271
& suiv.

La Comète de cette année fut observée par M. Messier ; durant plus de six mois, depuis le 12 Octobre 1773 jusqu'au 14 Avril 1774. On trouve dans le Recueil des Observations de M. Maskeline deux observations faites par cet Astronome, les 7 & 13 Novembre 1773.

J'ai calculé la première orbite de la Table sur les observations de M. Messier des 20 Octobre, 26 Novembre 1773, & 19 Janvier 1774 au matin. La seconde orbite est de

M. Lambert, la troisième de M. Schultz^a. La quatrième a été calculée par M. Lexell; elle est elliptique^b. J'ai calculé la cinquième, qui est pareillement elliptique, sur les observations faites par M. Messier les 12 Octobre, 30 Décembre 1773 & 13 Avril 1774: cette orbite, calculée sur les observations les plus distantes, s'accorde beaucoup mieux que la première avec les dernières observations de M. Messier. Le demi-grand axe de cette orbite seroit 173,18673; la révolution périodique de deux mille deux cents soixante-dix-neuf ans & plus; mais cette Comète, durant sa longue apparition, n'a parcouru qu'environ 68 degrés d'anomalie vraie; M. Lexell en conclut avec raison qu'il n'est pas possible de déterminer la durée de la révolution périodique, la plus légère erreur dans les observations pouvant en occasionner une très-considérable dans la durée de la révolution.

1774.

C'est encore M. Montagne qui découvrit le premier cette Comète, le 11 Août à Limoges. Sur l'avis qu'il en donna à l'Académie, M. Messier la chercha la nuit du 17 au 18 Août, il ne put la découvrir. Il fut plus heureux la nuit suivante; il vit la Comète & l'observa presque toutes les nuits jusqu'au 25 Octobre. Un Président, aussi respectable par ses lumières que par son intégrité, & qui se délassé quelquefois avec Uranie des pénibles fonctions de Thémis, a calculé les premiers & les seconds élémens de la Table; les premiers d'après les observations de M. Messier des 19 Août, 4 & 20 Septembre, les seconds sur celles des 23 Août, 11 Septembre & 1.^{er} Octobre. Les troisièmes ont été calculés par M. l'Abbé Boscovich. M. Mechain a calculé l'orbite quatre fois consécutives; les quatre théories diffèrent peu, on peut les voir dans le Mémoire de M. Messier: nous n'insérons dans la Table que la dernière à laquelle il paroît que M. Mechain a voulu finalement s'en tenir.

On trouve aussi dans le Mémoire de M. Messier quelques autres observations de la Comète de 1774.

^a Acad. des Sc.
1774, p. 328.
^b Ibid. 1777;
p. 357, 358.

Ibid. 1775,
p. 445. & suiv.

Ibid. p. 472;
473.

1779.

La petite Comète de 1779 a été observée à Paris par M. Messier, depuis le 18 Janvier (ou 19 matin) jusqu'au 17 Mai, & par M. Mechain, depuis le 30 Janvier jusqu'au même jour 17 Mai. Ces observations seront sans doute imprimées dans les Mémoires de l'Académie; on y joindra peut-être les observations faites à l'Observatoire royal. Le Mémoire de M. Messier contient de plus quelques observations faites hors de France.

Nous donnons dans la Table trois théories de l'orbite de cette Comète. La première a été calculée sur les observations de M. Messier, par le respectable Magistrat, qui avoit déjà calculé la précédente. La deuxième a été déterminée par M. Mechain, sur ses propres observations, auxquelles il en a comparé les résultats. Sur cinquante-deux comparaisons, la différence entre le calcul & l'observation est quarante fois au-dessous d'une minute, onze fois entre une & deux minutes; une seule différence de latitude est de $2' 4''$; mais cette seule observation avoit été faite avec un réticule rhomboïde, dont la bonté étoit un peu équivoque. M. Mechain a appliqué ses élémens aux observations de M. Messier des 18 Janvier & 11 Mai, & le calcul s'est pareillement accordé avec les observations. Enfin il a essayé cette même théorie sur une observation antérieure à toutes celles de M. Messier, mais dont M. Messier n'eut connoissance que huit jours après qu'il eut découvert lui-même la Comète. Cette observation avoit été faite à Berlin le 6 Janvier par M. Bode, qui avoit pris à 7 heures $\frac{3}{4}$ la distance de la Comète à deux Étoiles, entre lesquelles elle se trouvoit à peu-près directement placée. On ne doit pas être surpris qu'une telle observation ne soit représentée par les élémens de M. Mechain qu'à douze minutes près pour la longitude, & à six minutes près pour la latitude.

La troisième orbite a été calculée, sur les observations de M. Messier, par M. le Chevalier d'Angos, Correspondant de l'Académie, qui consacre à l'Astronomie les momens

dont le service militaire lui permet de disposer. M. d'Angos a calculé sur ses élémens les soixante-trois observations de M. Messier, ce qui produit cent vingt-six comparaisons, soixante-trois de longitudes & autant de latitudes. Le calcul & l'observation s'accordent quatre-vingt-treize fois à mieux qu'une minute près; la différence entre l'une & l'autre est trente-une fois entre une & deux minutes, elle s'étend une seule fois à $2' 1''$ sur la longitude, & pareillement une seule fois à $2' 4''$ sur la latitude : on ne peut guère espérer de trouver des élémens plus précis.

1780. Première Comète.

Le 18 Octobre 1780, vers 7 heures du soir, M. Montagne découvrit à Limoges une Comète à l'occident de τ du Serpenteire, dont elle étoit très-voisine : son noyau étoit mal terminé, elle paroissoit comme une petite nébuleuse, un peu allongée vers l'est; elle étoit invisible à la vue simple; ce fut avec une lunette achromatique de Ramsden, de dix-huit pouces de foyer, que M. Montagne la découvrit. Le 20 Octobre à 7 heures, la Comète étoit au-dessous de ν du Serpenteire; M. Montagne, en la comparant à cette Étoile, lui trouva $266^d 40'$ d'ascension droite, & $10^d 35'$ de déclinaison australe. En deux jours elle s'étoit avancée d'environ $2^d 30'$ du nord au sud par une direction presque perpendiculaire à l'Écliptique & à l'Équateur. Je ne connois aucune autre observation de cette Comète.

1780. Deuxième Comète.

M. Messier chercha la Comète précédente, dès qu'il fut instruit de son apparition; ce fut inutilement, sa déclinaison étoit sans doute devenue trop australe. Mais au défaut de cette Comète, M. Messier en découvrit une autre fort petite au-dessous de β du Lion, le 27 Octobre à 4 heures & demie du matin. Depuis ce même jour jusqu'au 28 Novembre (ou 29 au matin) il l'observa quatorze fois; durant cet intervalle, le mouvement apparent de la Comète fut de

21 degrés en longitude & de 22 en latitude. M. Mechain poussa ses observations jusqu'au 4 Décembre matin. Toutes ces observations seront sans doute imprimées dans nos Mémoires. Nous donnons trois théories de l'orbite de cette Comète; les deux premières sont de M. Lexell, qui a confronté les résultats de l'une & de l'autre avec les observations de M. Messier. Sur vingt-huit comparaisons faites de la première théorie, la différence entre le calcul & l'observation est vingt-six fois au-dessous d'une minute, elle est une fois de 1' 0", & une autre fois de 1' 46". La seconde théorie donne 1' 24" pour plus forte différence; mais les différences atteignent ou surpassent cinq fois une minute. On peut remarquer d'ailleurs que les deux plus fortes différences des deux théories tombent dans le même sens sur les mêmes observations, ce qui nous porteroit à attribuer ces différences à l'imperfection des observations plutôt qu'à celle des théories proposées par M. Lexell. La troisième orbite a été calculée par M. Mechain sur ses propres observations; elle les représente toutes à mieux qu'une minute près.

1781. Première Comète.

Cette Comète ou Planète (car il n'est pas encore décidé si elle est l'une ou l'autre) fut découverte en Angleterre par M. Herschel, Astrophile, dit-on, plutôt qu'Astronome, le 17 Mars 1781. Elle a été observée à Greenwich par M. Maskelyne, depuis le 1.^{er} Avril; à Paris par M. Messier, depuis le 16 Avril de la même année, & ensuite par M. Mechain & par plusieurs autres Astronomes. M. Lexell ayant tenté d'expliquer le mouvement apparent de cet astre dans une orbite parabolique ou elliptique, & n'ayant pu y réussir, conjectura que le nouvel astre étoit une Planète; & en effet les observations faites jusqu'alors, se prêtèrent passablement bien à l'hypothèse d'une orbite circulaire, dont le rayon seroit de 18,9283, la distance moyenne de la Terre au Soleil étant toujours prise pour l'unité: la révolution de la Planète seroit alors de 82,350718 ans. Nous avons pareillement trouvé
que

que dans la supposition d'un mouvement circulaire, la distance de la Planète au Soleil seroit presque dix-neuf fois plus grande que celle du Soleil à la Terre, & que la révolution périodique excéderoit quatre-vingt-deux ans. Ce résultat a été pareillement confirmé par les calculs de M. de la Lande; suivant cet Astronome, le rayon de l'orbite est 18,931; le temps de la révolution excède quatre-vingt-deux ans, le lieu du nœud ascendant est environ en $2^{\text{f}} 13^{\text{d}}$; il y avoit environ quatre ans que la Planète y avoit passé; enfin l'inclinaison de son orbite à l'Écliptique est de $0^{\text{d}} 46'$, & le mouvement est direct, ainsi que celui des autres Planètes. Le lieu du nœud seroit selon M. Lexell en $2^{\text{f}} 12^{\text{d}} 26'$, l'inclinaison de $0^{\text{d}} 45' 28''$.

On demandera peut-être comment ce nouvel Astre, s'il est une vraie Planète, a pu échapper si long-temps aux observations des Astronomes? On peut répondre qu'il est fort petit, presque invisible à la simple vue, & que son mouvement apparent est très-lent, nul même en quelques circonstances; il ne traîne pas de queue après lui, il n'est point environné d'une atmosphère assez sensible pour le faire reconnoître. Des Astronomes l'auroient sans doute rencontré quelquefois dans le champ de leur lunette; mais ils l'auroient pris pour une Étoile télescopique, & s'ils l'ont observé plusieurs jours de suite, son immobilité apparente les aura confirmés dans leur première opinion.

Au reste comme nous l'avons déjà dit, il n'est pas irrévocablement décidé que cet Astre soit une Planète: plusieurs le regardent comme une Comète, & ont même essayé d'ébaucher la théorie de l'orbite qu'elle décrit. M. l'Abbé Boscowich en a donné une théorie complète, c'est la première de la Table générale. La seconde est dûe à M. de la Place; il l'a fondée sur une théorie neuve & très-ingénieuse, dont nous parlerons dans la quatrième partie de cet ouvrage: ce savant Géomètre travaille actuellement à perfectionner cette méthode, & par conséquent la théorie même de l'orbite de la Comète, celle que nous donnons d'après lui ne devant passer que pour une ébauche. Il n'a pas cru que les observations faites

jusqu'à présent fussent suffisantes pour calculer le lieu du nœud & l'inclinaison de l'orbite de la Comète.

Nous rapportons cette Comète à l'an 1781, parce qu'elle a commencé à être observée en 1781; elle ne sera cependant périhélie qu'en 1790; mais notre Table générale ne peut s'étendre jusqu'à cette année.

1781. Deuxième Comète.

M. Mechain découvrit cette petite Comète le 28 Juin 1781, vers onze heures du soir dans la tête de la grande Ourse; il l'observa pour la dernière fois le 15 Juillet entre θ & δ du Lion. Elle fut toujours invisible à la vue simple; le diamètre de sa chevelure n'excéda pas trois ou quatre minutes. Son mouvement vers le sud étoit très-rapide. M. Mechain observa douze fois cette Comète; il en a calculé l'orbite; les élémens qu'il a déterminés paroissent très-exacts; la différence entre le calcul & la théorie excède rarement une minute, jamais une minute & demie.

1781. Troisième Comète.

Ce fut encore M. Mechain qui découvrit cette Comète, le 9 Octobre vers quatre heures du matin, près de δ de l'Écrevisse. Son cours, très-lent d'abord, s'est ensuite accéléré; elle traversa l'Écrevisse, la grande & la petite Ourse, le Dragon, l'aîle & le cou du Cygne, le Renard, la Flèche; elle passa entre l'Aigle & le Dauphin; elle fut observée pour la dernière fois le 25 Décembre, sous la main d'Antinoüs. Le 9 Novembre à 6 heures & demie du soir, sa distance au Pôle de l'Écliptique n'étoit que de quarante-deux minutes, & sa distance à la Terre de 0,2527: elle étoit alors visible à la vue simple; sa chevelure avoit quatre à cinq minutes de diamètre, la queue trois à quatre degrés de longueur. Les élémens de son orbite, calculés par M. Mechain, représentent bien toutes les observations que la mauvaise saison lui a permis de faire.

TABLE générale des Comètes dont l'orbite a été calculée.

Dans la première colonne on a numéroté les Comètes en chiffres Romains. Les chiffres Arabes qui interrompent quelquefois cet ordre, dénotent que la Comète qui en est affectée, est la même qu'une autre Comète qui a précédé & qui est cotée du chiffre Romain, correspondant à ce chiffre Arabe. Par exemple, le chiffre 7 qui est vis-à-vis des Comètes de 1531, 1607, &c. désigne que ces Comètes sont censées n'être qu'une seule & même Comète avec celle de 1456, qui est affectée du chiffre Romain VII.

La seconde colonne est celle de la date des Comètes, & nous avons pris pour cette date l'année où chaque Comète a passé par son périhélie, quoique quelques-unes n'aient pas été observées en cette même année: ainsi les deux dernières Comètes de 1759 n'ont paru qu'en 1760; celle de 1747 au contraire avoit disparu avant la fin de 1746.

Les colonnes suivantes contiennent les élémens de l'orbite des Comètes; savoir: 1.^o le lieu ou la longitude de leur nœud ascendant; 2.^o l'inclinaison du plan de leur orbite au plan de l'Écliptique; 3.^o la longitude de leur périhélie, comptée sur l'orbite de la Comète. Pour avoir cette longitude sur l'écliptique, il suffit de dire: le sinus total est au cosinus de l'inclinaison de l'orbite, comme la tangente de la distance du nœud au périhélie sur l'orbite, est à la tangente de la même distance sur l'Écliptique: cette distance sur l'Écliptique est toujours dans le même sens & de la même espèce que la distance sur l'orbite de la Comète. Le quatrième élément est la distance périhélie de la Comète ou sa plus courte distance au Soleil; nous ne donnons pas cette distance même, mais son logarithme, le seul presque dont on fasse usage. Nous prenons toujours pour unité la moyenne distance du Soleil à la Terre. On trouve 5.^o le temps du passage de la Comète par son périhélie, toujours réduit, autant qu'il nous a été possible, au temps moyen, méridien de l'Observatoire de Paris. Nous marquons 6.^o le sens du mouvement de la Comète autour du Soleil; la lettre D indique que son mouvement est direct, ou selon l'ordre des signes; la lettre R marque qu'il est rétrograde, ou contre l'ordre des signes du Zodiaque; le signe :: marqué plusieurs fois après les lettres D & R, signifie que les élémens de la Comète ne sont calculés qu'à peu-près, soit à cause de l'imperfection des observations, soit à cause du peu de temps que la Comète a paru, & de la lenteur de son mouvement apparent.

Enfin, dans la dernière colonne on a marqué les noms de ceux qui ont calculé chaque orbite.

O R D R E.	Année du Passage.	LONGITUDE	INCLINAIS.	L I E U
		du N Œ U D	de	du
		ascendant.	L'ORBITE.	PÉRIPHÉLIE.
		S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.
I.	837	6.26.33. 0	10 à 12 ^d	9.19. 3. 0
II.	1231	0.13.30. 0	6. 5. 0	4.14.48. 0
III.	1264	5.19. 0. 0	36.30. 0	9.21. 0. 0
		5.28.45. 0	30.25. 0	9. 5.45. 0
IV.	1299	3.17. 8. 0	68.57. 0	0. 3.20. 0
V.	1301	0.15. environ.	70. environ.	9. environ.
VI.	1337	2.24.21. 0	32.11. 0	1. 7.59. 0
		2. 6.22. 0	32.11. 0	0.20. 0. 0
VII.	1456	1.18.30. 0	17.56. 0	10. 1. 0. 0
VIII.	1472	9.11.46.20	5.20. 0	1.15.33.30
	7. 1531	1.19.25. 0	17.56. 0	10. 1.39. 0
IX.	1532	2.20.27. 0	32.36. 0	3.21. 7. 0
X.	1533	4. 5.44. 0	35.49. 0	4.27.16. 0
	3. 1556	5.25.42. 0	32. 6.30	9. 8.50. 0
XI.	1577	0.25.52. 0	74.32.45	4. 9.22. 0
XII.	1580	0.18.57.20	64.40. 0	3.19. 5.50
		0.19. 7.37	64.51.50	3.19.11.55
XIII.	1582	7.21. 7.20	61.27.50	8. 5.23.10
		7. 4.42.35	59.29. 5	9.11.26.45
XIV.	1585	1. 7.42.30	6. 4. 0	0. 8.51. 0
XV.	1590	5.15.30.40	29.40.40	7. 6.54.30
XVI.	1593	5.14.15. 0	87.58. 0	5.26.19. 0
XVII.	1596	10.12.12.30	55.12. 0	7.18.16. 0
		10.15.36.50	52. 9.45	7.28.30.50
	7. 1607	1.20.21. 0	17. 2. 0	10. 2.16. 0
XVIII.	1618	9.23.25. 0	21.28. 0	10.18.20. 0
XIX.	1618	2.16. 1. 0	37.34. 0	0. 2.14. 0
XX.	1652	2.28.10. 0	79.28. 0	0.28.18.40
	9. 1661	2.22.30.30	32.35.50	3.25.58.40
XXI.	1664	2.21.13.55	21.18.40	4.10.41.25
XXII.	1665	7.18. 2. 0	76. 5. 0	2.11.54.30
XXIII.	1672	9.27.30.30	83.22.10	1.16.59.30
XXIV.	1677	7.26.49.10	79. 3.15	4.17.37. 5
XXV.	1678	5.11.40. 0	3. 4.20	10.27.46. 0
XXVI.	1680	9. 2. 2. 0	60.56. 0	8.22.39.30
		9. 2. 2. 0	61. 6.48	8.22.44.25
		9. 2.59. 9	58.39.50	8.23.26.48

LOGARITH.	T E M P S			MOUVEMENT.	N O M S
de la	du				de ceux
DISTANCE	PASSAGE AU PÉRIHÉLIE.				qui ont calculé
périhélie.	Jours.	H.	M. S.		L' O R B I T E.
9,763428	1. ^{er} Mars....	R ::	Pingré.
9,976698	30 Janvier..	7. 22.	0	D ::	Pingré.
9,648360	6 Juillet...	8. 0.	0	D ::	Dunthorn.
9,613640	17 Juillet...	6. 10.	0	D ::	Pingré.
9,502330	31 ^r Mars....	7. 38.	0	R ::	Pingré.
9,66 environ	22 Octobre..	environ.		R ::	Pingré.
9,609236	2 Juin....	6. 35.	0	R ::	Halley.
9,809240	1. ^{er} Juin....	0. 40.	0	R ::	Pingré.
9,767540	8 Juin....	22. 10.	0	R ::	Pingré.
9,734584	28 Février..	22. 33.	0	R ::	Halley.
9,753583	24 Août...	21. 28.	0	R ::	Halley.
9,706803	19 Octobre..	22. 22.	0	D ::	Halley.
9,307068	16 Juin....	19. 40.	0	R ::	Douwes.
9,666424	21 Avril...	20. 13.	0	D ::	Halley.
9,263447	26 Octobre..	18. 55.	0	R.	Halley.
9,775450	28 Novemb..	15. 10.	0	D ::	Halley.
9,774903	28 Novemb..	13. 54.	0	D.	Pingré.
9,353522	6 Mai....	16. 9.	0	R ::	Pingré.
8,602754	7 Mai....	8. 30.	0	R ::	Pingré.
	Nouveau Style.				
0,038850	7 Octobre..	19. 30.	0	D.	Halley.
9,760882	8 Février..	3. 55.	0	R.	Halley.
8,949926	18 Juillet..	13. 48.	0	D ::	La Caille.
9,710058	10 Août...	20. 5.	0	R ::	Halley.
9,739908	8 Août...	15. 43.	0	R.	Pingré.
9,768490	16 Octobre..	4. 0.	0	R.	Halley.
9,710100	17 Août....	3. 12.	0	D ::	Pingré.
9,579498	8 Novemb..	12. 33.	0	D.	Halley.
9,928140	12 Novemb..	15. 50.	0	D.	Halley.
9,651772	26 Janvier..	23. 51.	0	D.	Halley.
0,011044	4 Décemb..	12. 2.	0	R.	Halley.
9,027309	24 Avril...	5. 25.	10	R.	Halley.
9,848476	1. ^{er} Mars...	8. 47.	0	D.	Halley.
9,448027	6 Mai....	0. 47.	10	R.	Halley.
0,092724	26 Août...	14. 13.	0	D ::	Douwes.
7,787106	18 Décemb..	0. 15.	0	D.	Halley.
7,790285	17 Décemb..	23. 19.	0	Halley.
7,817202	17 Décemb..	20. 48.	0	Euler.

O R D R E.	Année du Passage.	LONGITUDE	INCLINAIS.	L I E U
		du N Œ U D	de	du
		ascendant.	L'ORBITE.	P É R I H É L I E.
		S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.
	7. 1682	9. 1.53. 0	61. 20. 20	8. 23. 43. 0
		9. 1.57. 13	61. 22. 55	8. 22. 40. 10
		1. 21. 16. 30	17. 56. 0	10. 2. 52. 45
		1. 20. 48. 0	17. 42. 0	10. 1. 36. 0
XXVII.	1683	5. 23. 23. 0	83. 11. 0	2. 25. 29. 30
XXVIII.	1684	8. 28. 15. 0	65. 48. 40	7. 28. 52. 0
XXIX.	1686	11. 20. 34. 40	31. 21. 40	2. 17. 0. 30
XXX.	1689	10. 23. 45. 20	69. 17. 0	8. 23. 44. 45
XXXI.	1698	8. 27. 44. 15	11. 46. 0	9. 0. 51. 15
XXXII.	1699	10. 21. 45. 35	69. 20. 0	7. 2. 31. 6
XXXIII.	1702	6. 9. 25. 15	4. 30. 0	4. 18. 41. 3
XXXIV.	1706	0. 13. 11. 40	55. 14. 10	2. 12. 29. 10
		0. 13. 11. 23	55. 14. 5	2. 12. 36. 25
XXXV.	1707	1. 22. 8. 0	88. 50. 0	2. 17. 4. 0
		1. 22. 46. 35	88. 36. 0	2. 19. 54. 56
		1. 22. 50. 29	88. 37. 40	2. 19. 58. 9
XXXVI.	1718	4. 8. 43. 0	30. 20. 0	4. 1. 30. 0
		4. 7. 55. 20	31. 12. 53	4. 1. 26. 36
XXXVII.	1723	0. 14. 16. 0	49. 59. 0	1. 12. 52. 20
XXXVIII.	1729	10. 10. 35. 15	77. 1. 58	10. 22. 16. 53
		10. 10. 32. 37	76. 58. 4	10. 22. 40. 0
		10. 10. 16. 46	76. 52. 45	10. 27. 21. 38
		10. 10. 51. 43	77. 18. 54	10. 16. 26. 48
		10. 10. 32. 55	77. 1. 0	10. 22. 37. 3
XXXIX.	1737	7. 16. 22. 0	18. 20. 45	10. 25. 55. 0
XL.	1739	6. 27. 18. 0	55. 53. 0	3. 12. 34. 0
		6. 27. 25. 14	55. 42. 44	3. 12. 38. 40
XLI.	1742	6. 5. 34. 45	67. 4. 11	7. 7. 33. 14
		6. 5. 32. 57 $\frac{1}{2}$	7. 7. 32. 7 $\frac{1}{2}$
		6. 5. 38. 29	66. 59. 14	7. 7. 35. 13
		6. 5. 42. 41	66. 52. 4	7. 7. 39. 10
		6. 16. 8. 55	56. 35. 7	7. 16. 41. 50
		6. 9. 32. 7	61. 43. 44	7. 10. 49. 23
		6. 5. 47. 22	68. 14. 0	7. 7. 33. 28
		6. 5. 29. 28	67. 11. 9	7. 7. 26. 23
		6. 5. 41. 32	66. 51. 0	7. 7. 37. 50
XLII.	1743	2. 8. 10. 48	2. 15. 50	3. 2. 58. 4
		2. 8. 21. 15	2. 19. 33	3. 2. 41. 45

LOGARITH. de la DISTANCE périhélie.	T E M P S du PASSAGE AU PÉRIHÉLIE.				MOUVEMENT.	N O M S de ceux qui ont calculé L' O R B I T E.
	Jours.	H.	M.	S.		
7,7723	18 Décemb..	0.	4.	0	Newton.
7,780295	18 Décemb..	0.	10.	22	Pingré.
9,765877	14 Septemb.	7.	49.	0	R.	Halley.
9,765296	14 Septemb.	21.	31.	0	Halley.
9,748347	13 Juillet...	2.	59.	0	R.	Halley.
9,982339	8 Juin....	10.	26.	0	D.	Halley.
9,511883	16 Septemb..	14.	43.	0	D.	Halley.
8,227604	1. ^{er} Décemb..	15.	5.	0	R ::	Pingré.
9,839660	18 Octobre.	17.	7.	0	R ::	Halley.
9,877573	13 Janvier..	8.	32.	0	R.	La Caille.
9,810165	13 Mars....	14.	22.	0	D ::	La Caille.
9,629216	30 Janvier..	4.	32.	0	D.	La Caille.
9,630290	30 Janvier..	5.	6.	0	Struyck.
9,936262	D.	Houttuyn.
9,934367	11 Décemb..	23.	39.	0	La Caille.
9,934013	11 Décemb..	23.	52.	47	Struyck.
0,011380	14 Janvier..	23.	48.	0	R.	La Caille.
0,010999	15 Janvier..	1.	24.	36	Douwes.
9,999413	27 Septemb..	16.	20.	0	R.	Bradley.
0,609573	23 Juin....	6.	45.	22	D.	Douwes.
0,629552	25 Juin....	11.	16.	0	La Caille.
0,620060	22 Juin....	23.	54.	20	Maraldi.
0,596517	22 Mai....	10.	52.	14	Kies.
0,610835	25 Juin....	9.	21.	0	De l'Isle.
9,347964	30 Janvier..	8.	30.	0	D.	Bradley.
9,827111	17 Juin....	11.	7.	0	R.	Zanotti.
9,828389	17 Juin....	10.	9.	0	La Caille.
9,883976	8 Février..	4.	30.	30	R.	Struyck.
9,883945	8 Février..	4.	18.	0	Le Monnier.
9,884050	8 Février...	4.	48.	0	La Caille.
9,883832	8 Février...	7.	40.	0	Zanotti.
9,867858	1. ^{er} Février...	22.	2.	0	Euler.
9,876276	7 Février...	4.	24.	0	Euler.
9,885870	7 Février...	22.	0.	0	Wrigt.
9,884342	8 Février...	5.	28.	0	Klinkenberg.
9,883917	8 Février...	7.	22.	0	Houttuyn.
9,923303	10 Janvier...	21.	24.	57	D ::	Struyck.
9,921692	10 Janvier...	20.	35.	0	::	La Caille.

O R D R E.	Année du Passage.	LONGITUDE du Nœud ascendant.	INCLINAIS. de l'Orbite.	L I E U du PÉRIPHÉLIE.
		S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.
XLIII.	1743	0. 5. 16. 25	45. 48. 21	8. 6. 33. 52
XLIV.	1744	1. 15. 45. 20	47. 8. 36	6. 17. 12. 55
		1. 15. 46. 51	47. 3. 35	6. 17. 5. 49
		1. 15. 46. 11	47. 5. 18	6. 17. 10. 0
		1. 15. 51. 0	47. 18. 0	6. 17. 17. 30
		1. 16. 5. 24	47. 49. 53	6. 17. 19. 26
		1. 15. 46. 6	47. 10. 53	6. 17. 11. 58
		1. 15. 47. 53	47. 8. 29	6. 17. 13. 4
		1. 15. 49. 27	47. 17. 38	6. 17. 14. 36
		1. 15. 49. 30	47. 14. 10	6. 17. 16. 16
		4. 26. 58. 27	77. 56. 55	9. 10. 5. 41
XLV.	1747	4. 27. 18. 42	79. 6. 45	9. 7. 2. 5
		4. 27. 18. 50	79. 6. 20	9. 7. 2. 0
XLVI.	1748	7. 22. 52. 16	85. 26. 57	7. 5. 0. 50
		7. 22. 45. 46	85. 35. 17	7. 4. 38. 40
		7. 22. 51. 50	85. 28. 23	7. 5. 23. 29
XLVII.	1748	1. 4. 39. 43	56. 59. 3	9. 6. 9. 24
XLVIII.	1757	7. 4. 12. 50	12. 50. 20	4. 2. 58. 0
		7. 4. 5. 50	12. 39. 6	4. 2. 39. 0
		7. 4. 4. 0	12. 48. 0	4. 2. 49. 0
		7. 4. 7. 11	12. 41. 17	4. 2. 36. 29
		7. 20. 50. 0	68. 19. 0	8. 27. 38. 0
XLIX.	1758 7. 1759	1. 23. 48. 0	17. 38. 0	10. 3. 14. 0
		1. 23. 45. 35	17. 40. 14	10. 3. 8. 10
		1. 23. 49. 21	17. 35. 20	10. 3. 16. 20
		1. 23. 49. 0	17. 38. 0	10. 3. 15. 30
		1. 23. 49. 0	17. 39. 0	10. 3. 16. 0
		1. 23. 45. 35 $\frac{1}{2}$	17. 40. 5	10. 3. 19. 18
		1. 24. 7. 20 $\frac{1}{2}$	17. 28. 55	10. 1. 0. 24
		1. 23. 44. 55	17. 41. 20	10. 3. 23. 0
		4. 19. 39. 41	79. 6. 38	1. 23. 34. 19
		4. 19. 39. 24	78. 59. 22	1. 23. 24. 20
L.	1759	4. 19. 40. 15	79. 3. 19	1. 23. 38. 4
		2. 19. 50. 45	4. 51. 32	4. 18. 24. 35
		2. 19. 20. 24	4. 42. 10	4. 19. 3. 52
LII.	1762	11. 18. 55. 31	85. 22. 21	3. 15. 22. 23
		11. 19. 20. 0	84. 45. 0	3. 15. 15. 0
		11. 18. 57. 44	85. 12. 20	3. 14. 24. 0

LOGARITH.

LOGARITH. de la DISTANCE périhélie.	T E M P S du PASSAGE AU PÉRIHÉLIE.				MOUVEMENT.	N O M S de ceux qui ont calculé L' O R B I T E.
	Jours.	H.	M.	S.		
9,717310	20 Septemb.	21.	26.	0	R ::	Klinkenberg,
9,346470	1. ^{er} Mars...	8.	26.	20	D.	Bets. Blifs.
9,348733	1. ^{er} Mars...	8.	6.	0	Maraldi.
9,347330	1. ^{er} Mars...	8.	13.	0	La Caille.
9,345491	1. ^{er} Mars...	8.	8.	0	Zanotti.
9,346196	1. ^{er} Mars...	9.	8.	0	Chéseaux.
9,346783	1. ^{er} Mars...	8.	2.	0	Euler.
9,346801	1. ^{er} Mars...	8.	3.	3	Pingré.
9,346353	1. ^{er} Mars...	7.	51.	30	Klinkenberg.
9,345875	1. ^{er} Mars...	9.	6.	40	Hiorter.
0,360573	28 Février..	11.	54.	19	R.	Chéseaux.
0,342144	3 Mars...	10.	7.	40	Maraldi.
0,342146	3 Mars...	7.	20.	0	La Caille.
9,924620	28 Avril...	19.	34.	45	R.	Maraldi.
9,925054	29 Avril...	0.	34.	24	Le Monnier.
9,924486	28 Avril...	18.	53.	30	La Caille.
9,816407	18 Juin...	1.	33.	0	D ::	Struyck.
9,528328	21 Octobre.	8.	4.	0	D.	Bradley.
9,530288	21 Octobre.	9.	42.	0	La Caille.
9,528875	21 Octobre.	9.	56.	0	Pingré.
9,530610	21 Octobre.	9.	23.	0	De Ratte.
9,333148	11 Juin...	3.	27.	0	D.	Pingré.
9,766080	12 Mars...	13.	33.	0	R.	Messier.
9,767085	12 Mars...	13.	59.	24	De la Lande.
9,766115	12 Mars...	12.	57.	36	Maraldi.
9,766264	12 Mars...	13.	30.	0	La Caille.
9,766039	12 Mars...	13.	41.	0	La Caille.
9,765650	12 Mars...	13.	7.	35	Klinkenberg.
9,776029	13 Mars...	10.	11.	31 $\frac{1}{2}$	Klinkenberg.
9,765176	12 Mars...	13.	22.	0	Bailly.
9,903844	27 Novemb.	0.	11.	57	D.	Pingré.
9,902280	27 Novemb.	2.	28.	20	La Caille.
9,904218	27 Novemb.	0.	43.	19	Chappe.
9,984972	16 Décemb.	21.	13.	0	R.	La Caille.
9,983064	16 Décemb.	12.	58.	12	Chappe.
0,006103	29 Mai....	0.	27.	48	D.	Maraldi.
0,005389	28 Mai....	15.	27.	0	De la Lande.
0,004600	29 Mai....	1.	57.	0	Bailly.

O R D R E.	Année du Passage.	LONGITUDE	INCLINAIS.	L I E U
		du NŒUD	de	du
		ascendant.	L'ORBITE.	PÉRIHÉLIE.
		S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.
		11. 18. 35. 24	85. 40. 10	3. 13. 42. 38
		11. 19. 2. 22	85. 3. 2	3. 14. 29. 46
LIII.	1763	11. 26. 23. 26	72. 40. 40	2. 24. 51. 54
LIV.	1764	4. 0. 4. 33	52. 53. 31	0. 15. 14. 52
LV.	1766	8. 4. 10. 50	40. 50. 20	4. 23. 15. 25
LVI.	1766	2. 14. 22. 50	11. 8. 4	8. 2. 17. 53
LVII.	1769	5. 25. 0. 43	40. 37. 33	4. 24. 5. 54
		5. 25. 2. 25	40. 42. 38	4. 24. 14. 22
		5. 25. 3. 18	40. 46. 32	4. 24. 11. 8
		5. 25. 6. 33	40. 48. 49	4. 24. 11. 7
		5. 25. 3. 27	40. 41. 13	4. 24. 9. 24
		5. 25. 11. 13	41. 1. 6	4. 24. 32. 54
		5. 19. 41. 11	29. 40. 49	4. 13. 15. 16
		5. 25. 4. 47	40. 40. 48	4. 24. 7. 0
		5. 24. 42. 0	41. 28. 0	4. 25. 46. 0
		5. 25. 13. 40	40. 42. 30	4. 24. 22. 0
		5. 25. 3. 0	40. 50. 0	4. 24. 16. 0
		5. 25. 4. 41	40. 49. 33	4. 24. 10. 51
		5. 25. 6. 4	40. 46. 42	4. 24. 15. 53
LVIII.	1770	4. 16. 39. 5	1. 44. 29	11. 26. 7. 16
		4. 13. 38. 44	1. 40. 48	11. 25. 4. 36
		4. 15. 28. 43	1. 46. 31	11. 26. 6. 40
		4. 15. 3. 42	1. 44. 35	11. 22. 51. 22
		4. 14. 30. 0	1. 23. 0	0. 7. 13. 46
		4. 12. 56. 0	1. 46. 0	11. 29. 45. 0
		4. 12. 0. 0	1. 33. 40	11. 26. 16. 26
		4. 12. 17. 3	1. 34. 30	11. 26. 26. 13
		4. 16. 14. 0	1. 45. 20	11. 26. 12. 50
		4. 12. 0. 0	1. 55. 0	11. 25. 57. 0
		4. 14. 21. 45	1. 49. 5	11. 26. 19. 28
LIX.	1770	3. 18. 42. 10	31. 25. 55	6. 28. 22. 44
LX.	1771	0. 27. 51. 0	11. 15. 29	3. 13. 28. 13
		0. 27. 49. 37 $\frac{1}{2}$	11. 16. 44	3. 13. 48. 21
LXI.	1772	8. 12. 43. 5	18. 59. 40	3. 18. 6. 22
LXII.	1773	4. 1. 15. 37	61. 25. 21	2. 15. 35. 43
		4. 3. 15. 0	62. 33. 0	2. 21. 40. 0
		4. 3. 35. 0	62. 36. 0	2. 20. 43. 0
		4. 1. 12. 11	61. 20. 57	2. 15. 15. 50

LOGARITH. de la DISTANCE périhélie.	T E M P S du PASSAGE AU PÉRIHÉLIE.		MOUVEMENT.	N O M S de ceux qui ont calculé l' O R B I T E.
	<i>Jours.</i>	<i>H. M. S.</i>		
0,002969	28 Mai....	2. 1. 55	Klinkenberg.
0,004259	28 Mai....	7. 0. 49	Struyck.
9,697895	1. ^{er} Novemb.	19. 52. 58	D.	Pingré.
9,744462	12 Février..	13. 51. 36	R.	Pingré.
9,703570	17 Février..	8. 50. 0	R ::	Pingré.
9,522112	22 Avril...	20. 55. 40	D.	Pingré.
9,092580	7 Octobre.	12. 30. 0	D.	De la Lande.
9,089434 ^{1/2}	7 Octobre.	12. 26. 17	Wallot.
9,088420	7 Octobre.	13. 13. 8	Cassini, fils.
9,088915	7 Octobre.	13. 58. 40	Prosperin.
9,089516 ^{1/2}	7 Octobre.	13. 58. 23	Audiffredi.
9,082785	7 Octobre.	12. 13. 25	Slop.
9,200850	16 Octobre.	10. 21. 23	Zanotti.
9,090187	7 Octobre.	14. 0. 8	Aclépi.
9,065953	7 Octobre.	11. 17. 0	Lambert.
9,089198	7 Octobre.	17. 46. 0	Widder.
9,088632	7 Octobre.	15. 6. 0	Euler.
9,088809	7 Octobre.	15. 37. 37	Lexell.
9,089002	7 Octobre.	15. 51. 23	Pingré.
9,799056	9 Août...	0. 19. 17	D.	Pingré.
9,818222	10 Août...	21. 45. 24	Pingré.
9,799030	9 Août...	0. 3. 46	Prosperin.
9,809263	8 Août...	9. 9. 16	Prosperin.
9,855622	25 Août...	2. 8. 53	Prosperin.
9,812552	12 Août...	20. 50. 0	Widder.
9,828906	13 Août...	13. 5. 0	Lexell.
9,830520	14 Août...	0. 13. 24	Pingré.
9,798457	9 Août...	0. 32. 48	Slop.
9,800029	9 Août...	3. 38. 0	Lambert.
9,797666	8 Août...	19. 26. 0	Rittenhouse.
9,722833	22 Nov....	5. 48. 0	R.	Pingré.
9,957013	18 Avril...	22. 14. 27	D.	Pingré.
9,955148	19 Avril...	0. 39. 36	Prosperin.
0,007807	18 Février..	20. 50. 35	D ::	La Lande.
0,054576	5 Septemb.	11. 18. 45	D.	Pingré.
0,092721	2 Septemb.	12. 0. 0	Lambert.
0,084755	2 Septemb.	19. 0. 0	Schultz.
0,053115	5 Septemb.	5. 55. 0	Lexell.

O ij

ORDRE.	Année du Passage.	LONGITUDE	INCLINAIS.	L I E U
		du NŒUD	de	du
		ascendant.	L'ORBITE.	PÉRIPHÉLIE.
		S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.
LXIII.	1774	4. 1. 4.49	61. 13. 19	2. 14. 57.41
		6. 0. 57.26	82. 47. 40	10. 16. 27.57
		6. 0. 50.13	82. 48. 38	10. 16. 48.24
		6. 1. 22. 0	82. 21. 0	10. 17. 26. 0
LXIV.	1779	6. 0. 49.48	83. 0. 25	10. 17. 22. 4
		0. 25. 3. 1	32. 26. 14	2. 27. 14. 0
		0. 25. 5. 51	32. 24. 0	2. 27. 13. 11
		0. 25. 3. 57	32. 25. 30	2. 27. 13. 40
LXV.	1780	4. 4. 0. 0	53. 56. 28	8. 6. 30. 14
		4. 4. 30. 0	53. 15. 20	8. 6. 19. 21
		4. 4. 9. 19	53. 48. 15	8. 6. 21. 18
		0. 1781	2. 25. 13. 0	5. 16. 0
LXVI.	1781	2. 23. 0. 38	81. 43. 26	5. 22. 17. 0
		2. 17. 22. 52	27. 13. 8	5. 28. 12. 30
LXVII.	1781			7. 29. 11. 25
				0. 16. 3. 28



LOGARITH. de la DISTANCE périhélie.	T E M P S du PASSAGE AU PÉRIHÉLIE.			MOUVEMENT.	N O M S de ceux qui ont calculé L' O R B I T E.
	Jours.	H.	M.	S.	
0,051272	5 Septemb.	9.	12.	1 Pingré.
0,153900	14 Août...	4.	20.	0	D. De Saron.
0,153900	14 Août...	17.	56.	0 De Saron.
0,154121	15 Août...	5.	17.	0 Boscowich.
0,154906	15 Août...	10.	55.	35 Mechain.
9,853222	4 Janvier..	2.	30.	0	D. De Saron.
9,853167	4 Janvier..	2.	12.	0 Mechain.
9,853203	4 Janvier..	2.	24.	30 D'Angos.
8,990371	30 Septemb.	20.	16.	22	R. Lexell.
9,002026	30 Septemb.	16.	8.	24 Lexell.
8,996755	30 Septemb.	18.	12.	50 Mechain.
1,011807	13 Mars 1790	D. Boscowich.
0,974990	27 Janv. 1790	6.	19.	0 La Place.
9,889784	7 Juillet..	4.	41.	20	D. Mechain.
9,982729	29 Novemb.	12.	41.	46	R. Mechain.



TROISIÈME PARTIE.

Diverses Questions sur les Comètes.

ON peut réduire ces questions à cinq chefs principaux. Quelle est la nature, quelles sont les propriétés des Comètes? Quelle est la qualité de leur trajectoire? Quelles sont les Comètes dont on connoît le retour périodique? Quels effets les Comètes peuvent-elles produire? Enfin, quelle est la nature de leur atmosphère?

CHAPITRE PREMIER.

De la nature & des propriétés des Comètes.

Nature
des Comètes.

LES Comètes sont des corps célestes aussi anciens que le monde, assujettis dans leurs mouvemens aux mêmes loix que les Planètes; elles sont donc de vraies Planètes. C'est une vérité qu'on a dû assez naturellement conclure de tout ce que nous avons dit dans la première Partie de cet ouvrage; il n'est aucun Astronome, aucun Physicien éclairé qui n'en convienne maintenant; cinq retours consécutifs de la Comète d'Halley portent cette vérité à un degré d'évidence à laquelle il n'est pas possible de se refuser.

De cette définition il suit que ce n'est qu'abusivement que quelques Écrivains ont donné le nom de *Comètes* à quelques météores sublunaires & de peu de durée. Ces météores n'ont aucun cours réglé; on tenteroit vainement d'expliquer leurs mouvemens par quelque cause physique: les vraies Comètes au contraire règlent les leurs sur les deux célèbres loix de Képler.

Quelques Auteurs sont tombés dans un excès bien plus révoltant: Fortunius Licetus, par exemple, dans son *Traité*

de *Cometâ annorum 1652, 1653, cap. VII*, met au nombre des Comètes la nuée qui conduisoit les Israélites dans le désert ; comme si une Comète pouvoit briller durant quarante ans consécutifs. La nuée qui enveloppa les Apôtres , le jour de la Transfiguration de J. C. les Etoiles qui tomberont du Ciel pour annoncer le dernier jugement ; les armées qu'on crut voir dans le Ciel avant la persécution d'Antiochus & avant la destruction de Jérusalem ; tous ces phénomènes sont des Comètes , suivant Licetus. Rapporter de telles rêveries , c'est les réfuter suffisamment.

Quelques Écrivains , ayant peine à se détacher des préjugés de leur enfance , ont cru trouver entre les Planètes & les Comètes des différences qui ne permettoient pas de les confondre sous une même dénomination. Ils ont eu sans doute raison , si ces différences rouloient sur quelques propriétés essentielles des Planètes. Une Planète est un corps céleste qui se meut autour d'un autre corps placé à un des foyers de son orbite ; voilà ce qui constitue essentiellement la Planète ; or ces propriétés essentielles conviennent aux Comètes. Du principe de l'attraction universelle des corps célestes , en raison directe de leurs masses , & inverse du carré de leur distance , il s'ensuit que les Planètes sont agitées par deux forces ; par l'une , nommée *centrifuge* ou *tangentielle* , la Planète tend à s'écarter du centre de son mouvement dans la direction d'une ligne tangente à son orbite : par l'autre force , dite *centripète* ou *centrale* , la Planète est sans cesse attirée vers le centre de son mouvement , où est placé le Soleil ; & la combinaison de ces deux forces retient la Planète dans l'orbite curviligne qu'elle parcourt. Tout cela est encore commun aux Planètes & aux Comètes. Quelles sont donc les différences entre les unes & les autres ? Nous allons les exposer ; la saine critique jugera si elles peuvent passer pour essentielles.

1.^o Les orbites des Planètes sont , il est vrai , elliptiques , mais presque circulaires ; celles des Comètes sont extrêmement allongées , presque paraboliques , si même il n'en est pas

Nulla
différence
essentielle
entre
les Comètes
&
les Planètes,

Leurs
orbites
ne diffèrent
qu'en

ce qu'elles
sont
plus ou moins
allongées.

quelques-unes qui soient véritablement paraboliques, ou même hyperboliques. Eh bien ! qu'en peut-on conclure ? La différence n'est que du plus au moins. Il faut distinguer entre les deux forces qui agissent sur une Planète, pour la retenir dans son orbite. La force centrale suit une loi générale, constante, uniforme, toujours relative au carré de la distance au Soleil ; les Comètes y sont assujetties comme les Planètes. Quant à la force tangentielle, on ne connoît encore aucune loi qui détermine son intensité, & probablement il n'y en a pas d'autre que la volonté libre du Créateur ; en projetant les Planètes & les Comètes dans l'espace, il leur a imprimé un mouvement de projectile, ou de force tangentielle, tel qu'il l'a jugé à propos. Ce mouvement n'est pas le même pour toutes les Planètes, pourquoi le seroit-il pour les Comètes ? Supposons les Comètes & les Planètes projetées perpendiculairement à leur rayon vecteur, c'est-à-dire à la ligne tirée de la Planète, ou de la Comète au Soleil ; dès le premier instant de leur mouvement, chaque Planète & chaque Comète aura été sollicitée par deux forces, l'une centrale, qui l'aura poussée vers le centre, l'autre tangentielle, qui l'aura écartée du centre. Si ces deux forces eussent été égales, c'est-à-dire, si la première eût autant approché la Planète du centre, que la seconde l'en écartoit, l'orbite eût été circulaire ; nous ne connoissons aucune Planète, aucune Comète, aucun Satellite qui soit dans ce cas. Si le rapport de la première force à la seconde eût été de 1 à la racine carrée de 2, ou de 1 à 1,4142 &c. l'orbite eût été parabolique ; la Comète ou la Planète se seroit continuellement écartée du Soleil, pour ne jamais s'en approcher. La Planète ou la Comète se seroit pareillement écartée à l'infini du Soleil, mais dans une orbite hyperbolique, si l'action de la première force étant 1, celle de la seconde eût excédé la racine de 2 ; nous examinerons dans le chapitre suivant si l'orbite des Comètes peut être parabolique ou hyperbolique. Enfin si la première force étant représentée par l'unité, l'action de la seconde excède l'unité, de manière cependant

cependant qu'elle n'atteigne pas à la racine de 2 ou à 1,4142, &c. l'orbite sera une ellipse, d'autant plus approchante du cercle, que l'action de la seconde force excédera moins l'unité; d'autant plus alongée au contraire, ou d'autant plus approchante de la parabole, que cette action excédera plus l'unité, ou approchera plus de la racine de 2. On conçoit que dans cet intervalle on peut imaginer une infinité d'ellipses, & que toutes ces ellipses ne diffèrent entre elles que par le plus ou moins de force tangentielle qui aura été imprimée à chaque Planète à l'instant de sa création. L'excès de cette force sur la force centrale est presque nul par rapport à Vénus, fort petit dans l'orbite de la Terre, un peu plus grand dans celles de Jupiter & de Saturne, plus grand encore dans celle de Mars, très-sensible dans celle de Mercure, & beaucoup plus sensible enfin dans celles des Comètes. Donc cette différence n'est que du plus au moins; & puisque la grande différence d'excentricité entre les orbites de Vénus & de Mercure n'empêche pas que Mercure ne soit une Planète, aussi-bien que Vénus, la grande différence d'excentricité entre l'orbite de Mercure & celles des Comètes ne doit pas empêcher que les Comètes ne soient des Planètes aussi-bien que Mercure.

On objecte en second lieu que les Planètes suivent l'Écliptique ou s'en écartent peu, & que leur mouvement est uniformément d'occident en orient: les Comètes au contraire s'écartent de l'Écliptique & se meuvent vers toutes les parties du Ciel. Le fait est constant, & comme les Comètes ne rencontrent aucun obstacle à leur mouvement, quelle qu'en soit la direction, nous en concluons que l'espace qu'elles traversent est vide, ou du moins que le fluide qui le remplit est incapable d'aucune résistance, d'aucune action sensible. Or si cela est, qui peut empêcher que cet espace ne soit traversé dans tous les sens? On avoit proposé la même objection dès le temps de Sénèque: si la Comète, disoit-on, étoit une Étoile errante, elle seroit dans le Zodiaque. « Mais, répond ce Philosophe, qui a posé ces bornes aux Planètes? Qui ose resserrer les ouvrages de Dieu dans ces étroites limites? Ces

Inclinaison
à l'écliptique,
& direction
du
mouvement;

» Astres que vous croyez être les seuls en mouvement, n'ont
 » pas tous la même orbite, pourquoi n'en existeroit-il pas d'autres
 » qui se feroient tracé des routes particulières? Y a-t-il donc
 » quelque endroit du Ciel inaccessible aux Planètes? Ne paroît-il
 » pas digne de la grandeur de l'Univers, de le considérer
 » comme distingué par un nombre presque infini d'orbites pla-
 » nétaïres plutôt que de n'en admettre qu'une seule, le reste
 » de l'étendue languissant en quelque sorte dans une oisive
 inutilité (a)! »

Lumière
des
Comètes.

On dit enfin que la lumière des Planètes n'est pas la même que celle des Comètes; celle-ci est terne, environnée d'une nébulosité qui ne permet pas ordinairement de bien distinguer le corps même de la Comète. La cause de cette différence n'est autre que l'atmosphère épaisse qui environne la Comète. Cette propriété d'ailleurs n'appartient pas exclusivement aux seules Comètes; une semblable atmosphère environne la Terre, & la Terre est généralement réputée une véritable Planète.

Autres
objections.

On me dispensera sans doute de réfuter en détail quelques autres objections d'Hévélius, qui prétend que le corps ou le noyau de la Comète n'est pas exactement rond, que ce noyau souffre des accroissemens & des décroissemens réels & très-sensibles; que vers la fin de son apparition il se divise quelquefois en plusieurs petits noyaux; que la plus grande vitesse réelle d'une Comète ne concourt pas avec son périhélie; qu'à distances égales de son périhélie les vitesses réelles ne sont pas les mêmes, &c. Toutes les observations faites avec soin, depuis plus d'un siècle, démentent absolument ces prétendus phénomènes.

Opacité
des
Comètes.

Les Planètes sont des corps opaques, elles ne nous renvoient que la lumière qu'elles reçoivent du Soleil. Il ne faudroit peut-être pas en conclure définitivement que les Comètes sont pareillement des corps opaques; il n'est pas rigoureusement

(a) *Senec. Natur. Quaest.* lib. VII, cap. xxiv, xxv. Voyez ce passage plus étendu au Chapitre IV de la première partie.

démontré qu'un corps lumineux ne puisse pas circuler autour d'un autre corps. Mais la lumière des Comètes est foible & terne, son intensité varie, on y aperçoit des inégalités sensibles, des vides même (*b*). Il ne paroît pas qu'on puisse expliquer ces phénomènes autrement qu'en supposant les Comètes des corps opaques, n'ayant d'autre lumière que celle qu'ils reçoivent du Soleil, & environnés d'une atmosphère semblable à celle de la Terre; il se forme dans cette atmosphère des nuages analogues aux nôtres, ces nuages affoiblissent, ou même interceptent totalement les rayons du Soleil, & nous privent successivement de la vue d'une partie de la Comète. Tout s'explique dans cette hypothèse, simple d'ailleurs & très-vraisemblable: nous y souscrivons donc volontiers. Nous entrerons ailleurs dans un plus grand détail sur ce qui concerne l'atmosphère des Comètes.

Nous conjecturons que les Comètes ont très-peu de densité, & voici quels sont nos fondemens. 1.^o La Comète de 1680 s'est approchée fort près du Soleil, on ne s'est aperçu d'aucun dérangement dans le système solaire. 2.^o La Comète de 1454 a encore passé bien plus près de la Terre & de la Lune, puisqu'elle a passé entre l'une & l'autre; il ne paroît pas cependant qu'elle ait perturbé sensiblement l'orbite de ces deux Planètes. 3.^o La première Comète de 1770 a parcouru autour du Soleil une partie d'une orbite elliptique, telle que la révolution entière auroit dû s'achever en cinq ans & demi; mais comment une Comète, dont la révolution totale seroit bornée à cinq ans & demi, auroit-elle été observée pour la première fois en 1770? Ce qu'on a dit de mieux à ce sujet, c'est que la Comète ayant été assez long-temps voisine de Jupiter en 1767, & beaucoup plus voisine encore en 1779, elle aura éprouvé des perturbations extrêmement sensibles. Mais comment Jupiter & ses Satellites n'auront-ils pas participé à ces perturbations, si ce n'est parce que la

Densité.

(*b*) Voyez sur-tout les Mémoires de l'Académie des Sciences, année 1744, pages 303 & 304.

quantité de matière de la Comète est extrêmement petite relativement à celle de ces Planètes ? Nous reviendrons sur cette matière au Chapitre iv.

Masse.

Struyck, 1740.

P. 5.

Struyck pensoit que la tête ou le noyau des Comètes est ordinairement plus petit que les Planètes : c'est ce qu'il n'est pas facile de déterminer, vu l'épaisseur de l'atmosphère, qui ne permet pas de distinguer clairement le disque de la Comète. La Comète de 1729, qui fut observée pendant six mois à une distance presque égale à celle de Jupiter, étoit sans doute au moins aussi grosse que Mercure. Guillelmini croyoit au contraire que les Comètes étoient plus grosses que le Soleil (c), ce qui est démenti par les observations.

Les Comètes
sont-elles
habitables ?

^a Nova Telluris
Theoria, Lemm.
52.

Whiston ne croit pas que les Comètes soient habitables ^a. Il paroît en effet que les Comètes doivent être sujettes à de grandes vicissitudes de chaud & de froid, de lumière & de ténèbres. La Comète de 1680 éprouva en son périhélie, suivant Newton, une chaleur deux mille fois plus grande que celle d'un fer rouge ; & quelle lumière éblouissante le Soleil ne devoit-il pas répandre sur le corps de cette Comète ? Son diamètre y devoit paroître sous un angle d'environ soixante-treize degrés ; mais cette même Comète en son aphélie ne voit plus le Soleil que sous un angle de quatorze secondes (d) ; une aussi foible lumière suffit-elle pour l'éclairer, & quel froid rigoureux ne doit-elle pas éprouver alors ? Whiston pense qu'une Comète en son périhélie peut acquérir une telle intensité de chaleur, que plusieurs milliers d'années ne suffiront pas pour la dissiper : mais cela ne remédie qu'à une partie du mal. Je ne prétends point borner la puissance du Créateur ; je me contenterai de dire que s'il lui a plu de créer des animaux sur les Comètes, il leur aura donné sans doute des organes fort différens de ceux des animaux terrestres.

Ibid. Lemm.
65.

Leur nombre.

Il n'est pas possible pour le présent de déterminer le nombre

(c) *Epistolica dissertatio de Cometarum naturâ. Bononiæ, 1681, fol.*

(d) Nous supposons ici avec Newton & Halley, que la révolution périodique de cette Comète est de cinq cents soixante quinze ans ; nous examinerons au Chapitre III les fondemens de cette supposition.

des Comètes. Depuis le commencement de notre ère vulgaire jusqu'à la présente année 1783, nous avons trouvé environ trois cents quatre-vingts Comètes dont l'apparition nous a paru pour le moins assez probable. Il en est plusieurs autres dont l'apparition, sans atteindre à un grand degré de probabilité, n'est cependant pas dénuée de tout fondement. Ajoutez-y les Comètes qui ont paru, mais dont il ne nous reste aucune mention dans les histoires; joignez-y celles qu'on a laissé passer sans les apercevoir, soit à cause de leur petitesse apparente, soit à cause de leur proximité du Soleil, soit à cause de l'éclat de la Lune, soit parce que le mauvais temps n'aura pas permis de les observer, soit enfin parce qu'elles auront été invisibles sur l'horizon de l'Europe; & l'on conviendra que le nombre des Comètes doit être très-considérable. Il faut cependant convenir que dans ce grand nombre d'apparitions de Comètes, il en est plusieurs qui ne sont que des retours périodiques de la même Comète. Struyck bornoit le nombre des Comètes à cent ou environ. On peut supposer, disoit-il, que les Comètes, l'une portant l'autre, reparoissent tous les deux cents vingt-deux ans: depuis 1647 jusqu'en 1736, on en a vu vingt-sept; ajoutez-en douze qui ont pu n'être visibles que dans les pays méridionaux; cela fait trente-neuf Comètes en quatre-vingt-huit (ou plutôt en quatre-vingt-dix) ans, c'est sur le pied de neuf cents Comètes en deux mille ans. Or selon notre hypothèse, en deux mille ans, chaque Comète a dû paroître neuf fois, l'un portant l'autre; il n'existe donc qu'environ cent Comètes. Struyck conclut que dans six cents ans on pourra connoître toutes les Comètes. On conçoit facilement combien les fondemens de cette conjecture sont incertains.

*Struyck, 1740,
p. 24.*

Les Anciens distinguoient plusieurs espèces de Comètes. Pline les séparoit en douze classes, comme on peut le voir au chapitre premier de la première partie; & nous croyons que toutes les Comètes n'étoient pas encore renfermées dans cette division. Au reste, toutes ces espèces de Comètes ne diffèrent entre elles que par la couleur, la forme, la direction

Division
des
Comètes,

& les autres modifications de leur atmosphère; différence qui n'étant point essentielle, ne peut être le fondement d'une division légitime des Comètes. En l'admettant, on rapporteroit à différentes classes les Comètes de 1531, de 1607 & de 1682; & il est démontré que ce n'étoit individuellement qu'une seule & même Comète, qui a paru en ces trois années. La division de Pline a été admise comme un principe par tous les Écrivains qui ont parlé des Comètes, jusque vers le milieu du seizième siècle.

Au siècle suivant, Fortunius Licetus distinguoit trois sortes de Comètes; les Comètes naturelles, formées selon lui par des exhalaisons centrales, sulfureuses & bitumineuses, que les volcans vomissent, &c. les Comètes non naturelles, que les démons rassemblent dans l'air, & les Comètes supernaturelles, que Dieu produit quelquefois, pour avertir les hommes de détourner par une sincère conversion les malheurs que leurs péchés méritent.

*Licet. de Comet.
anni 1652.*

Vers le même temps, Hévélus posoit les fondemens d'une nouvelle division de Comètes, relative aux Planètes qui les avoient engendrées. Ainsi il y auroit eu des Comètes Saturniennes, des Comètes Joviennes, des Comètes Solaires, &c. & il auroit toujours été facile de décider, à la seule inspection de la couleur de la Comète, quelle étoit la Planète à laquelle elle étoit redevable de sa génération. Il cite pour exemple les Comètes de 1531 & de 1607; dans la réalité, c'est la même Comète qui est devenue visible en ces deux années; mais suivant Hévélus, non-seulement ces deux Comètes sont différentes, elles sont même de différente espèce, vu que la première étoit d'un beau jaune, imitant la couleur de l'or, & que la seconde étoit pâle, obscure & livide. L'exemple n'étoit pas heureusement choisi; il étoit digne de venir à l'appui d'un système encore plus malheureusement imaginé.

*Hév. Cometogr.
p. 388.*

À ces fausses divisions des Comètes, Struyck en a substitué deux, fondées, il est vrai, sur la vérité, mais arbitraires, & qui ne nous paroissent d'aucune utilité réelle. La première

division, relative à la distance périhélie des Comètes, est en quinze classes. Supposant la distance moyenne de la Terre au Soleil = 1, la première classe comprendra les Comètes dont la distance périhélie sera au-dessous de 0,1. Celles dont la distance périhélie sera entre 0,1 & 0,2 appartiendront à la seconde classe, ainsi des autres. La onzième classe s'étend entre 1 & 1,5; la douzième entre 1,5 & 2; la treizième entre 2 & 3; la quatorzième entre 3 & 4; la quinzième enfin entre 4 & 5. On ne connoît pas de Comète dont la distance périhélie ait excédé 5.

La seconde division de Struyck est en neuf classes, & elle est fondée sur l'inclinaison des orbites cométaires à l'Écliptique: cette inclinaison dans la première classe est entre 0 & 10 degrés; dans la seconde entre 10 & 20, &c.

On pourroit aussi distinguer les Comètes relativement au lieu de leur périhélie, ou à celui de leur nœud ascendant. Il est cependant vrai que ces dernières divisions seroient sujettes à varier plus que les deux premières. On pourroit encore mettre de la distinction entre les Comètes directes & les Comètes rétrogrades. Mais, comme nous l'avons dit, toutes ces divisions sont arbitraires, elles ne nous apprennent rien, elles sont absolument étrangères à la nature & aux propriétés des Comètes. Nous ne reconnoissons donc qu'une seule espèce de Comètes; *ce sont des corps célestes aussi anciens que le monde, assujettis dans leurs mouvemens aux loix générales de l'Univers, en un mot de vraies Planètes, qui ne diffèrent des Planètes anciennement reconnues pour telles, que par la quantité de leur excentricité.*

CHAPITRE II.

De la Trajectoire des Comètes.

LA nature de la trajectoire d'un corps qui se trouve dans la sphère d'activité d'un autre corps, vers lequel il est sans

Des différentes
trajectoires
possibles.

celle attiré, dépend du rapport de la force tangentielle à la force centrale, comme nous l'avons dit dans le Chapitre précédent. Si la force tangentielle étoit nulle, le corps se porteroit directement, par un mouvement rectiligne & accéléré vers le corps qui l'attire. Si dans l'hypothèse que les directions des deux forces sont perpendiculaires l'une sur l'autre, les deux forces sont comme 1 est à 1, c'est-à-dire égales, la trajectoire sera un cercle, dont le corps attirant occupera le centre. Si dans la même hypothèse, la force centrale étant toujours 1, la force tangentielle est égale à la racine quarrée de 2, ou plus grande, ou moindre que cette racine, la trajectoire sera une parabole, une hyperbole, ou une ellipse, au foyer de laquelle le corps attirant sera nécessairement placé. Si l'on supposoit la force centrale entièrement annullée, ou, ce qui revient au même, la force tangentielle infiniment plus grande que la force centrale, la trajectoire redeviendrait rectiligne, mais perpendiculaire au premier rayon vecteur, & le corps parcourroit cette trajectoire par un mouvement toujours égal & uniforme. Ainsi la nature de la trajectoire des Comètes ne dépend que du rapport de la force tangentielle de la Comète à la force centrale.

Quelle est
la trajectoire
des Comètes ?

La trajectoire des Comètes ne peut être rectiligne; pour qu'elle le fût, il faudroit qu'une des deux forces fût absolument nulle. La force centrale, étant fondée sur une loi générale de l'Univers, ne peut être supposée nulle. Si donc une Comète se mouvoit dans une direction rectiligne, ce ne pourroit être qu'au défaut de toute force centrifuge; son mouvement la porteroit directement vers le centre du Soleil. Je ne nie point que cela ne soit physiquement possible; mais je ne pense pas qu'il y ait actuellement de telles trajectoires de Comètes. On n'a jamais vu de Comètes tomber dans le Soleil, & quant à l'avenir, si l'on supposoit qu'une Comète est actuellement en chemin pour y tomber, je ferois les réflexions suivantes. Cette Comète, à l'instant de sa création, aura sans doute reçu un mouvement de projectile, ainsi que tous les autres corps célestes; ce mouvement l'aura portée
directement

directement vers le Soleil , j'y consens. Mais depuis que le monde existe, combien de millions de lieues cette Comète n'a-t-elle pas dû parcourir ? Et peut-on supposer que dans cette route immense, elle ne se sera pas trouvée engagée dans la sphère d'activité de quelque Étoile, qui en accélérant son mouvement, aura rendu sa trajectoire hyperbolique, parabolique ou elliptique, de rectiligne qu'elle étoit auparavant ? Je ne nie cependant pas qu'une Comète ne puisse tomber dans le Soleil. La Comète de 1680 a passé fort près de cet astre : qu'à son prochain retour son mouvement soit un peu accéléré par la rencontre de quelque Planète ou de quelque autre Comète, ce mouvement la porteroit non pas vers le centre, mais du moins vers quelque partie de la circonférence du Soleil. C'est un article sur lequel nous reviendrons au Chapitre iv.

La trajectoire des Comètes n'est pas circulaire ; si elle l'étoit, on mettroit les Comètes au rang des Planètes.

La trajectoire de quelques Comètes est certainement elliptique, puisqu'on les a vus périodiquement reparoître.

Mais l'orbite de toutes les Comètes est-elle elliptique, ou y en a-t-il dont les trajectoires soient paraboliques ou hyperboliques ? C'est ce qu'il n'est pas aisé de déterminer. On peut faire usage dans cette recherche, ou du raisonnement, ou des observations ; & par l'un & l'autre moyen, il ne sera pas facile de réussir.

Est-elle
toujours
elliptique ?

On ne peut observer les Comètes que dans une très-petite partie de leur orbite ; or une parabole, une ellipse extrêmement alongée, & une hyperbole peu aplatie ne diffèrent pas bien sensiblement, lorsqu'on ne les compare que dans une très-petite partie de leur orbite, au voisinage de leur foyer commun. Je dis qu'elles diffèrent *peu sensiblement* ; leur différence est cependant réelle, mais pour l'apprécier, il faudroit des observations de la plus extrême précision ; l'erreur de quelques secondes dans une observation suffiroit souvent pour convertir en parabole ou en hyperbole une orbite véritablement elliptique. Or peut-on se flatter d'observer avec une

grande précision des astres aussi mal terminés que le sont ordinairement les Comètes? Croit-on distinguer assez clairement les bords de leur limbe? Est-on assuré que le point, que l'on juge être au milieu de leur partie la plus claire, est réellement le centre de leur disque? J'admire les méthodes savantes, délicates, élégantes que d'habiles Géomètres nous ont données, pour déterminer la nature de la trajectoire d'une Comète, par trois observations peu distantes les unes des autres; mais je doute que ces théories puissent réussir dans la pratique. Plus les observations seront voisines, plus les moindres erreurs qui s'y seront glissées influenceront sur la nature de la courbe. En 1733, feu M. Bouguer donna à l'Académie une de ces savantes méthodes: pour résoudre le problème, il vouloit que les trois observations fussent très-exactes, & que d'ailleurs elles fussent assez peu distantes les unes des autres, pour que dans l'intervalle on pût supposer le mouvement de la Comète rectiligne & uniforme, c'est-à-dire qu'il demandoit l'impossible. Bouguer appliquoit sa méthode à la Comète de 1729, & concluoit que l'orbite de cette Comète étoit hyperbolique. Le célèbre M. Euler a pareillement proposé une méthode pour résoudre le même problème. Il applique cette méthode à la Comète de 1680; le résultat est que la Comète achève sa révolution en dix-sept mille soixante-dix-sept ans. La méthode de M. Euler est plus parfaite que celle de M. Bouguer, en ce qu'on n'y suppose aucun mouvement rectiligne & uniforme de la Comète, & que par conséquent on peut choisir les observations les plus distantes entre elles: mais il faut toujours supposer les observations très-précises. M. Euler entreprend de déterminer par sa méthode les élémens & la nature de l'orbite de la Comète de 1744; il choisit pour cela trois observations faites à Berlin par Kirch; il trouve que l'orbite est hyperbolique. Il reçoit cependant de Paris les observations de Jacques Cassini, il les confronte avec sa théorie, il refond celle-ci, & trouve enfin pour dernier résultat que la trajectoire de la Comète est une ellipse extrêmement allongée, que la Comète ne

*Mémoires de
l'Acad. des Sc.
1733, p. 331
& suiv.*

peut parcourir qu'en plusieurs siècles. Tant il est vrai qu'il faut ordinairement une grande précision dans les observations, pour pouvoir les employer à déterminer la nature des orbites cométaires! Il n'est donc pas facile de décider par les observations, si l'orbite de toutes les Comètes est elliptique, parabolique ou hyperbolique. On ne pourroit le faire avec quelque précision que dans deux cas particuliers; le premier, lorsqu'une orbite elliptique seroit peu alongée; le second, lorsqu'une orbite hyperbolique seroit fort aplatie: en ces deux cas, il ne seroit pas possible de faire cadrer les observations avec l'hypothèse d'une orbite parabolique. On a vu un exemple du premier en 1770; le second ne s'est pas encore présenté.

*Theoria motuum
Planetarum &
Cometarum.*

On croit assez communément que l'orbite de toutes les Comètes est elliptique, & cette opinion est assez vraisemblable, mais elle n'est pas certaine. Les Étoiles fixes étant des Soleils, ont probablement leurs Planètes & leurs Comètes; l'espace immense qui est entre Saturne & les Étoiles fixes n'est pas inutile, comme on le reprochoit aux défenseurs du système de Copernic; il sert de réceptacle aux Comètes, tant à celles de notre système solaire, qu'à un grand nombre de celles qui font leur révolution autour des Étoiles les plus voisines du Soleil. Mais qui empêcheroit que les mêmes Comètes ne servissent à ces différens systèmes? Une Comète aura tourné autour du Soleil dans un orbe parabolique ou hyperbolique, elle s'éloignera donc du Soleil, jusqu'à ce qu'elle entre dans la sphère d'activité de quelqu'Étoile; alors son mouvement sera accéléré, & souffrira une inflexion vers cette Étoile; son orbite variera & formera autour de l'Étoile une nouvelle parabole ou une nouvelle hyperbole, qui la conduira à la sphère d'activité de quelqu'autre Étoile. Elle passera ainsi de système en système, & pourra enfin être rendue au système solaire, mais après un nombre infini de siècles. Quand on supposeroit que toutes les Comètes ont été primitivement créées pour décrire des orbites elliptiques, quelques-unes de ces orbites ont pu devenir paraboliques ou hyperboliques. Si l'action de Jupiter & de Saturne a pu altérer l'orbite de

la Comète de 1759, de manière à augmenter d'environ un quarantième la durée de sa révolution, si, comme il y a lieu de le penser, l'action de Jupiter seul a tellement influé sur une orbite cométaire, qu'une Comète, qu'on observoit pour la première fois en 1770, a paru décrire une orbite qu'elle devoit achever en cinq ans & demi ; qui peut douter qu'une semblable perturbation ne puisse rendre la trajectoire des Comètes parabolique ou hyberbolique, d'elliptique qu'elle étoit auparavant ? Dans cette hypothèse, on pourroit penser que les Comètes seroient des canaux de communication entre notre système solaire & les divers systèmes des Étoiles fixes. Mais de quelle utilité seroit cette communication ?

Durée
de l'apparition
des Comètes.

On a demandé combien de temps peut durer l'apparition d'une Comète ? Je réponds d'abord qu'il peut y avoir des Comètes qui nous sont & nous seront peut-être toujours invisibles, vu leur grande distance. Le plus grand nombre des Comètes, dont on a calculé l'orbite, se sont approchées du Soleil à une distance moindre que celle de la Terre au Soleil ; la distance périhélie de quelques-unes a excédé, mais de peu la distance du Soleil à la Terre : toutes ces Comètes sont visibles, pourvu qu'elles passent dans des circonstances favorables. La distance périhélie de la Comète de 1747 excédoit le double de celle du Soleil à la Terre, & celle de la Comète de 1729 étoit encore deux fois plus grande : on a cependant vu ces deux Comètes ; mais elles étoient bien petites. Or peut-on assurer que la distance périhélie de la Comète de 1729 soit le dernier terme où puisse se porter la distance périhélie des Comètes ? N'est-il pas plus naturel de penser qu'il y en a d'autres dont le périhélie est entre les orbes de Jupiter & de Saturne, ou même au-delà de celui de Saturne ? On ne les voit pas, à cause de leur grande distance ; ou, si on les rencontre par hasard dans le télescope, leur petitesse & leur immobilité apparente, suite nécessaire de leur grande distance, les fait prendre pour des Étoiles télescopiques ou pour des nébuleuses ; on ne se donne pas la peine de les suivre. M. Messier n'a pu retrouver dans le

Ciel des Étoiles nébuleuses observées par les Astronomes qui l'avoient précédé; ces Étoiles n'étoient peut-être que des Comètes, elles s'étoient éloignées.

Quant à la plus longue durée de l'apparition des Comètes, Hévélius & plusieurs autres Écrivains la bornent à six ou à huit mois, parce que de fait on a vu des Comètes paroître durant cet intervalle de temps: de nos jours même la Comète de 1729 a été vue près de six mois, la première de 1759 durant plus de cinq, & la durée de l'apparition de la Comète de 1773 a excédé six mois. Avant la prise de Jérusalem par Titus, on vit durant un an entier une Comète au-dessus de cette ville, suivant le témoignage de l'historien Josphe. Plusieurs ont regardé cette Comète comme surnaturelle. Il n'est cependant pas impossible qu'une Comète paroisse durant une année entière, mais ce ne sera pas vers le même lieu du Ciel. Voyez d'ailleurs ce que nous avons dit de cette Comète sur l'an 69.

Les Cométographes ont aussi traité de la vitesse apparente des Comètes; ils ont remarqué que celle de 1472 décrivit en un seul jour 120 degrés, ayant rétrogradé depuis la fin du signe de la Vierge jusqu'au commencement de celui des Gemeaux. La troisième Comète de 1759 a parcouru $41^{\text{d}} \frac{1}{2}$ de longitude, & près de 4 degrés en latitude, depuis le 7 Janvier 1760 à 9 heures du soir, jusqu'au 8 du même mois à pareille heure. Ce mouvement, si précipité en apparence, ne doit point étonner, sur-tout dans des Comètes dont le mouvement vrai est rétrograde, tel que l'étoit celui des Comètes de 1472 & de 1759. L'Abbé de la Caille suppose une Comète rétrograde, ne quittant point le plan de l'Écliptique; périhélie, en opposition avec le Soleil, & distante de quatre-vingt-six mille deux cents lieues (de 25 au degré) de la Terre, pareillement périhélie; & il prouve qu'une telle Comète sembleroit parcourir $141^{\text{d}} 40'$ de grand cercle en une heure, $160^{\text{d}} 14' 54''$ en deux heures, $178^{\text{d}} 20' 30''$ en vingt-quatre heures. La vitesse apparente de la Comète, durant une heure seroit encore plus grande, si en conservant

Vitesse
apparente
des Comètes.

*Mémoires de
l'Acad. des Sc.
1760, p. 106
& suiv.*

les autres suppositions de l'Abbé de la Caille, on rapprochoit la Comète de la Terre; mais elle ne pourroit jamais atteindre 180 degrés. L'Abbé de la Caille remarque que si au lieu de supposer la Comète en opposition avec le Soleil, on la supposoit au contraire en conjonction inférieure, & d'ailleurs dans les mêmes circonstances, on trouveroit à peu-près les mêmes vîteses, mais augmentées de quelques secondes. Il ajoute que cette vîtesse prodigieuse seroit encore augmentée de 15 degrés par heure, par l'effet du mouvement diurne; elle le seroit encore par la parallaxe, si la Comète étoit à l'occident du méridien. Il pourroit arriver de-là qu'un observateur placé entre les Tropiques verroit la Comète s'élever en moins de trois quarts d'heure de l'Horizon au Zénith, puis employer plus de quatre heures à regagner l'Horizon pour se coucher^a.

^a *Mémoires de
l'Acad. des Sc.
1760, p. 108
& suiv.*

Étendue
de la route
apparente
des Comètes.

Une Comète peut sembler parcourir huit signes du Zodiaque; nous en avons eu un exemple dans la Comète de 1769; son cours apparent pourroit même s'étendre quelques degrés au-delà; mais il ne me paroît pas possible que le mouvement apparent d'une Comète embrasse les douze signes du Zodiaque.

On convient maintenant que les Comètes n'ont point de Zodiaque particulier, ou, si l'on veut, que le Ciel entier est leur Zodiaque; il n'est point de constellation, où l'on n'ait vu briller des Comètes.

J'ai traité toutes ces dernières questions, pour me conformer à l'usage des Cométographes. Je les termine par observer que toutes les singularités, toutes les irrégularités que l'on remarque dans le mouvement apparent des Comètes, ne sont qu'un effet optique de la parallaxe de l'orbe annuel de la Terre. Il en est de ces irrégularités, comme des stations & des rétrogradations des Planètes; dépouillez les observations de l'effet du mouvement annuel de la Terre, & vous trouverez les mouvemens des Planètes & des Comètes exactement réguliers, & assujettis à des loix simples & constantes.



CHAPITRE III.

Du retour des Comètes.

Nous ne parlerons point ici des prédictions du retour des Comètes, fondées sur des hypothèses maintenant abandonnées : telles ont été les prédictions faites par Jean-Dominique Cassini, Jacques Bernoulli & d'autres Savans, plus éclairés sur la nature des Comètes que sur les loix de leur mouvement. Voyez ce que nous en avons dit dans la première Partie, Chap. VII & X.

Prédictions
du retour
des Comètes.

Ceux qui en admettant les vrais principes du mouvement des Comètes, ont entrepris de déterminer le temps auquel ces astres devoient reparoître, ont suivi trois routes pour arriver à ce but. La première est celle du *calcul direct*. Plusieurs observations d'une Comète étant données (trois suffisent à la rigueur) on calcule les élémens de la courbe que l'astre a décrite : si l'on trouve que cette courbe est une parabole ou une hyperbole, on conclut que la Comète ne reparoîtra plus ; mais si la courbe est elliptique, le calcul fera connoître la longueur du grand axe de l'ellipse, en demi-diamètres de l'orbite terrestre ; extrayant la racine quarrée du cube de la moitié de cette longueur, on aura par la seconde règle de Képler la durée de la révolution périodique de la Comète. C'est par cette méthode que Bouguer détermina que l'orbite de la Comète de 1729 étoit hyperbolique. M. Euler avoit décidé la même chose de la Comète de 1744 ; mais ayant reçu des observations plus précises que celles sur lesquelles il avoit d'abord appuyé ses calculs, il trouva que l'orbite étoit, il est vrai, elliptique, mais si alongée que la Comète ne pouvoit revenir qu'après une révolution de plusieurs siècles. La Comète de 1680, à laquelle on a coutume d'accorder cinq cents soixante-quinze ans de révolution périodique, achève sa route en cent soixante-dix ans & demi, selon les calculs du même M. Euler. La Comète de 1742 achève

Moyens
de s'assurer
de ces retours ;
1.^o le calcul.

sa course en quarante-deux ans ; si cela étoit , nous ne tarderions pas à la voir reparôître : mais M. Euler a paru douter lui-même de la précision de cette dernière détermination.

Les principes sur lesquels ces savans Géomètres se sont fondés , sont sans doute excellens dans la théorie ; mais ils supposent dans les observations une précision dont elles ne sont pas susceptibles. Les Comètes sont ordinairement entourées d'une atmosphère épaisse & inégale, qui ne permet ni de voir le limbe de leur disque, ni d'estimer avec quelque précision leur centre. Cette nébulosité doit ordinairement occasionner dans l'observation des erreurs, légères en elles-mêmes, mais cependant assez fortes pour donner une forme hyberbolique à une orbite qui est véritablement elliptique ; à plus forte raison peut-elle faire trouver le grand axe d'une ellipse plus ou moins long qu'il ne l'est réellement. Ces sortes d'erreurs sont d'autant plus à craindre, que la Comète, pendant la durée de son apparition, aura décrit une moindre partie de son orbite autour du Soleil. La Comète de 1773 a paru durant plus de six mois ; mais pendant cette longue apparition, elle n'a parcouru qu'environ 68 degrés de son orbite ; M. Lexell en a conclu qu'il n'y avoit pas moyen de déterminer par le calcul la durée de sa révolution. Au contraire la Comète de 1769, avoit parcouru, durant les quatre mois de son apparition, 295 degrés de son orbite ; c'étoit l'occasion la plus favorable d'employer le calcul à la recherche de la durée de la révolution. M. Lexell l'a fait ; il a conclu qu'en supposant les observations susceptibles d'une minute d'erreur, la révolution de la Comète devoit être au moins de quatre cents quarante-neuf ans, au plus de cinq cents dix-neuf. Mais voilà d'abord une incertitude de soixante-dix ans ; & de plus pourroit-on garantir qu'il n'y a pas plus d'une minute d'erreur dans les observations ? Parmi les Comètes qui ont paru dans les siècles précédens, je n'en trouve aucune qui vienne bien décidément à l'appui de l'hypothèse de M. Lexell. Mais la détermination la plus singulière qui ait été faite en ce genre, est celle qui a eu pour objet la première Comète de 1770 ;
sa révolution

la révolution périodique a été trouvée de cinq ans & demi seulement, & l'on ne peut étendre à plus de six ans la durée de cette révolution, sans introduire dans les observations des erreurs de plusieurs minutes. Il est bien vrai que si cette révolution est bornée à cinq ans & demi, on auroit dû observer cette Comète plusieurs fois, avant l'année 1770 : mais on ne peut se refuser à l'évidence d'une démonstration géométrique ; il est décisivement certain que la route tenue par cette Comète, durant le temps de sa dernière apparition, appartient à une orbite de cinq ans & demi. La révolution étoit probablement beaucoup plus longue avant 1770 ; mais la Comète ayant passé en 1768 fort près de Jupiter, son orbite aura été sensiblement altérée par l'action de cette Planète. La Comète n'a pas reparu en 1776, & comme elle n'a pas non plus été observée en 1781 ou 1782, il faut dire avec M. Lexell qu'ayant repassé en 1772 dans la sphère d'activité de Jupiter, une nouvelle perturbation qu'elle y a éprouvée a détruit l'effet de la perturbation précédente. Voyez ce que nous avons dit à ce sujet dans la seconde Partie, sur l'an 1770.

La seconde méthode pour s'assurer du retour des Comètes est celle de la *comparaison*. On a calculé dans une orbite parabolique l'orbite de toutes les Comètes dont on a recueilli un nombre d'observations suffisant pour ce calcul. En comparant toutes ces orbites, on en trouve dont les élémens sont à peu-près les mêmes ; on conclut qu'il faut attribuer ces orbites semblables, non à autant de Comètes différentes, mais à une seule & même Comète qui a paru plusieurs fois. Connoissant ainsi le temps de la révolution périodique de cette Comète, il sera facile de connoître les dimensions de l'ellipse qu'elle décrit, & d'annoncer ses retours. C'est par cette méthode qu'Edmond Halley a déterminé que la Comète de 1682 ne différoit pas de celles de 1607 & de 1531 ; que sa période étoit de soixante-quinze ou soixante-seize ans, & qu'elle reparoitroit en 1758 ou au commencement de 1759, prédiction que l'événement a pleinement justifiée.

Tome II.

R

2.^o La
comparaison
des
observations;

C'est par la même méthode que le même Halley a soupçonné que la Comète de 1661 ne différoit pas de celle de 1532, que sa période moyenne étoit de cent vingt-huit à cent vingt-neuf ans, & qu'elle pourroit reparoître vers 1789 ou 1790. Enfin c'est en suivant la même méthode que nous avons cru que la Comète de 1556 pouvoit être la même que celle de 1264, qu'elle achevoit la révolution dans environ deux cents quatre-vingt-douze ans, & qu'elle reparoîtroit vers 1848. M. Dunthorne l'avoit soupçonné avant nous; quelques secours qu'il n'avoit pu se procurer, nous ont facilité le moyen de fortifier le soupçon.

3.^o
La conjecture.

La troisième méthode, à laquelle je puis donner le nom de méthode de *conjecture*, consiste à compulser les fastes cométaires; si à des intervalles de temps, à peu-près égaux, on trouve des apparitions de Comètes qui aient entre elles des traits marqués de ressemblance, on conjecture que ce pourroit bien être la même Comète. Ainsi Halley a cru que la belle Comète de 1680 avoit paru en 1106, en 531, & en l'an 43 avant l'ère chrétienne. Struyck a saisi cette idée & a cru trouver des retours de la même Comète dans les années 619, 1194 & 1769 avant notre ère vulgaire. Enfin Whiston est remonté encore plus haut; c'est, selon lui, cette même Comète, qui cinq cents soixante-quinze ans auparavant, vers l'an 2340 ou 2345 avant Jésus-Christ, a occasionné le déluge. Voyez dans la seconde Partie ce que nous disons sur toutes ces Comètes, d'après les partisans de leur identité avec celle de 1680.

Feu M. Struyck, dans le premier volume de ses *Opuscules*, imprimé en 1740, a donné une histoire de l'apparition des Comètes, la meilleure qui eût paru jusqu'alors: il y a ajouté un supplément dans son second volume publié en 1753. Comparant ensemble les Comètes qu'il avoit recueillies, & faisant usage de la méthode de conjecture, il a cru reconnoître les retours de plusieurs Comètes. « Les Anglois, disoit-il en 1740, ont déterminé l'orbite de trois Comètes; je crois avoir découvert la durée de la révolution de huit autres. »

Ces huit autres sont celles de 1580, 1585, 1596, 1652, 1664, 1665, 1677 & 1686. De ces huit déterminations Struyck en regardoit trois comme certaines, trois comme très-probables, deux comme moins certaines. En 1753 il a multiplié ses conjectures; mais ce ne sont que des conjectures, & elles ne sont données que comme telles. Parmi ces conjectures cependant, il peut y en avoir de bien fondées, & que le retour des Comètes justifiera quelque jour. Struyck les a publiées dans une langue peu répandue en Europe; il ne seroit pas juste de le priver de la gloire dûe à ses recherches, si quelques-unes de ses conjectures venoient à être confirmées par l'événement. Mais avant que d'apprécier les fondemens sur lesquels se sont appuyés ceux qui ont annoncé des retours de Comètes, il est à propos de faire deux remarques.

1.^o Il ne faut pas s'attendre à trouver tous les retours d'une même Comète mentionnés dans les anciens Écrivains. Il n'est guère de Comète dont le retour n'ait son côté foible, s'il est permis de le dire. Telle Comète aura paru belle, grande, éclatante, traînant après elle une queue majestueuse; c'est que la Terre se trouvoit alors dans la partie de son orbite qui avoisinoit de plus près la Comète. Après une révolution périodique achevée, la Comète se retrouvera dans la même position; mais la Terre se trouvera dans la partie opposée de son orbite, la distance de la Terre à la Comète ne permettra pas d'observer celle-ci, elle sera invisible à la vue simple, l'histoire n'en fera pas mention. Ajoutez à cela que l'histoire ancienne ne parloit guère des apparitions de Comètes, qu'autant qu'elles étoient comme liées aux faits civils & politiques, dont on regardoit ces astres comme les avant-coureurs. Enfin une Comète pouvoit s'approcher du Soleil & de la Terre en des circonstances favorables, & cependant ne point être observée, soit à cause du mauvais temps, soit parce que sa déclinaison étoit trop méridionale. Donc le silence des Historiens ne prouve rien contre le retour d'une Comète en une année, en laquelle sa révolution périodique devoit la ramener vers nous.

Les Comètes
ne sont pas
visibles
dans tous leurs
retours.

Leurs
révolutions
peuvent être
inégales.

2.^o La révolution périodique d'une Comète n'est pas toujours la même; & comment pourroit-elle l'être, les révolutions de nos Planètes ne l'étant pas elles-mêmes? Ces inégalités sont dûes aux perturbations que les Comètes éprouvent, soit de la part des Planètes, lorsqu'elles viennent à passer dans leur sphère d'activité, soit peut-être aussi de la part d'autres Comètes au voisinage desquelles elles peuvent passer, dans l'étendue de l'espace qu'elles parcourent. Ainsi la Comète de Halley a achevé sa révolution périodique en soixante-quinze ans deux mois & demi entre 1456 & 1531; la révolution suivante a été de soixante-seize ans & près de deux mois; celle de 1607 à 1682 a été bornée à soixante-quatorze ans dix mois dix-huit jours; enfin la dernière, entre 1682 & 1759, s'est étendue à soixante-seize ans six mois moins deux jours. Donc lorsqu'on dit que la révolution périodique d'une Comète est d'un certain nombre d'années, un ou deux ans de plus ou de moins ne sont pas censés interrompre la suite de ces révolutions.

Cela posé, venons à l'examen des révolutions périodiques assignées à différentes Comètes.

Comète
de 1682.

La période de la Comète de 1682, déterminée par Halley, est de soixante-quinze à soixante-seize ans. Ce grand Astronome voyant beaucoup de rapport entre les élémens des orbites des Comètes de 1531, 1607 & 1682, qu'il avoit calculées, soupçonna que ce pouvoit être une même Comète qui avoit été observée en ces trois années. Ayant eu ensuite connoissance des Comètes qui avoient paru en 1456, en 1380, & en 1305 à des intervalles à peu-près égaux, il ne balança plus, & annonça le retour de cette Comète pour la fin de 1758 ou le commencement de 1759. Ainsi Halley pour faire cette prédiction ne se contenta pas de la méthode de *comparaison*, il y joignit celle de *conjecture*, nous l'imiterons sur les deux Comètes suivantes. Celle de 1682 avoit certainement paru en 1456; ce que l'on connoît de cette apparition nous a suffi pour calculer l'orbite de la Comète; & cette orbite est suffisamment semblable à celle de la Comète de 1682,

pour que l'on puisse affurer que ce n'est qu'une seule & même Comète. Il a paru une Comète en 1380, c'est tout ce qu'on en fait. Rien ne s'oppose à ce qu'on reconnoisse la Comète de 1682 dans celles de 1305, de 1230, de 1155, & sur-tout de 1080. Il a paru en 1006 une Comète dont on a une bonne observation, & cette observation ne permet guère de méconnoître ici un retour de la Comète de 1682. Nous ne remontons pas plus haut, les Écrivains antérieurs ne nous ont point laissé de Mémoires suffisans pour reconnoître d'autres retours de cette Comète. Strüyck cependant croit en trouver des vestiges dans les années 930, 400, ou 402, ou 405 de notre ère vulgaire; & dans les années 53, 128, 203, 354, 428 & 502 avant cette ère; on pourroit y ajouter les années de notre ère 855, 556 & 248. Voyez ce que nous disons sur chacune de ces années.

Halley a le premier soupçonné que la Comète de 1661 pouvoit être la même que celle de 1532, observée par Apien, & qu'en conséquence sa révolution périodique étoit de cent vingt-huit ou cent vingt-neuf ans environ; quelques autres Astronomes, & sur-tout Struyck, ont parlé plus affirmativement. Suivant l'exemple de ce dernier, j'ai recherché si je ne trouverois pas, antérieurement à 1532, des retours probables de cette Comète, & je crois avoir réussi à convertir le soupçon d'Halley en certitude.

Comète
de 1661.

En 1402, cent trente ans avant 1532, il parut deux belles Comètes, l'une en hiver & au printemps, l'autre en été. En 1740, Struyck ne doutoit point que la première ne fût un retour de la Comète de 1661 : mais depuis, ayant voulu trop multiplier ces retours de Comètes, il s'aperçut ou crut s'apercevoir de quelque ressemblance entre cette Comète & celle de 1702, il renonça à son premier sentiment, & se persuada que c'étoit la seconde Comète de 1402, qui ne différoit pas de celle de 1661. Cette seconde Comète, selon le témoignage de Ducas, auteur contemporain, & de plusieurs historiens Italiens, parut durant trois mois, depuis la mi-Juin jusqu'à la mi-Septembre, jetant un éclat extraordinaire. Or, durant cette

faison, la Comète de 1661 ne pouvoit paroître que très-petite, sans éclat, & visible à peine à la vue simple. Au contraire, aux mois de Février, Mars & Avril, temps de l'apparition de la première Comète de 1402, celle de 1661 a pu paroître avec un éclat extraordinaire; que l'on suppose qu'elle ait été périhélie vers le commencement de Mars, le 8 de Février sa distance à la Terre étoit déjà moindre que lorsqu'on la perdit de vue après le 4 Décembre 1532; dans tout le cours du mois de Février, elle sera devenue de jour en jour plus visible, le soir, après le coucher du Soleil; on l'aura vue au commencement de Mars dans le Bélier; elle aura paru entre le midi & l'occident durant le mois de Février, entre l'occident & le nord durant celui de Mars. Le 19 Mars & les jours suivans, elle se sera assez approchée de la Terre, pour qu'on ait aperçu des accroissemens considérables dans l'apparence de sa queue, & pour qu'on l'ait vu même en plein jour; elle aura ensuite précédé le Soleil, qu'elle avoit suivi jusqu'alors; dans sa conjonction inférieure avec le Soleil, elle se sera levée avant cet astre & couchée après lui; peu après elle aura paru toute la nuit. Or, tels sont les caractères que les Écrivains contemporains attribuent à la première Comète de 1402; il y a donc tout lieu de croire que cette Comète ne diffère pas de celle de 1661.

Cent vingt-huit ans auparavant, ou en 1274, on vit une Comète, sur laquelle nous n'avons aucun détail.

La révolution précédente, de cent vingt-neuf ans, tombe sur l'an 1145; il parut alors une Comète, & ce que l'on en fait convient fort bien à celle de 1661, qui aura été périhélie le 20 Avril 1145.

Les Historiens ne font point mention du retour précédent, la Comète aura pu être périhélie vers le mois de Juillet, & alors elle aura été presque invisible à la vue simple. La Comète vue en 1018 ne peut être celle de 1661.

En 891, ou deux fois cent vingt-sept ans avant 1145, on vit une Comète, dans laquelle il seroit difficile de ne

pas reconnoître celle de 1661, qui auroit passé par son périhélie vers la fin de Mars.

On vit en 762, en 632, en 504 & en 375 des Comètes, sur lesquelles on n'a aucun détail; rien n'empêche de croire que c'étoient autant de retours de notre Comète.

En 245, on observa en Chine une Comète; ce que les annales Chinoises nous en apprennent s'applique facilement à la Comète de 1661, périhélie vers la fin d'Octobre.

Il en faut dire autant de la Comète qui fut aussi observée à la Chine au commencement de l'an 117; mais en cette année la Comète aura été périhélie vers le 18 Février.

Enfin cent vingt-huit ans auparavant, ou l'an 11 avant notre ère vulgaire, on vit en Europe & en Chine une Comète qui a encore beaucoup d'analogie avec celle de 1661. Elle aura été périhélie vers le 5 Octobre, & dans cette supposition elle aura été vue le 26 Août au sud des pieds des Gémeaux, elle aura été observée les jours suivans au sud de δ des Gémeaux, entre l'Écrevisse & Procyon; elle aura traversé le Lion & la Vierge, aura passé quelques degrés au sud d'*Arcturus*, qu'elle aura même presque touché de l'extrémité de sa queue, & aura disparu dans la partie du Ciel que les Chinois nomment le *Tien-che*.

Struyck reconnoît tous ces retours de la Comète de 1661, excepté ceux des années 245 & 117 dont il n'avoit aucune connoissance; il ajoute d'un autre côté deux retours que j'ai omis, l'un en l'an 1018 de l'ère Chrétienne, l'autre en l'an 524 avant cette ère. La Comète de 1661 ne peut paroître au mois d'Août près du Chariot, ni le 15 Juillet près du pôle, & c'est cependant ce qu'on nous apprend de la Comète de 1018. Il seroit aussi assez difficile d'adapter à la Comète de 1661 le peu que nous savons sur la Comète de l'an 524 avant notre ère vulgaire.

Il y a donc tout lieu de croire que la révolution périodique de la Comète de 1661 est d'environ cent vingt-huit à cent vingt-neuf ans; & il y a lieu d'espérer de la revoir vers l'an 1789 ou 1790.

Comète
de 1556.

Les Comètes de 1264 & de 1556 ont été fort imparfaitement observées. On a cependant calculé l'une & l'autre, & les élémens des deux orbites se ressembloit assez, pour qu'on puisse soupçonner que ce n'est qu'une seule & même Comète; les différences entre les deux orbites pouvant être facilement rejetées sur l'imperfection des observations. Ainsi la révolution périodique de cette Comète seroit d'environ deux cents quatre-vingt-douze ans. En admettant que la révolution moyenne est de deux cents quatre-vingt-dix à deux cents quatre-vingt-onze ans, on trouve dans l'histoire des Comètes sur l'an 975 l'apparition d'une Comète, sur laquelle nous avons quelques détails; & tout ce que nous en savons convient assez bien à la Comète de 1556. Voyez ce que nous avons dit de cette Comète sur l'an 975. En remontant deux périodes plus haut, on trouve en 395 une Comète dont on fait peu de chose; mais ce peu s'applique facilement à la Comète de 1556. Trois périodes auparavant, ou l'an 874 avant l'ère Chrétienne, il avoit paru une Comète, & c'est tout ce que nous en savons. Il n'est donc pas improbable que la révolution périodique de la Comète de 1556 est de deux cents quatre-vingt-dix à deux cents quatre-vingt-douze ans, & qu'elle doit reparoitre en 1848 ou un ou deux ans plus tôt. Si elle reparoit, la conjecture sera convertie en certitude.

Comète
de 1680.

Halley a le premier soupçonné que la révolution périodique de la Comète de 1680 est de cinq cents soixante-quinze ans, & tous les Cométographes l'ont répété d'après Halley. Ainsi cette Comète auroit paru en 1106, en 531, en l'an 43 avant l'ère Chrétienne, en 619, 1194 & 1769 avant la même ère, & enfin en l'année du déluge, qu'elle auroit elle-même occasionné, par sa proximité à la Terre. Examinons successivement tous ces prétendus retours, & comparons à l'orbite de la Comète de 1680 ce que nous savons des Comètes qui ont paru dans les années dénommées.

La Comète de 1106 ne peut souffrir de difficulté, tout ce que nous savons de son mouvement s'adapte assez bien à la Comète

la Comète de 1680. Dans la supposition que cette Comète de 1680 ait été périhélie le 13 Février 1106 à huit heures du soir, voici la route qu'elle auroit tenue.

J O U R S du M O I S.	L O N G I T U D E de la C O M È T E.				L A T I T U D E de la C O M È T E.	
	S.	D.	M.	S.	D.	M.
7 Février.	11.	9.	34.	0	2. 29 <i>Australe.</i>	
19	11.	26.	43.	30	7. 31 <i>Boréale.</i>	
4 Mars.	0.	27.	36.	0	10. 32	
14	1.	10.	55.	0	11. 31	
24	1.	20.	43.	0	11. 20	
3 Avril.	1.	27.	46.	0	10. 9	

Cette route de la Comète représente assez bien les observations de 1106, sauf qu'en l'admettant, il n'est pas possible qu'on ait vu la Comète le 10 Février à la fin du signe des Poissons, quoique le fait soit constaté par les Annales Chinoises; on pourroit dire cependant qu'il s'est glissé dans ces Annales une erreur d'un jour pour l'autre. D'ailleurs, en anticipant le passage au périhélie jusqu'aux premiers jours de Février, la Comète auroit pu être le 10 de ce mois vers la fin des Poissons. Il est vrai qu'alors la latitude de la Comète auroit toujours été boréale, & que quelques Écrivains attestent qu'elle étoit d'abord australe; mais, comme nous l'avons remarqué sur l'an 1106, l'autorité de ces Écrivains est fort caduque, & l'on risque peu en s'en écartant. Concluons donc que rien n'empêche de reconnoître dans la Comète de 1106 un retour de celle de 1680; mais convenons aussi que rien ne nous y force. Les mouvemens de la Comète de 1106 sont assez bien représentés par les élémens de l'orbite de celle de 1680; mais ils le seroient pour le moins aussi-bien par des élémens absolument différens.

Il semble donc qu'il nous faudroit des motifs ultérieurs, pour nous autoriser à prononcer affirmativement sur l'identité de ces deux Comètes. Voyons si l'histoire nous en fournira de suffisans.

En 531 il parut une belle Comète, c'étoit cinq cents soixante-quinze ans avant 1106, la durée de la révolution est précise. Cette Comète parut en Septembre le soir du côté de l'occident, selon le témoignage de Théophanes & de tous les auteurs Byzantins qui l'ont suivi. Mais il est impossible que la Comète de 1680 paroisse le soir du côté de l'occident en Septembre. Voyez au reste ce que nous avons dit dans la seconde Partie, de cette Comète & de celle de 539. En 530, à la neuvième Lune (commençant le 6 ou 7 d'Octobre), une Comète fut vue à la Chine depuis Arcturus jusqu'aux Étoiles λ & μ de la grande Ourse. Or, la Comète de 1680 pouvoit avoir cette position ou ce mouvement en Octobre 530. Donc il est possible que la Comète de 1680 ait paru en 530 : mais il est également possible que cette Comète de 530 ait été une toute autre Comète que celle de 1680.

On termine la période précédente à l'an 44 avant l'ère Chrétienne (ou plutôt à l'an 43, selon notre manière de compter.) Il parut en effet alors une très-belle Comète sous les Étoiles du Chariot; elle se levoit, dit-on, à la onzième heure du jour, c'est-à-dire, entre quatre & cinq heures du soir. Il faut nécessairement expliquer ce lever de la Comète. On étoit au 23 Septembre; or le 23 Septembre, à l'heure susdite, la Comète placée sous les sept Étoiles du grand Chariot devoit être levée depuis long-temps; elle avoit passé au Méridien au plus tard vers dix heures du matin. Halley croit sauver la difficulté en substituant la onzième heure de la nuit à la onzième heure du jour; mais la Comète devoit se lever bien avant la onzième heure de la nuit. D'autres croient que le sens des paroles d'Auguste est que sur les quatre ou cinq heures du soir, le Soleil approchant de l'horizon & commençant à se dépouiller de son éclat, la Comète commençoit

à paroître. Comme il nous faut ici nécessairement une explication, pour sauver l'espèce de contradiction qu'on remarque dans les paroles d'Auguste, & que d'ailleurs à la onzième heure du jour, on ne pouvoit certainement pas voir les Étoiles de la grande Ourse, voici comme j'expliquerois ce passage.

1.^o Par ces mots *circa undecimam horam diei*, j'entendrois la onzième heure du jour ou cinq heures du soir, c'est le sens naturel des paroles d'Auguste. 2.^o Par l'expression *sub septemtrionibus*, je ne vois pas pourquoi on a voulu entendre les sept Étoiles du grand Chariot, qu'on ne voyoit pas alors : c'est principalement cette fausse interprétation qui a jeté du louche dans les paroles d'Auguste, & qui a fait croire à quelques-uns que cette Comète ne pouvoit être la même que celle de 1680. Par *sub septemtrionibus* j'entends *sous le septentrion*, c'est-à-dire, sous le pôle. 3.^o Enfin par *oriebatur* j'entends qu'elle commençoit à paroître, non pas tout-à-fait à l'horizon, on ne l'auroit pas vue de jour, mais quelques degrés au-dessus, de manière cependant que sa queue pouvoit s'étendre vers l'horizon. Cela posé, tout se suit dans la narration d'Auguste, & tout ce que l'on fait de cette belle Comète s'applique, on ne peut mieux, à celle de 1680. Les jeux que donnoit Auguste commencèrent le 23 Septembre, & finirent le 29 du même mois. Je suppose que la Comète de 1680 avoit alors son nœud ascendant vers $8^{\text{h}} 10^{\text{d}}$, & son périhélie vers $7^{\text{h}} 15^{\text{d}}$, & qu'elle avoit passé par son périhélie le 6 Août; dans cette hypothèse le 23 Septembre elle étoit en $3^{\text{h}} 12^{\text{d}}$ avec 32^{d} de latitude boréale, & le 29 du même mois en $3^{\text{h}} 9^{\text{d}}$ avec 34^{d} & demi de pareille latitude. Donc elle ne se couchoit pas sous l'horizon de Rome; & à cinq heures du soir, tous les sept jours que durèrent les jeux, elle étoit sous le pôle, assez voisine du Méridien, & élevée de 12 à 15 degrés au-dessus de l'horizon. Elle étoit d'ailleurs beaucoup plus près de la Terre qu'en 1680; elle devoit donc répandre beaucoup plus d'éclat. Ainsi tout ce que nous savons de la Comète de l'an 43 avant l'ère Chrétienne convient fort bien à la Comète de 1680; mais nous n'en savons pas assez pour prononcer que

ces phénomènes ne puissent pas convenir à bien d'autres Comètes. Au reste, quelque sentiment que l'on embrasse à ce sujet, il ne faut pas supposer que la durée de l'apparition de la Comète ait été bornée aux sept jours de la durée des jeux que donnoit Auguste; ou, si on ne l'a pas vue plus long-temps, ce n'a dû être qu'en conséquence des nuages & du mauvais temps. Cette même cause aura aussi empêché de voir la Comète durant la nuit, si c'est à l'occasion de ces jeux que Virgile a composé son distique:

Nocte pluit totâ, redeunt spectacula manè;

Divisum imperium cum Jove Cæsar habet.

« Il pleut toute la nuit; le matin les jeux se renouvellent: ainsi César partage l'empire du Ciel avec Jupiter. »

Voyez ce que nous avons dit dans la seconde Partie, de la Comète de l'an 619 ou 618 avant J. C. Tout ce qu'on en fait, c'est qu'elle a paru du côté de l'occident; or la Comète de 1680 peut paroître du côté de l'occident.

J'ai dit sur l'an 1194 avant l'ère vulgaire tout ce qu'on pouvoit dire de plus plausible, pour déterminer en cette année un retour de la Comète de 1680. Mais si dans la fable rapportée par Hygin, Avienus, Ovide, &c. l'on veut reconnoître l'apparition d'une Comète, il faut dire que selon ces Auteurs cette Comète a été des Pléiades au cercle polaire arctique: or c'est ce qui ne peut absolument pas convenir à la Comète de 1680.

On ne fait rien de la route apparente qu'a tenue la Comète de l'an 1770 avant J. C. On ne peut donc pas décider si c'étoit un retour de celle de 1680.

Quant à la Comète qui a occasionné le déluge, selon Whiston, son apparition n'est fondée sur aucun monument historique; on me dispensera d'entrer dans aucune discussion à ce sujet.

On a donc vu en 1106, à la Chine en 530, & à Rome en 43 avant l'ère Chrétienne, des Comètes à des intervalles de temps à peu-près égaux; ce qu'on fait de ces Comètes peut s'appliquer à la Comète de 1680; il n'est donc pas

improbable que ces trois apparitions de Comètes soient autant de retours de celle de 1680, qui pour lors achèveroit sa révolution périodique en cinq cents soixante-quinze ans ou environ. Mais comme ces mêmes phénomènes peuvent convenir à beaucoup d'autres Comètes, il n'est pas possible d'assurer bien positivement que telle soit en effet la révolution de la Comète de 1680.

Struyck ne doutoit absolument pas que la révolution périodique de la Comète de 1652 ne fût de cent trente-huit ans ou environ. On l'avoit déjà, selon lui, observée dans presque tous ses retours depuis l'an 146 avant l'ère Chrétienne; elle doit reparoître vers l'an 1790. Examinons attentivement ces prétendus retours.

Comète
de 1652.

En 1514 ou 1515, on a vu deux Lunes, dit Struyck; une de ces deux Lunes étoit sans doute la Comète de 1652; celle-ci en effet étoit aussi grande que la Lune, mais cela ne suffit pas pour transformer un parasélène en Comète. Cavitelli, cité par Struyck, ne fait pas paroître seulement deux Lunes, mais deux Soleils & trois Lunes. Il parut au commencement de 1514 une Comète qui ne peut être celle de 1652, celle-ci ne pouvant aller en Janvier & Février de la fin de l'Écrevisse à la fin de la Vierge. Cette même Comète de 1652 peut encore moins parcourir les douze signes du Zodiaque, comme Mizaud l'atteste d'une Comète dont il marque l'apparition sur l'an 1514 ou 1515. Vers la fin de 1515 ou au commencement de 1516, il parut une Comète; le peu qu'on en fait pourroit convenir à celle de 1652.

Struyck a cru voir la Comète de 1652 dans celle de 1378, j'en suis étonné: celle-ci a paru vers la fin de Septembre près de la grande Ourse, or vers la fin de Septembre, la Comète de 1652 ne peut guère être visible, ou du moins si on la voyoit, ce ne seroit certainement pas près de la grande Ourse.

Cette même Comète auroit bien pu être observée à l'occident vers le 25 Janvier 1240; mais je doute qu'elle eût pu

paroître durant tout le mois de Février ; elle n'auroit au moins certainement pas atteint le pôle boréal, près duquel Albert le Grand observa la Comète de 1240.

Struyck croit reconnoître cette Comète dans une Étoile sautante qu'Ekkéard vit probablement en 1098 ou 1099 au plus tard ; voyez ce que nous avons dit sur l'an 1096 & sur l'an 1099, de ce météore, que Struyck rapporte à l'an 1100.

Constantin Porphyrogenète mourut le 9 ou le 15 Novembre 959 ; vers le temps de sa maladie & de sa mort on vit une Étoile sombre & obscure, elle parut assez long-temps. Absolument parlant, ces caractères peuvent convenir à la Comète de 1652. Il seroit à désirer que les Auteurs Bizantins nous eussent instruits du lieu du Ciel où cette Comète a paru ; nous serions plus en état de décider si l'on peut la regarder comme un retour de la Comète de 1652.

Struyck ne trouve point de retour de cette Comète vers 821, mais il en remarque un à la fin de 684 : On vit en effet à la fin de cette année, entre Noël & l'Épiphanie, près des Pléiades, une Étoile absolument obscure, & ressemblant à la Lune couverte d'un nuage. Tous ces caractères conviennent réellement, mais non pas exclusivement, à la Comète de 1652.

Struyck passe ici trois révolutions & remonte à l'an 132. On vit alors en effet une Comète, & elle paroïsoit probablement dans Antinoüs ; or la Comète de 1652 ne pouvoit paroître dans cette Constellation.

La Comète qui fut observée en Chine l'an 4 avant l'ère Chrétienne, fut vue à la première & à la seconde Lune (en Février & Mars) avec même ascension droite que la tête du Capricorne ; son apparition dura soixante-dix jours ; donc ce ne pouvoit être la Comète de 1652.

L'an 146 avant notre ère vulgaire on vit une Comète durant trente-deux jours ; elle étoit aussi grande que le Soleil, rouge & comme de feu, répandant assez de lumière pour dissiper les ténèbres de la nuit ; peu-à-peu elle diminua, son éclat s'affoiblit, enfin elle disparut. J'accorderai, si l'on veut, que ces caractères peuvent convenir à la Comète de 1652 ;

mais comme on ne nous apprend ni en quel temps de l'année, ni dans quelle partie du Ciel cette Comète de l'an 146 a paru, il est impossible de rien prononcer de décisif.

Quant à la Comète *Typhon*, dont j'ai parlé sur l'an 975 avant notre ère vulgaire, Struyck croit bien y remarquer quelques traits de conformité avec celle de 1652; mais il convient qu'il n'est pas possible de déterminer l'année où elle a paru.

Ainsi de neuf Comètes que Struyck croit être autant de retours de la Comète de 1652, il n'en est que deux, ou tout au plus trois, qui aient quelque analogie avec cette Comète. Si l'on étoit bien assuré d'ailleurs de la révolution périodique déterminée par Struyck, on pourroit conjecturer avec quelque probabilité que la Comète de 1652 a été vue l'an 146 avant notre ère vulgaire, l'an 684 de cette ère & peut-être en 1515 ou 1516. Mais comme on n'a d'ailleurs aucune lumière sur la durée de la révolution, & que ce qu'on fait des Comètes, qui ont paru en ces trois années, peut s'appliquer à un nombre infini de Comètes fort différentes de celle de 1652; je ne pense pas qu'on puisse mettre cette Comète au nombre de celles dont les retours soient connus.

La Comète de 1677 est encore une de celles dont Struyck nous donnoit en 1740 la révolution périodique pour certaine; cette révolution est, selon lui, de quatre-vingt-quatorze ans trois quarts; il n'est pas possible de la méconnoître dans celle qui fut observée à Londres au mois de Mai 1582, en 12 degrés des Gémeaux près de la Chèvre. Struyck a calculé que si la Comète de 1677 a été périhélie en 1582 vers le 23 Mai, elle a dû être vue le 16 du même mois, à dix heures du soir, méridien de Londres, en $2^{\circ} 11^{\circ} 30'$ avec $17^{\circ} 29' 33''$ de latitude boréale; & c'est assez précisément où la Comète fut observée. Mais 1.^o ceci ne formeroit qu'une présomption en faveur du retour de la Comète; beaucoup d'autres Comètes, fort différentes de celle de 1677, auroient pu avoir la même longitude & la même latitude géocentriques. 2.^o Struyck auroit bien certainement changé d'avis, s'il eût eu connoissance

Comète
de 1677.

des observations de Tycho, elles sont inconciliables avec son sentiment. Nous ne donnons pas comme bien précis les élémens de l'orbite de la Comète de 1582, que nous avons calculés d'après ces observations de Tycho; ils ne diffèrent pas extrêmement de ceux de la Comète de 1677, quant au lieu du noeud, à l'inclinaison de l'orbite & à la distance périhélie; le sens du mouvement est le même, mais il y a plus de 100 degrés de différence entre les lieux du périhélie, c'est beaucoup trop, & les observations de Tycho ne sont pas susceptibles d'une telle erreur. Que seroit-ce, si nous regardions l'observation faite par Santucci au mois de Mars, comme appartenant à la même Comète observée au mois de Mai par Tycho? Il nous est donc impossible de regarder la Comète de 1582 comme un retour de celle de 1677.

Si la Comète de 1677 achevoit sa révolution en quatre-vingt-quatorze à quatre-vingt-quinze ans, elle auroit dû reparoître vers 1772; elle n'a pas reparu. Je pense qu'après cela il est inutile de discuter les autres retours que Struyck attribuoit à cette Comète. Elle a été vue, selon lui, l'an 30 avant l'ère Chrétienne, & depuis cette ère en 64, 158, 729, 824, 1015, 1109, 1298, 1391, 1582, 1677. L'apparition d'une Comète en 158 & en 824 est très-incertaine; on ne fait rien autre chose des Comètes de l'an 30 avant J. C. & des années 1015 & 1298, sinon qu'elles ont paru, ce qu'on fait des Comètes de 1109 & de 1391, cadre mal avec l'orbite de la Comète de 1677; il ne reste donc que les Comètes de 64 & de 729 qui peuvent avoir quelque rapport avec celle de 1677, mais qui peuvent pareillement en être absolument différentes.

Depuis le premier volume que Struyck publia en 1740, ce savant Cométographe fit exécuter une machine fort ingénieuse, à laquelle il donna le nom de *Cometarium*; elle est décrite dans son second volume imprimé en 1753. C'est une espèce de sphère armillaire, dont le Soleil occupe le centre. Outre l'orbite de la Terre & celles des autres Planètes, il y a fait placer la partie des orbites cométaires calculées, dans

dans laquelle les Comètes peuvent être aperçues de la Terre. Ces orbites sont divisées en jours de part & d'autre du périhélie. Si une Comète paroît, on place la Terre au point convenable de son orbite, & l'on dirige un fil vers le lieu géocentrique observé de la Comète; si ce fil rencontre quelque orbite cométaire, on préjuge que ce pourroit être un retour de la Comète, dont le fil a rencontré l'orbite, les observations subséquentes détruiront ou confirmeront ce préjugé. Un des usages que Struyck a fait de son Cométaire a été d'y rapporter toutes les Comètes dont il avoit regardé les apparitions comme des retours de Comètes connues. En conséquence de cette opération, & sans doute aussi de quelques sages réflexions, il a renoncé à la plupart des retours qu'il avoit admis en 1740. Dans son second volume en 1753, & sur-tout dans les Manuscrits qu'il me fit passer en 1759, outre les Comètes de 1682, 1661, 1556 & 1680, il ne reconnoît plus que celle de 1652, dont l'orbite soit certainement connue; nous voudrions pouvoir être de son avis. Quant à celle de 1677, il persiste à trouver quelque rapport entre elle, la seconde de 1582, & celle de 1298; il ne parle plus des autres retours, il supprime même absolument de son Catalogue celle de 158; il auroit pu en faire autant de celle de 824: enfin il se borne à donner ce rapport entre les trois Comètes, comme un simple soupçon que ce pourroit être trois retours d'une seule & même Comète.

En 1740, Struyck avoit déterminé la révolution périodique de six autres Comètes; dans ses Manuscrits, communiqués en 1759, il ne fait plus que soupçonner ces révolutions; comme quelques-uns de ses soupçons pourroient par l'évènement se trouver bien fondés, il est juste de lui en faire honneur.

Quelques
autres
Comètes,

La Comète de 1337 paroît avoir beaucoup de rapport avec celle de 1558. Cela est vrai; on ne pourroit cependant pas expliquer par l'orbite de la Comète de 1337 tout ce qu'on nous dit de celle de 1558; mais il n'est pas possible de concilier entre eux les Auteurs qui ont parlé de cette

dernière Comète. Les élémens de 1337 représentent à quelque chose près les observations faites par le Landgrave de Hesse en 1558. Si ces deux Comètes ne diffèrent pas, la révolution périodique a dû se terminer vers 1779 ou 1780. M. Montaigne, Correspondant de l'Académie des Sciences, a vu à Limoges une petite Comète le 18 & le 20 Octobre 1780. L'orbite de la Comète de 1337 n'est calculée qu'à peu-près; mais il faudroit y faire des changemens trop considérables pour y faire cadrer les observations de M. Montaigne. D'ailleurs si la Comète de M. Montaigne eût été la même que celle de 1337, elle auroit dû paroître à la fin de Septembre & au commencement d'Octobre bien plus grande que le 18 & le 20 Octobre.

Struyck trouve beaucoup d'analogie entre les Comètes de 1577 & 1399. On ne fait rien de cette dernière, sinon qu'elle parut au mois de Novembre avec un éclat extraordinaire, que sa queue étoit tournée vers l'ouest, & qu'elle ne parut que sept jours. La Comète de 1577 parut, il est vrai, en Novembre avec un éclat extraordinaire; mais sa queue étoit tournée vers l'est, & elle parut durant plus de deux mois. D'ailleurs elle n'a pas reparu vers 1755.

Les Comètes de 1596 & de 1676 ont entre elles beaucoup d'analogie, selon Struyck; mais la Comète de 1676 a été observée en Février & Mars par le P. de Fontenai dans l'Éridan & dans le Lièvre; donc avec une latitude australe; & la Comète de 1596 n'auroit pu être observée dans les mêmes mois qu'avec une latitude boréale. De plus, cette Comète de 1596 auroit dû revenir en 1756, & on ne l'a pas revue. Struyck s'est sans doute aperçu que l'orbite de la Comète de 1596, calculée par Halley, ne représentoit pas exactement ce que l'on fait de la Comète de 1676; en conséquence, il propose de réformer le calcul d'Halley, fondé, dit-il, sur de mauvaises observations qu'Halley croyoit être de Messlin. Nous avons eu connoissance des bonnes observations de Tycho, nous avons réformé sur elles la théorie de l'orbite proposée par Halley, & l'analogie

entre les Comètes de 1596 & 1776 ne s'en est pas mieux soutenue.

Struyck trouve du rapport entre les Comètes de 1665 & de 1066 : voyez ce que nous avons dit à ce sujet sur l'an 1066.

Quant à l'analogie que Struyck trouve entre la Comète de 1684 & celle de 1110, nous souscrivons volontiers à son sentiment : il n'avoit pas connoissance des observations de la Comète de 1110 faites à la Chine ; ces observations, ainsi que tout ce que nous savons d'ailleurs des mouvemens de cette Comète, s'accordent assez bien avec la théorie de la Comète de 1684. Cependant, imitant la sagesse de Struyck, nous ne donnons notre opinion sur l'identité de ces deux Comètes, que comme un simple soupçon. Encore moins concluons-nous que la révolution périodique de cette Comète est de cinq cents soixante-quatorze ans ; il pourroit se faire que cet intervalle de cinq cents soixante-quatorze ans renfermât deux, trois ou quatre révolutions de la Comète.

« C'est une question à faire aux Astronomes, dit Struyck, si la Comète de 1512 n'est pas la même que celle de 1686, « &, en rétrogradant, que celle du mois d'Avril 1338, du « mois d'Août 1165, c'est-à-dire une des deux de cette année, « de Septembre 990, de Février 817, & de l'an 53 avant « J. C. En ce cas chaque révolution se feroit en cent soixante- « quatorze ans. » Nous répondons qu'on ne fait autre chose de la Comète de 1512, sinon qu'elle a paru en Mars & Avril ; de celles de 1165, qu'elles ont paru le matin au mois d'Août, l'une au nord, l'autre au sud ; de celle de 990, qu'elle a été vue à l'occident vers la fin d'Août, ou en Septembre ; de celle de 817, qu'on l'a découverte le 5 Février dans le Sagittaire, & qu'elle étoit monstrueuse ; de celle de l'an 53 (ou 52) avant notre ère vulgaire, que ce n'est qu'un flambeau de Jules Obsequens, sur lequel on n'a aucun détail. Il ne paroît pas que la Comète de 1686 ait pu être vue le matin en 1165. Ce que nous savons des autres Comètes citées par Struyck se réduit à peu de chose ; on a cependant

une observation telle que celle de la Comète de 1338 ; & cette observation, ainsi que le peu que nous savons des autres Comètes, se concilie assez bien avec les élémens de l'orbite de la Comète de 1686. Mais le tout se concilieroit au moins aussi-bien avec plusieurs autres orbites de Comètes. Suspendons donc notre jugement ; si cette Comète reparoit vers 1860, nos neveux la compteront au nombre de celles dont la révolution périodique est connue.

Struyck soupçonne que la seconde Comète de 1702 ne diffère pas de la première de 1402. Je conviens de la grande analogie qu'il y a entre ces deux Comètes ; mais il n'y en a guère moins entre cette première Comète de 1402 & celle de 1661 ; la révolution périodique de celle de 1661 est d'ailleurs censée connue, & demande un retour vers 1402 ou 1403 ; ce que l'on fait de la seconde Comète de 1402 ne peut convenir à celle de 1661 ; il est donc naturel de penser que c'est la Comète de 1661, plutôt que celle de 1702, qui s'est montrée en Février & Mars 1402.

On fait trop peu de circonstances de l'apparition de la Comète de 1557, pour prononcer qu'elle pourroit bien ne pas différer de celle de 1707.

La première Comète de 1618 est jugée par Struyck avoir beaucoup de conformité avec celle de 1739 ; mais nous avons calculé la première, & son orbite est fort différente de celle de la Comète de 1739.

Si Struyck eût eu connoissance des observations de la Comète de 1315, faites à la Chine, il n'auroit certainement pas confondu cette Comète avec la seconde de 1618. Voyez ce que nous avons dit de cette Comète sur l'an 1315.

La Comète vue une seule fois en 1750 par M. Wargentini, pourroit être, selon Struyck, un retour de celle de 1672.

Il regarderoit aussi volontiers celle de 1718 comme un retour de celle de 1299 ; mais nous avons calculé celle-ci sur des observations dont Struyck n'avoit pas assez de connoissance ; les deux orbites ne se ressemblent pas.

Struyck trouve du rapport entre la Comète de 1737 & celle de 1539; mais il nous semble que la Comète de 1737 n'auroit pu être observée le 11 Mai 1539 dans le Lion avec une latitude boréale.

La Comète observée par Santucci en Mars & Avril 1582, pourroit, selon Struyck, ne pas différer de la seconde de 1743. C'est sur quoi il nous seroit difficile de prononcer, la Comète de 1582 ayant été trop mal décrite par Santucci.

Struyck pense que la belle Comète de 1744 est la même que celle qui fut observée en 1538 par Apien & par Gemma Frisius; mais pour réussir à prouver cette identité, il corrige les observations d'Apien & de Gemma, sans prouver qu'elles soient réellement défectueuses.

En 1753, Struyck, trompé par une faute de Copiste, faisoit paroître en 1331 une Comète, qu'il trouvoit fort analogue avec celle de 1683. Dans ses Manuscrits de 1759, il reporte cette Comète à l'année 1301, à laquelle elle appartient véritablement, & ne parle plus de son analogie avec celle de 1683. Il y supprime aussi la ressemblance qu'il avoit soupçonnée en 1753 entre les Comètes de 1313 & de 1533, sans doute, parce que celle-ci n'avoit pas reparu vers 1753.

C H A P I T R E I V.

Des effets des Comètes.

LES Anciens ne regardoient les Comètes qu'avec effroi; elles étoient, selon la Philosophie de ces temps reculés, ou les avant-coureurs, ou même les causes des plus affreux désastres; la sécheresse, la famine, les maladies, la peste, les guerres les plus sanglantes, la dévastation des provinces, la rébellion des peuples, la révolution des États, telles étoient les suites nécessaires de l'apparition des Comètes. On n'exige pas sans doute de moi que je réfute ces rêveries. Voyez ce que nous

Erreurs
des
Anciens;

en avons dit dans la première Partie, sur-tout au Chapitre v. Il n'y a plus de difficulté sur la nature des Comètes; on convient que ce sont de véritables Astres, aussi anciens que le monde, & soumis dans leurs mouvemens aux mêmes loix que les Planètes; donc ce ne sont point des corps surnaturels que Dieu tient en réserve dans les trésors de sa providence, & qu'il fait paroître lorsqu'il le juge à propos, pour nous avertir de recourir à lui & de réformer nos mœurs: donc les exhalaisons qui montent de la Terre pour former la Comète, & les cendres qu'elle répand sur la Terre après sa dissolution, ne sont pas capables d'altérer l'air que nous respirons, de corrompre nos humeurs, d'émouvoir la bile des Princes & des peuples, d'occasionner des séditions & des guerres, &c.

« Eh! plût à Dieu, disoit, il y a plus de deux cents ans, Thomas Érasme, que les guerres n'eussent d'autre cause que la bile des Souverains, échauffée par l'action de quelque Comète! »

» Un habile Médecin, avec quelque dose de rhubarbe ou de syrop de roses, ramèneroit bientôt les douceurs de la paix. »

Nous considérons donc ici les Comètes comme de véritables Planètes, & nous devons examiner si, comme telles, elles peuvent produire des effets qui nous soient ou utiles, ou préjudiciables.

Lumière
des Comètes.

Si les Comètes sont de vraies Planètes, leur tête ou leur noyau doit être un corps opaque, éclairé des rayons du Soleil: mais leur atmosphère, nommée ordinairement, *leur chevelure*, est également pénétrée des mêmes rayons, & nous les renvoie souvent, plus même que le corps de la Comète. C'est sans doute pour cette raison qu'on ne voit pas les Comètes en croissant ou en quadrature, comme nous y voyons souvent la Lune, Mercure & Vénus. On a cependant eu quelquefois de légères idées de ces phases; voyez ce qui est dit de la Comète de 1744 dans les *Mémoires de l'Académie* 1744, page 304, & ce que nous avons dit, dans la deuxième Partie, de la Comète de l'an 813. Un Observateur a avancé que lorsque la Comète de 1769 approchoit du Soleil, il avoit vu le noyau en croissant, ensuite en quartier^a.

^a *Mémoires de l'Acad. des Sc. année 1775, p. 434.*

Une Comète, voisine de la Terre, peut lui renvoyer assez de rayons pour l'éclairer. Diodore de Sicile, *livre XV*, parle d'une Comète « qui étoit d'une si grande clarté, que pendant la nuit elle formoit des ombres à peu-près semblables à celles que forme la Lune ». La Comète de l'an 146 avant J. C. étoit, suivant Sénèque, aussi grande que le Soleil & dissipoit les ténèbres de la nuit. Celles des années 136 & 118 avant la même ère étoient, selon Justin, plus éclatantes que le Soleil. Ducas dit que celle qui parut en 1402 en été ne permettoit ni aux Étoiles de déployer leur lumière, ni à la nuit d'obscurcir l'air. Un tel éclat sans doute seroit fort utile à ceux qui voyagent pendant la nuit, mais ces occasions sont extrêmement rares, & cet éclat ne peut durer long-temps.

Une Comète en sa plus grande proximité de la Terre pourroit nous être d'une utilité plus réelle, en nous fournissant un moyen de déterminer avec précision la parallaxe du Soleil. Mais il faudroit pour cela que son disque fût bien terminé, il faudroit que la raison de sa distance au Soleil à celle de la Terre au Soleil fût bien connue, il faudroit enfin que la Comète fût observée en même-temps par deux bons observateurs, assez éloignés l'un de l'autre, pour que la distance des lieux fournît une base suffisante aux calculs trigonométriques qu'on seroit obligé de faire. Il paroît qu'on seroit peu fondé à espérer la réunion de ces circonstances favorables.

Parallaxe
du Soleil,
conclue
de
celle des
Comètes.

Les Comètes étant des corps opaques, & recevant leur lumière du Soleil, il n'y a point de doute qu'elles ne puissent éclipser le Soleil & les Étoiles par leur interposition entre ces Astres & la Terre. Elles peuvent pareillement éclipser les Planètes, soit en passant entre elles & la Terre, soit en les dépouillant de leur lumière en passant entre le Soleil & elles. Les Comètes peuvent également être éclipsées par les Planètes, soit en passant derrière elles, soit en traversant leur ombre, mais on conçoit que ces phénomènes doivent être extrêmement rares. Les occultations d'Étoiles par des

Éclipses.

*Acad. des
Inscript. & B.
p. 357.*

Comètes doivent être un peu plus fréquentes; aussi en a-t-on quelques exemples. On a cru même trouver dans l'antiquité des éclipses de Soleil, occasionnées par des Comètes. « On voit des Comètes égales à la Lune, dit Fréret; telle étoit celle de 1652, selon Hévélius: ainsi les Comètes peuvent éclipser le Soleil. C'est une réflexion de M. de Vignoles, qui explique par-là l'éclipse totale qui parut selon Hérodote au printemps de l'an 480 (479) avant J. C. & qui effraya également les Perses & les Grecs. Le calcul ne donne point cette année de pareille éclipse, & Hérodote écrivoit trente ou quarante ans au plus après cette éclipse. Il en est de même d'une autre éclipse totale, qui précéda de quelques jours la mort d'Auguste, au rapport de Dion: attribuons-la à la Comète qui parut l'année même, selon Sénèque, témoin oculaire. C'est aux Théologiens à décider si on pourroit faire usage de cette explication pour l'éclipse de la mort de J. C. ». Hévélius étoit plus hardi, il prononce que cette éclipse de la Passion n'a eu d'autre cause que l'intervention d'une Comète. Nous imiterons la sage retenue de Fréret.

*Cométographie,
p. 540.*

*Perturbation
des
Planètes, &c.
par
les Comètes.*

Nous avons vu sur l'an 1454, qu'une Comète avoit éclipié la Lune; elle a donc dû passer fort près de la Terre. Révoquera-t-on le fait en doute? Mais il est attesté par un témoin oculaire, sage, judicieux; le fait en lui-même n'est pas impossible; s'il est vrai, concluons que les Comètes ont très-peu de densité, puisque la proximité de cette Comète n'a produit aucun effet sensible ni sur la Terre, ni sur le mouvement de la Lune.

Il se pourroit cependant que la matière de toutes les Comètes ne fût pas aussi rare que celle de la Comète de 1454. On demande en ce cas si les Comètes pourroient opérer quelque effet sensible sur les Planètes & principalement sur la Terre?

Nous répondons d'abord qu'en général on peut conjecturer par analogie que les Comètes ont fort peu de densité; nous l'avons prouvé au Chapitre 1.^{er} par l'exemple de la Comète de 1454,

de 1454, de celle de 1680, de celle de 1770 : celle-ci a passé à sept cents cinquante mille lieues de la Terre, c'est-à-dire douze fois plus près de la Terre que n'en est Vénus dans ses conjonctions inférieures; en supposant la masse de la Comète égale à celle de Vénus, son action sur la Terre auroit été cent quarante-quatre fois plus forte que celle de Vénus, elle n'a cependant occasionné aucune perturbation sensible, ni sur la Terre, ni sur Jupiter dont elle a beaucoup plus approché. On pourroit citer l'exemple de plusieurs autres Comètes, qui se sont fort approchées des Planètes sans déranger sensiblement leur mouvement. M. Euler ne doutoit pas que la Comète de 1744 n'eût occasionné une très-forte perturbation dans l'orbite de Mercure; ses principes étoient sans doute incontestables, ses calculs exacts; mais ce grand Géomètre partoît d'une fausse hypothèse; il supposoit dans la Comète une masse comparable à celle de Mercure, & cela n'étoit apparemment pas, puisque le dérangement n'a pas eu lieu.

Mais, dit un des plus grands génies de ce siècle, « Si on fait attention à la densité, à la fixité & à la solidité de la matière dont les Comètes doivent être composées, pour souffrir, sans être détruites, la chaleur inconcevable qu'elles éprouvent auprès du Soleil, & si on se souvient en même temps qu'elles présentent aux yeux des observateurs un noyau vif & solide qui réfléchit fortement la lumière du Soleil à travers l'atmosphère immense de la Comète qui enveloppe & doit obscurcir ce noyau, on ne pourra guère douter que les Comètes ne soient composées d'une matière très-solide & très-dense, & qu'elles ne contiennent sous un petit volume une grande quantité de matière ». Il est extrêmement rare que le noyau de la Comète soit vif & réfléchisse fortement la lumière du Soleil. Mais quoi qu'il en soit; ce n'est point par des raisonnemens qu'on doit combattre des faits. Connoissons-nous la matière des Comètes? Elle peut être très-rare & résister cependant à l'action du feu le plus violent. L'argile pur, le quartz, le cristal de roche sont sept à huit fois moins

*Histoire Nat.
1.^{re} édit. t. 1,
p. 137.*

pesans qu'un égal volume d'or; ils contiennent donc sept à huit fois moins de matière : combien cependant le feu est-il plus actif sur l'or que sur ces matières ! Ce n'est donc point, à ce qu'il nous semble, par la résistance à l'action du feu qu'il faut juger de la densité des corps.

Nous croyons donc que, généralement parlant, les Comètes ont peu de masse, & que leurs masses, inégales sans doute entre elles, ne sont pas comparables à celles des Planètes. Cela posé, examinons les bons & les mauvais effets que l'on a cru pouvoir attribuer à l'action des Comètes. Nous supposons dans cet examen les principes de la gravitation universelle, tels qu'ils ont été posés & démontrés par le sublime Newton.

Système
de Whiston,
sur la
transformation
des
Comètes
en Planètes.

On a dit d'abord que la Terre elle-même avoit été primitivement une Comète ainsi que la Lune (& même toutes les autres Planètes) ce qui n'empêchoit pas que la Lune ne tournât autour de la Terre, plusieurs Comètes ayant probablement des Satellites. Le noyau de la Terre, formé d'une matière extrêmement dure & compacte, étoit donc environné comme les Comètes, d'une atmosphère dense & opaque; c'étoit le *cahos* des Anciens, ou l'*abyme* que l'Écriture témoigne avoir été couvert de ténèbres : *tenebræ erant super faciem abyssi*.

Gen. cap. 1,
vers. 2.

La Comète venoit de passer en son périhélie fort près du Soleil : son noyau avoit contracté une chaleur brûlante; c'est la cause de la chaleur centrale, qui subsiste encore aujourd'hui. Il plut au souverain Maître de l'Univers de faire de cette Comète une terre habitable; il diminua la force centrifuge ou tangentielle de la Comète; son orbite s'inclina vers le Soleil, d'extrêmement excentrique qu'elle étoit primitivement elle devint médiocrement excentrique; la Comète devint Planète; sa révolution autour du Soleil fut limitée à un an; elle n'avoit alors aucun mouvement diurne, ainsi le jour étoit égal à l'année. L'hémisphère où Dieu se proposoit de créer l'homme & les animaux, jouissoit durant neuf à dix mois de

la présence du Soleil, tant étoit grande encore l'excentricité de l'orbite terrestre!

L'atmosphère terrestre ayant dix à onze fois plus de diamètre que le noyau, étoit composée de deux sortes de parties; l'une contenoit un petit nombre de particules sèches, solides & terreuses, avec une quantité plus petite encore de particules aqueuses & aériennes; l'autre étoit un fluide dense & pesant: tout cela étoit confusément mêlé, & formoit un vrai cahos. Mais aussitôt que la Terre fut devenue planète, toutes ces parties s'affaissèrent, proportionnellement à leur gravité spécifique; ce fluide dense & épais descendit le premier, & environna le noyau. L'air, l'eau, les parties terreuses, encore mêlées ensemble, interceptèrent pour quelque temps les rayons solaires; mais enfin la plus grande partie de la Terre & de l'eau s'étant affaissée comme une croûte sur le fluide dense; l'air, devenu moins hétérogène, permit le passage aux rayons solaires: la lumière parut d'abord, telle que nous la voyons lorsque le ciel est couvert de nuages, & enfin, l'air continuant à s'épurer, le Soleil & la Lune se montrèrent.

Je passe sous silence tout ce qui dans ce système est absolument étranger aux Comètes. Lorsque l'homme eut péché, une petite Comète passa très-près de la Terre, & coupant obliquement le plan de son orbite, lui imprima un mouvement de rotation. C'est sans doute à cette même Comète qu'il faut attribuer la parfaite circularité de l'orbite terrestre, qui selon l'Auteur doit être reconnue avant le déluge. Dans ce même temps l'année solaire & l'année lunaire étoient également de trois cents soixante jours, ou de douze mois lunaires, chacun de trente jours. Ces trois cents soixante jours revenoient à 355^j 4^h 20' 30" de nos jours actuels.

Dieu avoit prévu que l'homme pécheroit, & que ses crimes parvenus à leur comble demanderoient une punition terrible; en conséquence il avoit préparé dès l'instant de la création une Comète qui devoit être l'instrument de ses vengeances. Cette Comète est celle de 1680. Le Vendredi 28 Novembre, année Julienne 2349, avant l'ère Chrétienne,

Sur
le Déluge
universel.

selon le texte Hébreu moderne , ou mieux le Lundi 2 Décembre 2926 , selon le texte Samaritain , les Septante & Josèphe , la Comète de 1680 se trouva dans son nœud descendant , n'étant distante de la Terre que de dix mille milles , ou de trois mille six cents quatorze lieues de vingt-cinq au degré. Cette Comète est six fois plus massive que la Lune ; elle a quatre fois moins de masse que la Terre. La conjonction est arrivée lorsque l'on comptoit midi sous le méridien de Pékin , où Noë demeuroit avant le déluge , & par conséquent trois jours & demi après la nouvelle Lune de l'an 2349 , ou trois jours & demi après la pleine Lune de l'an 2926 , circonstance absolument nécessaire , pour que la Comète n'enlevât pas à la Terre son Satellite. Or quelles ont été les suites de cette conjonction ?

1.^o Lorsque le mouvement de rotation de la Terre avoit commencé , il n'avoit pu s'exécuter sans faire prendre à cette Planète la forme d'un ellipsoïde aplati par les pôles. Or cette opération avoit nécessairement entr'ouvert en plusieurs endroits la croûte terreuse qui couvroit le grand abîme , ou ce fluide dense & épais dont nous avons parlé plus haut. Par le laps de temps ces blessures de la Terre s'étoient cicatrisées ; mais lorsque la Comète de 1680 se trouva à trois ou quatre mille lieues seulement des monts Gordiens en Arménie , avec quelle force n'attira-t-elle pas les colonnes terreuses qui formoient ces montagnes , ainsi que la croûte qui les avoisinoit ! Et sur-tout quelle dut être la véhémence du flot que le voisinage de la Comète excita dans l'abîme intérieur , dans ce fluide dense & pesant , qui dut faire les plus grands efforts pour soulever la croûte terreuse dont il étoit couvert !

Ces deux causes réunies concoururent à renouveler les anciennes blessures de la Terre , & à former de nouvelles ouvertures ; les colonnes dont étoit composée la croûte terreuse se séparèrent & laissèrent entre elles des vides. Telle que l'eau de la mer s'élève au-dessous de la Lune , & vers le point qui lui est diamétralement opposé , & qu'elle s'abaisse au contraire à quatre-vingt-dix degrés de part & d'autre ;

telles les colonnes terreuses s'élevèrent en Asie sous l'action directe de la Comète & en Amérique vers le point diamétralement opposé à cette action, & elles s'affaiblèrent entre l'Afrique & l'Amérique d'une part, de l'autre entre l'Asie & l'Amérique, ainsi que vers les pôles. Cette opération préparoit un bassin au grand océan: car avant le déluge il y avoit bien des mers; mais il s'en falloit de beaucoup qu'elles fussent aussi vastes, aussi profondes qu'aujourd'hui.

2.^o L'atmosphère de la Comète atteignit la Terre vers les monts Gordiens, ou un peu plus à l'occident, & tout l'hémisphère occidental, relativement à ces montagnes, intercepta la queue de la Comète; cette queue en conséquence, ainsi qu'une partie de l'atmosphère Cométaire, se mêla avec l'atmosphère terrestre, & la chargea de parties aqueuses & terreuses, qui s'unissant ensemble tombèrent en pluie sur la Terre pendant quarante jours; & cette pluie, pressant sur les colonnes terreuses & augmentant leur poids, les fit enfoncer dans ce fluide intérieur; ce fluide fut ainsi forcé de s'échapper par les ouvertures faites à la Terre, & augmenta l'inondation (a). La profondeur des eaux du déluge fut, selon Whiston, de six milles Anglois, dont un mille fut dû à l'éruption du fluide intérieur, cinq milles environ à l'atmosphère ou chevelure de la Comète, & très-peu de chose à la queue de la Comète.

3.^o L'eau se retira par son propre poids dans les ouvertures de la Terre; une partie fut exaltée en vapeurs dans notre atmosphère; une autre partie fut poussée par le vent dans les crevasses des montagnes, lesquelles crevasses étoient en bien plus grand nombre que celles des vallées; le reste enfin forme notre Océan actuel. Quant aux parties terreuses,

(a) Les parties terreuses, qui formèrent une croûte sur le fluide dense & pesant de l'abîme, étoient imbibées de parties aqueuses: celles-ci filtrèrent à travers la croûte terrestre, lorsqu'elle se consolida, & se réu-

nirent au fluide dense de l'abîme, sur lequel elles surnagèrent. C'est ce fluide aqueux, & non pas le fluide dense & pesant, qui s'échappa par les crevasses de la Terre.

empruntées de l'atmosphère de la Comète, elles s'affaîsèrent & formèrent autour de la Terre une nouvelle croûte de cent cinq pieds, ou peut-être même de deux cents ou trois cents pieds d'épaisseur. Le volume de la Terre ainsi augmenté, sa rotation dut devenir proportionnellement un peu plus lente.

4.^o La Comète accéléra le mouvement de la Terre & rendit son orbite elliptique de circulaire qu'elle étoit auparavant. La distance périhélie de cette ellipse est égale au rayon du cercle primitif; & la durée de la révolution annuelle se trouve alongée de 101 1^h 28' 30".

Sur la
conflagration
finale
de la Terre,

Une ou plusieurs Comètes sont préparées dans les trésors de la divine Providence pour opérer une catastrophe bien plus surprenante. Une Comète, descendant vers le Soleil, ou montant de cet Astre, & passant très-près de la Terre, mais derrière ou à son occident, retardera le mouvement de la Terre, & changera son orbite presque circulaire en une orbite très-excentrique. La Terre à chaque passage par son périhélie se trouvera très-voisine du Soleil, elle y éprouvera une chaleur d'une extrême intensité, elle entrera en combustion.

Cette conflagration générale, prédite dans les Saintes Écritures, peut s'exécuter autrement; le feu central suffit pour l'opérer. Mais deux obstacles se présentent, les eaux de l'Océan, & la fraîcheur de l'air, sur-tout de sa moyenne région. Si donc on peut assigner une cause qui fasse disparaître les eaux répandues sur la Terre, & qui échauffe suffisamment l'air, même jusque sous les pôles, rien ne s'opposera plus à l'action du feu central. Or, une Comète qui aura passé fort près du Soleil dans son périhélie, & qui passera ensuite à une grande proximité de la Terre, peut facilement produire ces deux effets. 1.^o Telle que celle du déluge, elle occasionnera une secousse violente dans le fluide de l'abîme, & attirera puissamment à elle la croûte qui couvre cet abîme; donc les vieilles crevasses de cette croûte se rouvriront, il s'en formera beaucoup de nouvelles: il n'en faut pas davantage pour engloutir toutes les eaux répandues sur notre globe. 2.^o L'atmosphère de la Comète ne sera pas gelée, comme

l'étoit celle de la Comète du déluge; celle-ci, durant plus de cinq cents cinquante ans, s'étoit trouvée hors de la portée de l'activité des rayons solaires; celle qui occasionnera la dernière conflagration, aura au contraire passé peu de temps auparavant par son périhélie, où son atmosphère se sera embrasée : à peine la bouche d'un volcan, vomissant des laves liquéfiées par la chaleur intérieure qui le consume, peut-elle donner une légère idée de l'embrasement de l'atmosphère de cette Comète. Combien grand ne sera pas l'incendie de notre atmosphère, lorsque la Terre traversera l'atmosphère enflammée de cette Comète! Donc l'air ne mettra alors aucun obstacle à l'activité du feu central; au contraire, ces particules enflammées, dont notre air sera chargé, seront emportées par leur poids dans les entrailles entre-ouvertes de la Terre, & seconderont puissamment l'action du feu central. Cette Comète pourroit bien séparer la Lune de la Terre. Il est aussi très-possible qu'elle affecte le mouvement diurne & le mouvement annuel de la Terre, en rendant ces deux mouvemens parfaitement égaux, & de plus en détruisant l'excentricité de l'orbite terrestre, qui redeviendroit exactement circulaire, ainsi qu'elle l'étoit avant le déluge.

Enfin après que les Saints auroient régné pendant mille ans sur la Terre régénérée par le feu, & rendue de nouveau habitable par la volonté divine, une dernière Comète viendra heurter la Terre, l'orbite terrestre s'allongera excessivement, & la Terre redevenue Comète, cessera d'être habitable.

Tel est le système de Guillaume Whiston sur la formation de la Terre, sur le déluge universel & sur la conflagration prédite pour la fin des siècles; les Comètes y jouent un trop grand rôle, pour qu'il me fût possible de le passer sous silence. J'ai tâché de l'exposer avec la plus grande fidélité; si je ne me suis pas toujours accordé avec le brillant tableau qu'en a tracé M. de Buffon, il faut apparemment en attribuer la cause à la différence des éditions que nous avons consultées; j'ai eu recours à la dernière. Peut-être aussi M. de Buffon a-t-il

*A new Theor.
of the Earth, fifth
edition.*

*Hist. Natur.
in 4.^o tome 1,
p. 168 & suiv.*

cru qu'il ne seroit pas hors de propos d'embellir le système de Whiston; il y a long-temps que le Poëte a dit :

Ridiculum acri,

*Horat. lib. I,
Sat. X.*

Fortius & melius magnas plerumque secat res.

Réfutation
de
ces Systèmes.

Je ne ferai point un crime à Whiston d'avoir tenté d'expliquer par une mécanique physique l'ouvrage des six jours & le déluge universel. Dieu sans doute peut opérer des miracles par un acte direct & immédiat de sa volonté; mais souverainement sage, & embrassant dans sa présience infinie tout ce qui doit arriver dans toute la suite des siècles, il peut avoir préparé dès le commencement des causes secondes pour exécuter ses volontés éternelles dans les temps marqués par la divine Providence. Je ne trouve donc rien dans le système de Whiston qu'on puisse raisonnablement regarder comme contraire à la révélation. Qu'on accorde aux Comètes toute l'efficacité que Whiston leur attribue, l'ouvrage des six jours & la catastrophe du déluge sont expliqués d'une manière très-naturelle & suffisamment conforme au texte sacré. Il n'est pas même vrai que la conservation de l'Arche *paroisse inquiéter beaucoup* l'auteur, qu'il soit obligé de *ramer*, & qu'il *risque de se noyer avec elle*, au moins dans la cinquième édition de sa théorie. La conservation de ce *précieux vaisseau* m'a paru être une suite tout-à-fait naturelle des principes de l'auteur.

Mais ces principes sont-ils également conformes à ceux d'une saine Physique? je ne le pense pas, au moins quant à leur totalité; plusieurs me paroissent douteux, j'ajouterois volontiers que quelques-uns me semblent extrêmement hasardés.

1.^o Je ne pense pas que la Terre ait jamais été une Comète telle que Whiston nous la représente. Ce cahos qui l'environnoit, ces parties terreuses & aqueuses, & principalement ce fluide dense & pesant, qui formoit la plus grande partie de son atmosphère, auroit dû s'affaïssir, conformément aux loix reconnues de la gravitation, long-temps avant que la
Terre

Terre passât de l'état de Comète à celui de Planète. On dira peut-être que la Terre venant de passer en son périhélie fort près du Soleil, la chaleur de cet Astre avoit raréfié, exalté, volatilisé ce fluide pesant, & l'avoit séparé du noyau de la Terre, sur lequel il s'étoit déjà réellement affaissé. Soit, je consens que cela ait été possible; mais je ne vois pas que ce fluide, ainsi atténué, ait pu composer un cahos impénétrable à la lumière. L'atmosphère des Comètes ne forme point un tout opaque; j'en appelle à l'observation. Si la chevelure des Comètes étoit réellement opaque, elle ne réfléchiroit la lumière que de la partie qui seroit tournée vers le Soleil; elle paroîtroit en croissant, en quadrature, rarement pleine & ronde, puisque nous voyons rarement les Comètes en opposition avec le Soleil. Or l'atmosphère ou chevelure des Comètes nous paroît toujours sous une forme pleine & ronde, & le noyau en occupe toujours assez exactement le milieu. Donc cette atmosphère n'est pas opaque, elle permet un libre passage aux rayons de lumière, qui la traversent en entier, pour en éclairer les parties directement opposées au Soleil.

2.^o Je ne vois pas comment une petite Comète, passant près de la Terre, & coupant obliquement son orbite, a pu lui imprimer un mouvement de rotation sur son axe. Cela ne pourroit se concevoir, qu'autant qu'on supposeroit que la Comète auroit été dans son périégée vis-à-vis d'une montagne terrestre, extrêmement élevée, & absolument isolée de toute autre montagne semblable: on pourroit dire alors que la Comète ayant dépassé la montagne, auroit continué de l'attirer plus puissamment que les parties de la Terre auxquelles elle auroit dû successivement répondre, & l'auroit ainsi contrainte de prendre la place de ces parties; & ce mouvement, communiqué à la masse de la Terre, auroit donné le branle à son mouvement diurne. Mais une telle hypothèse ne paroît pas pouvoir être admise, & d'ailleurs satisferoit-elle pleinement à l'effet qu'on voudroit lui attribuer?

De plus, l'action de cette Comète sur la Terre seroit ou inférieure, ou égale, ou supérieure à l'action de la Comète

du déluge. Si elle lui étoit inférieure, comment se peut-il qu'elle ait imprimé à la Terre un mouvement de rotation sur son axe en moins de vingt-quatre heures, & que l'action de la Comète du déluge sur ce même mouvement ait été presque insensible? Si l'action de la première Comète étoit égale ou supérieure à l'action de la seconde, cette première Comète auroit dû occasionner sur Terre une catastrophe au moins aussi grande que celle que Whiston regarde comme un effet de la seconde. Il y a plus; indépendamment de toute comparaison directe entre les forces des deux Comètes, la catastrophe a dû avoir lieu, dans les principes de Whiston, par la seule action de la première Comète. En effet, c'est en élevant les monts Gordiens de six milles Anglois au-dessus du niveau de la mer, & en creusant peut-être d'autant le lit de l'Océan, que la Comète du déluge a rompu les voûtes du grand abîme, selon Whiston: le déluge couvrit la Terre d'eau, jusqu'à la hauteur de six milles Anglois, & la sixième partie de cette eau, fut l'effet de l'ouverture du grand abîme. Or, si c'est une Comète qui a imprimé à la Terre un mouvement de rotation sur son axe; par une suite immédiate de ce mouvement, l'équateur terrestre a dû se relever dans toute son étendue de dix à onze milles Anglois, & les pôles s'abaisser d'autant: un tel effet a-t-il pu s'opérer sans occasionner dans toute la croûte terrestre des crevasses plus grandes & plus nombreuses qu'au déluge, sans creuser des ouvertures au grand abîme, sans que la croûte terrestre s'affaissant par son propre poids, chassât de cet abîme presque toutes les parties aqueuses qui y étoient renfermées?

Je ne demande pas pourquoi la queue & l'atmosphère de cette Comète n'ont produit aucun effet sur la Terre, tandis que celle du déluge a été suivie d'une catastrophe aussi funeste; on me répondroit sans doute que la première Comète avoit une atmosphère très-peu étendue, ou même qu'elle n'en avoit point du tout; supposition très-gratuite, ainsi que presque toutes les autres hypothèses de Whiston.

3.^o Il ne me paroît pas que les raisons alléguées par Whiston

pour prouver que le déluge a dû être occasionné par la Comète de 1680, soient aussi décisives que ce Savant se l'imagine. Je conviens d'abord que si la révolution de cette Comète est de cinq cents soixante-quinze ans, comme on le croit communément, un de ses retours peut tomber sur l'année du déluge, soit qu'on le fixe à l'an 2349, soit qu'on se détermine pour l'an 2926 avant l'ère Chrétienne. Mais cette révolution de la Comète de 1680 n'est rien moins que démontrée. Je passe cependant cette hypothèse ; que s'en-suivra-t-il ?

Le déluge, dit Whiston, a commencé le dix-septième jour du second mois, & l'année commençoit alors à l'Équinoxe d'automne ; donc la Terre étoit alors en 17 degrés du Taureau. Le nœud descendant de la Comète étoit en 1680 en 2^d 2' de l'Écrevisse ; donc, tenant compte de la précession des Équinoxes, il étoit en l'année du déluge vers 17 degrés du Taureau. Or en 1680, le 11 Novembre (v. st.) la Comète, peu avant que d'atteindre son nœud descendant, n'étoit pas plus distante de l'orbite terrestre, selon Halley, que la Lune ne l'est de la Terre. Donc pour peu que l'orbite de cette Comète ait varié (& l'on fait d'ailleurs que de telles variations doivent effectivement avoir lieu) la Comète a dû l'année du déluge passer extrêmement près de la Terre. Ajoutez à cela que l'orbite terrestre étant par l'action de la Comète devenue elliptique, de circulaire qu'elle étoit auparavant, le lieu du périhélie de la Terre a dû être celui que la Terre occupoit alors, c'est-à-dire le dix-septième degré du Taureau. Or le périhélie de la Terre étant en 1720 vers la fin du huitième degré de l'Écrevisse, & la précession des Équinoxes étant en quatre mille soixante-dix ans d'environ 50 degrés, ce périhélie a dû être en l'année du déluge vers le dix-septième degré du Taureau. L'épacte de la Lune a un rapport singulier avec l'excentricité de l'orbite terrestre. Le cube de 1, distance moyenne actuelle de la Terre au Soleil, est au cube de 0,981525, distance périhélie actuelle & rayon de l'orbite terrestre avant le déluge, comme le carré de 525969,

nombre de minutes comprises dans notre année solaire, est au carré de $511460 \frac{1}{2}$ ou $3551^h 40' 30''$ durée de notre année lunaire actuelle. Enfin nous avons vu ci-dessus que la Comète avoit été périégée trois jours & demi environ après la pleine ou après la nouvelle Lune, circonstance unique, nécessaire cependant pour que la Comète n'enlevât pas à la Terre son latellite. Toutes ces rencontres, demande Whiston, sont-elles l'effet du hasard? Est-il possible de méconnoître ici l'action de la Comète de 1680, qui seule a pu les produire?

*Whiston, l. II,
Hypoth. 11.*

Le déluge a certainement commencé le dix-septième jour du deuxième mois; mais à quel jour de l'année Julienne ce jour répondoit-il? c'est ce que je n'oserois déterminer. Soit cependant que ç'ait été le 28 Novembre de l'an 2349, ou le 2 Décembre de l'an 2926 avant l'ère Chrétienne, comme le prétend Whiston, & qu'en conséquence la Terre ait été alors en 17 degrés du Taureau, quelle conséquence en pourrions-nous tirer? Le nœud descendant de la Comète, selon Whiston, étoit aussi alors vers 17 degrés du Taureau. 1.^o Cela est au moins fort incertain. Si l'on n'admet d'autre mouvement du nœud, que celui de la précession des équinoxes, ce mouvement aura été, non pas de 46 degrés, depuis l'an 2349 avant l'ère Chrétienne, jusqu'à l'an 1680 de cette même ère, ou de 52 degrés en partant de l'an 2926 avant Jésus-Christ, comme le prétend Whiston, mais de $56^d 21'$ dans le premier intervalle, ou de $64^d 21'$ dans le second. Donc le nœud de la Comète auroit été en $5^d 41'$ du Taureau en l'an 2349, & en $27^d 37'$ du Bélier en l'an 2926 avant notre ère vulgaire. Or, ces deux positions du nœud sont trop éloignées de celle de la Terre, supposée en 17 degrés du Taureau, pour que la Comète y ait pu occasionner le plus léger dérangement.

Mais, dit Whiston, en quatre à cinq mille ans de temps, le nœud de la Comète a pu subir quelque variation; j'en conviens; j'ajouterai même que le nœud des Comètes directes, telle qu'étoit celle de 1680, ayant un mouvement propre

contre l'ordre des Signes, il y a tout lieu de croire qu'en l'année du déluge, le nœud descendant de la Comète étoit beaucoup plus près de 17 degrés du Taureau que nous ne venons de le déterminer. Mais 2.^o que nous importe de déterminer le lieu du nœud de la Comète en l'année du déluge? L'essentiel est de savoir quelle étoit la distance de ce nœud au Soleil; si cette distance étoit égale à celle de la Terre au Soleil, & qu'à l'instant du passage de la Comète, en ce nœud, la Terre s'en trouvât très-voisine, il n'y a plus de difficulté, l'action de la Comète sur la Terre a pu être très-sensible. Mais il y a tout lieu de croire qu'en l'année du déluge, la distance du nœud descendant de la Comète au Soleil étoit plus petite qu'en 1680; en voici la raison. Outre le mouvement apparent, occasionné par la précession des équinoxes, le périhélie des Comètes directes a un mouvement propre, suivant l'ordre des Signes, & leur nœud a un mouvement pareil contre l'ordre des Signes. Donc la distance du périhélie au nœud, comptée depuis le périhélie selon l'ordre des Signes, doit augmenter depuis un retour jusqu'au retour suivant. Or, l'orbite de la Comète de 1680 est tellement disposée, que cette distance ne peut augmenter, sans que le rayon tiré du Soleil au nœud descendant augmente pareillement. Donc dans tous les retours de la Comète de 1680, ce rayon a dû être plus grand que dans les retours précédens; or, en 1680 il étoit trop petit pour atteindre l'orbite de la Terre; donc à plus forte raison, quatre à cinq mille ans auparavant, il étoit trop petit pour s'étendre jusqu'à cette orbite.

M. du Séjour a prouvé que 19' 15" de variation dans la distance du périhélie de la Comète à son nœud, auroit suffi pour que la Comète coupât en 1680 l'orbite de la Terre, & nous nous sommes assurés de la même vérité par nos calculs. Si donc durant le cours de la révolution actuelle, cette distance augmente seulement de 19' 15", la Comète en 2455 rencontrera l'orbite de la Terre, plus certainement qu'elle ne l'a fait en l'année du déluge. Je ne prétends pas

*Essai sur les
Comètes, p. 20
& 21.*

cependant effrayer ceux qui vivront alors. Ce seroit un grand hasard, si, lorsque la Comète passera par son nœud descendant, la Terre se trouvoit précisément à ce même point de son orbite. D'ailleurs il y a tout lieu de croire que l'accroissement de cette distance excédera de beaucoup $19' 15''$: une même Comète a été exactement observée en 1682 & en 1759, & la distance du périhélie au nœud a varié de $1^d 21'$ en soixante-seize ans & demi. Enfin, le retour de la Comète de 1680 vers l'an 2455 n'est pas une vérité suffisamment démontrée, comme nous l'avons fait voir dans le Chapitre précédent.

Halley avoit dit en effet que le $\frac{11}{21}$ Novembre 1680, la distance de la Comète à l'orbite terrestre étoit à peu-près égale à celle de la Lune à la Terre ; mais cet excellent calculateur n'avoit probablement pas calculé rigoureusement cette distance (b). Nous avons trouvé par nos calculs, qu'en supposant la Terre & la Comète en conjonction & équidistantes du Soleil, la distance de la Comète à la Terre auroit été de cent soixante-six mille trois cents quarante-huit lieues : M. du Séjour a trouvé cent soixante-six mille trois cents quatre-vingt-dix lieues ; la différence est presque insensible, & d'ailleurs la présomption doit être pour M. du Séjour (c). Il s'ensuit que la distance de la Comète à l'orbite terrestre étoit à peu-près double de celle de la Terre à la Lune.

*Essai sur les
Comètes, p. 25.*

En 1720, le périhélie de la Terre étoit en $8^d 4' 24''$ de l'Écrevisse ; mais ce périhélie, outre le mouvement général

(b) Halley, à la fin de sa Cométographie, dit avoir calculé que le 11 Novembre, à $1^h 6'$, la distance de la Comète à la Terre égaloit le demi-diamètre du Soleil, ou, comme je le crois, ajoute-t-il en parenthèse, le rayon de l'orbite de la Lune. Le demi-diamètre du Soleil est d'environ cent cinquante-huit mille lieues ; mais le rayon moyen de l'orbite

lunaire n'est que d'environ quatre-vingt-quatre mille.

(c) Cette distance n'est pas rigoureusement la moindre distance de la Comète à l'orbite de la Terre. Par un calcul ultérieur & très-précis, M. du Séjour a déterminé cette moindre distance de cent soixante-cinq mille sept cents quarante lieues.

apparent, suite nécessaire de la précession des Équinoxes, a un mouvement particulier, selon l'ordre des signes, dont Whiston n'a pas cru devoir tenir compte. Ce mouvement, y compris l'effet de la précession des Équinoxes, a dû être de $74^{\text{d}} 37'$ en quatre mille soixante-dix ans, & de $85^{\text{d}} 11' 42''$ en quatre mille six cents quarante-sept ans. Donc si le déluge a commencé l'an 2349 avant l'ère Chrétienne, le périhélie de la Terre n'étoit point en 17 degrés du Taureau, mais en $23^{\text{d}} 27'$ du Bélier; & si l'on recule le déluge jusqu'à l'an 2926, comme Whiston est persuadé qu'on doit le faire, le périhélie de la Terre aura été en $12^{\text{d}} 53'$ du même signe, éloigné de plus de 34 degrés du lieu où la Terre étoit alors, selon Whiston.

Je ne fais où cet Auteur a puisé les divers élémens qu'il emploie dans ses calculs. Le rayon de l'orbite terrestre avant le déluge, égal à la distance actuelle périhélie de la Terre, est selon lui de 0,981525. Mais selon Képler, qui n'avoit pas encore les secours qu'on a eus depuis, pour déterminer avec précision cette distance, elle est de 0,982, selon la Hire, Halley, Cassini, la Caille, Mayer, la Lande &c. elle excède 0,983. Supposons-la de 0,983198 avec Hall y & M. de la Lande; on aura, le cube de 1, distance moyenne de la Terre au Soleil, est au cube de 0,983198, rayon de l'orbite terrestre avant le déluge, comme le carré de 525969 minutes, durée de l'année solaire actuelle, est au carré de 512769 minutes, ou de $3561^{\text{h}} 9'$, durée de l'année solaire antédiluvienne dans les principes de Whiston. Mais l'année lunaire actuelle, composée de douze lunaisons, n'est que de $354^{\text{d}} 8^{\text{h}} 48' 36''$. Donc l'épacte de la Lune ne coïncide point du tout avec l'effet de l'excentricité de l'orbite terrestre.

Enfin Whiston prouve bien à peu-près que l'action de sa Comète sur la Lune a dû être égale à son action sur la Terre, dans la supposition que la Comète ait été périgée trois jours ou trois jours & demi après la nouvelle ou après la pleine Lune; mais il ne prouve pas que dans toutes les autres circonstances la séparation de la Lune & de la Terre ait dû être

une suite nécessaire de l'action de la Comète. Que l'orbite de la Lune autour de la Terre ait pu éprouver quelque altération, je veux bien en convenir; mais que cette altération ait été jusqu'à entraîner la Lune hors de la sphère d'activité de la Terre, c'est ce dont il nous faudroit des démonstrations plus rigoureuses que ne le sont ordinairement les démonstrations de Whiston. Puisqu'il étoit en train de nous communiquer toutes ses belles découvertes; que ne nous disoit-il que l'excentricité, très-sensible, de l'orbite de la Lune n'avoit d'autre cause que l'inégalité de l'action de la Comète sur la Terre & sur la Lune? Nous aurions été peut-être plus disposés à le croire.

Je n'incidenterai point sur quelques légères différences que j'ai remarquées entre les calculs de Whiston & les nôtres. Je ne fais de quelles Tables cet Auteur s'est servi. Il fixe la nouvelle Lune de l'an 2349 (2348) avant l'ère Chrétienne au 25 Novembre matin; je la trouve en effet par les Tables de Mayer au 25 Novembre à six heures du matin, méridien de Pékin; mais c'est en faisant abstraction de l'équation séculaire de la Lune: en admettant cette équation la nouvelle Lune sera arrivée le 24 peu avant dix heures du soir. Au contraire, en l'an 2926 (2925) la pleine Lune est arrivée le 29 Novembre vers midi, selon Whiston: selon les Tables de Mayer elle a eu lieu le 29 à sept heures un quart du matin, en employant l'équation séculaire; & seulement à sept heures trois quarts du soir, en la négligeant.

Donc les rencontres *singulières*, sur lesquelles Whiston insiste avec tant de complaisance, ou n'existent pas, ou ne prouvent absolument rien: concluons-en que cet Auteur n'a point du tout prouvé que le déluge universel ait été l'effet du passage de la Comète de 1680 à peu de distance de la Terre; qu'il est même presque démontré que cette Comète, en l'année du déluge, étoit beaucoup plus éloignée de l'orbite de la Terre, qu'elle ne l'a été le $\frac{11}{21}$ Novembre 1680.

Jepourrais faire beaucoup d'autres réflexions sur les hypothèses de Whiston. 1.^o Aucune raison, véritablement physique
ne

ne nous force à admettre au centre de la Terre un noyau solide & embrasé ; mais ce noyau est totalement étranger à la cause du déluge. 2.^o Le fluide dense , plus pesant que toutes les matières aqueuses , terrestres , métalliques , &c. fluide , dont Whiston lui-même convient que nous ne pouvons nous former aucune idée , est par cela seul très-gratuitement supposé. 3.^o Ce n'est pas une supposition moins gratuite , que de donner cinquante ou cent milles anglois de profondeur à ce fluide , & autant à la croûte terrestre qui l'enveloppe. 4.^o Plus ce fluide dense étoit pesant , plus il semble qu'il étoit difficile de le mettre en mouvement , sur-tout par une force , dont l'activité sensible n'a duré que trente-cinq minutes , de l'aveu même de Whiston. Encore actuellement le Soleil & la Lune attirent toutes les parties de la Terre dans la même direction , mais non pas avec la même force. Les parties les plus voisines de ces Astres sont les plus fortement attirées ; les plus éloignées le sont moins. Les parties fluides de l'océan obéissent à ces divers degrés d'action ; les parties solides ne pourroient le faire qu'en se désunissant. Se désunissent-elles ? Non ; leur ténacité mutuelle y met obstacle : mais toutes les actions partielles des deux Astres se tempérant en quelque sorte , ou se répartissant également dans toute l'étendue de la masse de la Terre , le centre seul prend la quantité de mouvement qui lui est imprimé par les Astres , & force tout le reste de la masse à obéir au même mouvement. Le surplus d'activité qu'auroient dû avoir les parties les plus voisines du Soleil & de la Lune n'est pas pour cela perdu ; il est communiqué aux parties les plus éloignées , & sert à les attirer plus fortement qu'elles ne l'auroient été sans cette communication. Pourquoi n'en auroit-il pas été de même de ce fluide dense , compact & pesant ? Il est bien plus naturel de le penser , que d'aller s'imaginer qu'en moins d'une demi-heure il aura rompu & brisé une croûte composée de pierres , de marbres , de métaux , &c. & de vingt-cinq à trente lieues d'épaisseur. 5.^o Je ne trouve pas plus de solidité dans ce que dit Whiston , des effets que cette Comète a dû produire dans notre

*Livre I,
Lemme 68,
coroll. 2.*

*Livre IV,
Solut. 13.*

*Livre II,
Hypoth. 11,
p. 219.*

*Livre I,
Lemme 68,
coroll. 2.*

atmosphère. Que la Terre touche, traverse, intercepte l'atmosphère d'une Comète, il est assez naturel de penser qu'il s'ensuivra quelque variation dans l'atmosphère de la Terre. Mais de quelle nature sera cette variation? sera-t-elle grande ou petite? en bien ou en mal? Pour le décider, il faudroit connoître la nature de l'atmosphère des Comètes, & nos connoissances ne s'étendent pas jusque-là. Elle est fluide, dit Whiston, mais fort différente de nos fluides, vu qu'elle est plus dense, plus pesante, plus compacte; elle est ce que nous ne pouvons exprimer, parce que nous n'en avons aucune idée. Que l'atmosphère des Comètes soit fluide, il seroit ridicule d'en douter, mais elle est d'une nature très-différente de nos fluides, & cependant une Comète en passant fort près de nous aura versé sur la Terre de l'eau commune jusqu'à cinq milles anglois de profondeur? Elle est plus dense, plus pesante que nos fluides, & son poids ne la réunit pas au noyau de la Comète? Elle est plus compacte que nos fluides, & l'on voit les Étoiles au travers, tandis que nos foibles nuages nous interceptent même la vue du Soleil? On n'en a aucune idée, & son mélange avec notre atmosphère aura produit presque toute cette immensité d'eau qui nous environne, & cette couche de Terre que nous foulons aux pieds, jusqu'à la profondeur de cent cinq pieds, ou même de deux à trois cents? Je ne puis que louer Whiston des efforts qu'il a faits pour démontrer physiquement la réalité du déluge universel; mais il ne me paroît pas que le succès ait couronné la droiture de son intention.

4.^o Je ne pense pas qu'il ait mieux réussi dans l'explication de la conflagration universelle, prédite pour la fin des siècles. Qu'une Comète passant fort près de la Terre puisse occasionner quelque dérangement dans le mouvement annuel de cette Planète, cela peut n'être pas absolument impossible: mais que cette altération puisse aller jusqu'à faire de la Terre une Comète, je ne le crois pas probable; cela supposeroit dans les Comètes une masse, une densité, qu'elles n'ont probablement pas. Aussi Whiston paroît-il ne pas tenir beaucoup à cet expédient; il aime mieux faire embraser notre atmosphère,

& absorber toutes nos eaux par une Comète revenant de son périhélie, dans lequel elle aura passé extrêmement près du Soleil. Il faut encore ici supposer que la Comète élèvera de nouvelles montagnes, qu'elle renouvellera les anciennes crevasses de la Terre, qu'elle en formera même de nouvelles; les colonnes qui forment la croûte de la Terre seront, selon Whiston, séparées les unes des autres. Mais si cela est, ces colonnes s'affaîsseront par leur poids, & au lieu de faire place à toutes les eaux de nos mers, elles chasseront plutôt celles qui après le déluge sont rentrées, je ne sai trop comment, dans les entrailles de la Terre. La saine Physique permet-elle de supposer que des colonnes de glaise, de sable, de pierre, de marbre, de différens métaux, &c. nageront librement sur les eaux de l'océan? Et dans l'hypothèse même que cela arrivât, si les eaux de l'océan empêchent actuellement que le noyau brûlant, si gratuitement supposé au centre de la Terre, n'embrase la croûte terreuse qui l'environne; à plus forte raison l'empêcheroient-elles, si elles étoient directement interposées entre cette croûte & ce noyau. Concluons que cette seconde hypothèse de Whiston seroit capable de nous faire craindre pour la fin des siècles un nouveau déluge, plutôt qu'une conflagration universelle.

Un Auteur de ce siècle, justement célèbre par la hardiesse de ses idées, par la précision, la clarté & l'ensemble de ses détails, par l'élégance & les grâces de son style, mais un peu trop souvent égaré par la fécondité d'une imagination dont il ne ménage pas assez l'effort, fait jouer à une Comète un rôle bien plus singulier dans la formation de la Terre & des autres Planètes. Le Soleil est, selon lui, une masse de verre en fusion; une Comète l'a rencontré obliquement en son passage par son périhélie, l'a sillonné, en a détaché environ la 650.^{me} partie (d), & a poussé ce vaste torrent

Système
de
M. de Buffon.

(d) M. de Buffon avoit établi dans le premier volume de son Histoire naturelle, que les Planètes prises ensemble, étoient d'une masse à peu-près

égale à la 650.^{me} partie du Soleil; il supposoit alors la parallaxe du Soleil de 10 secondes: mais cette parallaxe s'étant trouvée n'être que de 8",5, il

de matière liquéfiée devant elle. Toutes les parties de ce torrent n'ont pas cependant acquis par cette impulsion le même degré de mouvement : les parties les plus denses sont restées en arrière ; les plus légères ont été portées plus loin. De plus, les parties antérieures, par leur force attractive, accéléroient le mouvement de celles qui les suivoient ; celles-ci au contraire, en vertu de la même force, retardoient le mouvement de celles qui précédoient. En conséquence, ces parties se sont réunies en plusieurs corps, & voilà les Planètes formées. La Comète en sillonnant obliquement le Soleil, avoit nécessairement imprimé un mouvement de rotation aux parties qu'elle chassoit devant elle ; de là le mouvement de rotation des Planètes, d'autant plus précipité, que la matière dont elles sont composées est moins dense, ou, ce qui revient au même, d'autant plus prompt, que la Planète est plus distante du Soleil. Les parties les moins denses de la Terre, de Jupiter & de Saturne se sont séparées par leur force centrifuge, du corps de ces Planètes, se sont rassemblées en différens corps ; & ont formé la Lune & les Satellites. Tel est le système de M. le Comte de Buffon, sur la formation de la Terre & des Planètes ; cet illustre Auteur est-il intérieurement persuadé de sa vérité ? Je n'oserois l'affirmer, j'ai une trop haute opinion de la justesse de son esprit ; & d'ailleurs il a souvent la modestie d'avertir qu'il ne donne ses hypothèses que comme de simples conjectures, à l'aide desquelles il croit qu'on pourroit rapprocher & expliquer plusieurs faits de l'histoire naturelle. Mais ces hypothèses,

Histoire Nat.
t. I, p. 135 &
suiv. & *Suppl.*
t. V, p. 60,
&c.

Ibid. p. 153,
167, &c. *Sup.*
t. V, p. 46 &
53.

se rétracte dans le cinquième tome de ses Supplémens, & borne la masse de toutes les Planètes à la 850.^{me} partie du Soleil. Cette rétractation montre bien évidemment combien M. de Buffon est affecté de l'amour de la vérité ; mais il auroit pu se l'épargner. De la diminution observée de la parallaxe solaire, on a conclu que son volume & sa masse totale étoient plus grands qu'on ne l'avoit supposé

jusqu'alors ; mais il a fallu augmenter proportionnellement le volume & la masse de Jupiter, de Saturne, en un mot de toutes les Planètes, & même la masse de la Terre ; ainsi la proportion entre la masse du Soleil & celle des Planètes collectivement prises, est restée la même qu'auparavant. D'ailleurs la parallaxe du Soleil est de 8",67, ou même plus probablement de 8",75.

ces conjectures sont trop directement contraires aux vérités révélées dans la Sainte Ecriture , pour laquelle M. de Buffon proteste si souvent qu'il est pénétré du respect le plus profond ; & d'ailleurs je ne vois pas trop comment il est possible de les concilier avec les principes de la bonne Physique , admis par M. de Buffon lui-même.

Histoire Nat.
p. 169, 178,
203, &c.
Supplém. t. V,
p. 29.

1.^o Il n'est pas possible que la Comète ait pénétré le corps du Soleil ; si elle l'eût fait , il est facile de concevoir que , bien loin de chasser hors du Soleil une partie de la substance de cet Astre , elle auroit elle-même perdu son mouvement par la résistance que cette substance lui auroit opposée. Aussi M. de Buffon se contente-t-il de dire que la Comète *a sillonné* la surface du Soleil. Mais si cela est , quelle a dû être la masse , quel a dû être même le volume de cette prodigieuse Comète , qui par une partie seulement d'elle-même , a séparé du Soleil un torrent de matière , d'un volume égal à celui de toutes les Planètes collectivement prises ? Qu'est devenue depuis cette Comète ? Pourquoi ne la revoit-on pas de temps à autre ? Le ricochet qu'elle a fait dans le Soleil (qu'il me soit permis de me servir de ce terme) a dû retarder son mouvement , diminuer l'étendue de son orbite , accélérer ses retours ; elle n'a cependant pas reparu depuis ; elle aura sans doute eu le malheur de se brûler au Soleil dans quelqu'un de ses retours périodiques. Mais comment cela a-t-il pu se faire , si , comme nous allons bientôt le voir , elle a déplacé le Soleil ?

Sa réfutation.

2.^o Je ne conçois pas que le torrent , chassé par la Comète hors du Soleil , ait pu ne pas être continu. Or , s'il étoit continu , toutes ses parties ont dû s'attirer réciproquement ; les parties antérieures , comme le dit fort bien M. de Buffon , ont dû accélérer le mouvement des parties postérieures ; celles-ci ont dû retarder le mouvement des premières ; & de toutes il n'a dû résulter , ce me semble , qu'un seul & unique corps , & non pas six Planètes principales au moins & dix Satellites.

3.^o C'est un principe avoué que les corps les plus denses sont les plus propres au mouvement ; aussi la Terre a-t-elle plus de mouvement que Jupiter qui est moins dense qu'elle ,

& Jupiter a plus de mouvement & de densité que Saturne : on conjecture avec assez de fondement que cette vérité s'étend aux autres Planètes, & M. de Buffon en convient. Comment donc a-t-il pu se faire que la Comète ait projeté les parties moins denses qui composent Saturne, vingt-cinq fois plus loin que les parties beaucoup plus denses qui ont servi à la formation de Mercure?

4.^o Pour que Saturne ait été jeté vingt-cinq fois plus loin que Mercure, il faut apparemment que le choc de la Comète, contre les parties qui devoient former Saturne, ait été plus fort, plus violent, plus direct, que contre celles qui devoient former Mercure; il faut que les premières aient reçu plus de vitesse. Pourquoi donc la vitesse vraie, réelle & absolue de Mercure est-elle cinq fois plus grande que celle de Saturne? Il en est de même des autres Planètes; plus elles sont près du Soleil, plus leur mouvement est précipité.

5.^o Si la Comète, en sillonnant obliquement le Soleil, a imprimé aux particules qu'elle en a détachées deux espèces de mouvement, l'un de projectile, l'autre de rotation, il paroît que ces deux mouvemens devroient être proportionnels; ils ne le sont pas; la promptitude du mouvement de la Terre dans son orbite est plus grande que celle de Jupiter dans la sienne, & au contraire la rotation de Jupiter est beaucoup plus prompte que celle de la Terre.

6.^o La plus forte objection qu'on ait faite contre le système de M. de Buffon, est que, selon les loix connues de la Nature, si les Planètes ont reçu leur mouvement primitif à la surface du Soleil, elles doivent toutes y retourner à la fin de chacune de leurs révolutions. L'illustre Naturaliste a prévu cette objection, il paroît en avoir senti la force; il tente de l'affoiblir, & comment? en disant que la Comète a pu déplacer le Soleil. Mais quand cela seroit, il seroit toujours vrai que les Planètes devroient revenir au point de l'espace d'où elles sont primitivement parties; leurs orbites devroient toutes se rencontrer vers un seul point, & toutes cependant observent toujours entre elles une distance à peu-près égale; leurs orbites sont

presque concentriques. Mais je vais plus loin; je pense qu'il étoit impossible que la Comète détachât du Soleil une masse égale à celle de toutes les Planètes. Pour le prouver, je suppose la masse de la Comète égale à celle de toutes les Planètes collectivement prises, c'est tout ce que l'on peut raisonnablement exiger, & certainement il n'a jamais existé de telle Comète. D'ailleurs quand on supposeroit même la masse double, l'argument que je vais faire subsisteroit dans toute sa force. Accordons de plus que l'orbite de la Comète étoit d'une longueur presque infinie, donc elle étoit presque parabolique; donc dans son périhélie sa force tangentielle étoit à sa force centrale à très-peu-près, comme 14 est à 10. Or la Comète dans le choc n'a pu communiquer à la matière qu'elle pouffoit devant elle & qui lui étoit égale en masse, que la moitié de la vitesse qu'elle avoit. Donc la force tangentielle de cette matière étoit à sa force centrale comme 7 est à 10; donc elle étoit moindre que la force centrale, donc cette matière étoit dans son aphélie, ainsi que la Comète elle-même, qui avoit perdu la moitié de sa force centrifuge. Donc & la Comète & la matière qu'elle tendoit à déplacer, ont dû rester dans le Soleil & se seroient même approchées de son centre, si le reste de la substance du Soleil n'y eût mis obstacle. Quant au déplacement du Soleil, qui n'a pu se faire sans imprimer à cet Astre un mouvement assez fort pour que Mercure ne vînt pas s'y brûler trois mois après, mouvement qui ne subsiste plus, & qui a sans doute été détruit par quelque cause, que M. de Buffon nous révélera quelque jour, c'est une idée tout-à-fait neuve, ingénieuse même, si l'on veut, mais qu'il ne m'est pas possible de concilier avec celles que je me suis formées des loix de la Physique.

7.^o La formation des Satellites, dans le système de M. de Buffon, me paroît encore plus contraire à ces loix. Quoi? la force centrifuge des parties les moins denses d'un fluide sphérique, tournant sur son axe, suffit seule pour que ces parties s'échappent & se séparent de la masse générale? La force attractive de la masse, trop foible pour se les conserver toujours

réunies, sera assez forte pour les empêcher de fuir toujours dans la direction de la tangente, par laquelle elles se sont échappées, & les forcera de tourner circulairement à une distance assez grande de cette masse, qui n'a pu les retenir? Et quand cela seroit, la théorie des forces centrales démontre que ces parties ainsi séparées, reviendroient à la fin de chaque révolution au point d'où elles étoient primitivement parties: il n'y a point ici de Comète qui choque & déplace la Terre, Jupiter & Saturne.

On est peut-être surpris de ce qu'un Philosophe, aussi profond que M. le Comte de Buffon, ait imaginé un système aussi contraire que celui-ci aux loix les plus constantes de la Physique. Un phénomène l'a frappé, il a voulu l'expliquer physiquement, & n'a pas cru pouvoir mieux le faire que par ce système. Toutes les Planètes tournent autour du Soleil dans le même sens & presque dans le même plan. Qu'elles tournent dans le même sens, c'est un cas unique entre soixante-quatre cas possibles, à ne considérer même ici que les six Planètes principales. Qu'elles ne s'écartent que d'environ sept degrés & demi d'un même plan, c'est encore un cas unique entre sept millions six cents quatre-vingt-douze mille six cents vingt-quatre qu'il seroit possible d'imaginer. Donc il y a soixante-quatre fois sept millions six cents quatre-vingt-douze mille six cents vingt-quatre, ou quatre cents quatre-vingt-douze millions trois cents vingt-sept mille neuf cents trente-six à gager contre un, que le système actuel des Planètes est l'effet d'une seule & unique cause physique, qui aura, par une seule & unique opération, communiqué aux Planètes le mouvement qu'elles ont actuellement: or, on ne peut imaginer d'autre cause que l'action d'une Comète, qui en sillonnant le Soleil, en aura chassé devant elle & dans le même sens, toutes les parties qui composent aujourd'hui les Planètes. Ce raisonnement est sans doute digne de son illustre Auteur; il n'a pu être formé que par un génie accoutumé à réfléchir, à combiner, à embrasser tous les rapports de l'objet sur lequel il s'exerce. Mais que concluons-nous de ce

de ce raisonnement ? Rendra-t-il possible des faits qui sont démentis par toutes les loix de la plus saine Physique ? M. de Buffon a voulu expliquer la génération de nos Planètes ; mais il suppose que le Soleil, les Comètes & apparemment aussi les Etoiles existoient long-temps auparavant. Quelle a été la cause de leur existence ? Je crois M. de Buffon d'une religion trop tendre, d'un jugement trop épuré pour donner dans le délire de l'éternité de la matière ; il est persuadé sans doute que ces corps célestes ont été créés. Eh ! joignons à cette création celle des Planètes : la solution ne sera pas physique, il est vrai ; mais elle ne heurtera pas de front les plus solides fondemens de la vraie Physique. Les Planètes se meuvent toutes dans le même sens, & presque dans le même plan, parce que le Créateur, en leur donnant l'existence, leur a imprimé cette direction de mouvement. Il falloit sans doute leur donner un arrangement quelconque ; & quelque arrangement que Dieu leur eût donné, cet arrangement auroit toujours été unique, non pas entre quatre cents quatre-vingt-douze millions trois cents vingt-sept mille neuf cents trente-six, mais entre des milliers de millions d'arrangemens possibles. Contentons-nous d'admirer la Providence divine, qui en projetant les Planètes presque dans le même plan, a donné aux orbites de presque toutes les Comètes des inclinaisons sensibles sur ce même plan. En effet, si ces orbites eussent été peu inclinées sur le plan de l'Écliptique, il semble que les rencontres des Planètes & des Comètes auroient dû être assez fréquentes, & qu'elles auroient pu occasionner dans notre système planétaire des dérangemens sensibles, dont la Terre sans doute n'auroit pas été exempte.

Je ne parle pas des autres hypothèses singulières du Plin de notre siècle ; elles sont étrangères à la matière que je traite.

Après avoir exposé librement notre manière de penser, touchant les deux plus célèbres systèmes imaginés de nos jours, sur l'activité des Comètes, il nous reste à parler de quelques effets qu'on les croit capables de produire. Une Comète, dit-on, peut rencontrer une Planète ; « elle peut

Effets présumés
de la
proximité
de la Terre
&
d'une Comète.

- » choquer la Terre, se briser contre elle, & la briser en mille
 » pièces; ces deux corps seroient sans doute détruits; mais la
 gravité en reformeroit aussitôt une ou plusieurs autres Planètes.»
Maupertuis, Eur. Dresde, 1752, p. 200. La seule trop grande proximité de ces deux corps pourroit
 nous être funeste. « Les eaux s'élèveroient à de grandes hauteurs
 » dans quelques endroits, & inonderoient de vastes régions
 de la surface de la Terre, qu'elles abandonneroient après.»
Ibid. p. 201. On a même calculé que si une Comète étoit cinq ou six
 fois plus près de nous que la Lune, c'est-à-dire, si elle
 passoit à treize mille lieues de la Terre, il n'en faudroit pas
 davantage pour élever les eaux de la mer de deux mille toises
 au-dessus de leur niveau ordinaire, ce qui suffiroit peut-être
 pour noyer les Continens des quatre parties du Monde. « Si la
La Lande, Réflexions sur les Comètes, 1773, p. 22, 24. queue de quelque Comète atteignoit notre atmosphère, ou
 si quelques parties des matières qui la composent tomboient
 sur la Terre, par l'effet de leur pesanteur, les exhalaisons de
 » l'atmosphère de la Comète, mêlées avec l'air que nous res-
 » piron, y pourroient occasionner des altérations sensibles pour
 » les animaux & pour les plantes. Il est très-vraisemblable que
 » de telles vapeurs, apportées de si loin, étrangères à notre
 » Planète, exaltées par une chaleur extraordinaire, seroient
 » funestes à tout ce qui est sur la Terre; il s'ensuivroit sans
 » doute ces pernicieux effets, dont tous les peuples de la Terre
 » ont toujours observé que l'apparition des Comètes étoit suivie;
 » il est indigne d'un Philosophe de traiter de fables ridicules
 des faits aussi unanimement constatés.» Que la proximité de la
Gregori Astron. Phys. lib. V, prop. 4, cor. 2. Terre & de la Comète devienne plus grande, de nouveaux
 désastres sont à craindre. « A la simple approche de ces deux
 » corps, il se feroit sans doute de grands changemens dans leurs
 » mouvemens. Le moindre de ces mouvemens n'iroit à rien
 » moins qu'à changer la situation de l'axe & des pôles de la
 » Terre. Telle partie du globe, qui étoit auparavant vers
 » l'Équateur, se trouveroit après un tel événement vers les
 » pôles; & telle qui étoit vers les pôles, se trouveroit vers
 l'Équateur.» De plus « Quelque Comète, passant auprès de
Maupertuis, p. 197. la Terre, pourroit tellement altérer son mouvement, qu'elle

la rendroit Comète elle-même. La Terre, exposée alors aux « plus grandes vicissitudes, tantôt brûlée dans son périhélie, « tantôt glacée par le froid des dernières régions du Ciel, iroit « ainsi à jamais de maux en maux, à moins que quelqu'autre « Comète ne changeât encore son cours, & ne la rétablît dans sa « première uniformité. » Autre malheur, « si quelque grosse Comète détournoit la Terre de son orbite, lui faisoit faire « la révolution autour d'elle, & se l'assujettissoit. La Terre alors, « devenue Satellite de la Comète, seroit emportée avec elle dans « les régions extrêmes qu'elle parcourt : triste condition pour une « Planète, qui depuis si long-temps habite un Ciel tempéré. » Enfin la Comète pourroit de la même manière nous voler « notre Lune, & si nous en étions quittes pour cela, nous « ne devrions pas nous plaindre. » Or ce qui peut arriver à la Terre, peut arriver pareillement aux autres Planètes. « Ce seroit un spectacle curieux pour nous, que de voir quelque Comète venir fondre un jour sur Mars, ou Vénus, « ou Mercure, & les briser à nos yeux, ou les emporter, & « s'en faire des Satellites. »

Maupertuis,
p. 200.

Ibid.

Ibid. p. 201.

Si l'on a semé se plaie à attribuer des effets funestes aux Comètes, on a aussi regardé ces Astres comme capables de produire des effets favorables. « Un petit mouvement qu'une Comète causeroit dans la situation de la Terre, en releveroit « l'axe, & fixeroit les saisons à un printemps perpétuel. Si « une Comète peut nous ravir notre Lune, elle pourroit aussi « nous en servir, se trouver condamnée à faire autour de nous « ses révolutions, & à éclairer nos nuits. Notre Lune pourroit « bien avoir été au commencement une petite Comète, qui « pour s'être trop approchée de la Terre, s'y est trouvée prise. » Cette dernière opinion est d'autant plus probable, qu'elle est appuyée sur une tradition généralement répandue chez les Arcadiens ; ils étoient persuadés que leurs ancêtres avoient habité l'Arcadie, avant que la Lune existât. On a dit qu'une Comète, tombant dans le Soleil, peut lui servir d'aliment, & réparer en un instant les pertes que cet Astre auroit faites en plusieurs milliers de siècles par l'émission continuelle de

Ovid. Fast.
lib. 1.

Maupertuis, la lumière. On a cru que les Comètes étoient destinées à
p. 204. entretenir notre système planétaire: quelque petite que soit
Newton. princ. la résistance que la matière éthérée apporte au mouvement
l. 3. circa finem. des Planètes, elle est cependant réelle, on en aperçoit principalement l'effet sur la Lune; par l'effet de cette résistance, l'orbite des Planètes est rétrécie, ces Astres s'approchent du Soleil & y tomberoient enfin sans l'action de quelques Comètes qui rétablissent de temps en temps leurs orbites. Enfin on a soupçonné que les Comètes vont porter aux autres corps célestes l'eau & l'humidité dont ils ont besoin pour réparer les pertes qu'ils en font. Efforçons-nous d'apprécier ces bons & ces mauvais effets qu'on a coutume d'attribuer aux Comètes.

Newton, loco citato, & præcipuè p. 473, secundæ edition.

Appréciation
 de
 ces effets.

Essai sur les Comètes, Disc. prélim. p. xj.

Premièrement, le choc d'une Comète contre une Planète, contre la Terre, par exemple, est physiquement possible, & ne pourroit arriver sans occasionner les plus grands désastres. Mais ce choc dépend de circonstances qui ne se rencontrent pas facilement ensemble. Il faut d'abord que l'un des nœuds de la Comète, l'un des deux points où sa trajectoire coupe l'Écliptique, tombe précisément sur l'orbite de la Terre, « condition contre l'existence de laquelle on peut parier l'infini contre l'unité, » dit M. du Séjour. En effet, aucune des Comètes que nous connoissons ne satisfait à cette condition. Il est cependant vrai qu'il en est quelques-unes qui ont un de leurs nœuds assez voisin de l'orbite terrestre; qu'un assez léger changement dans les élémens de leur orbite suffiroit, pour que ce nœud coïncidât avec l'orbite de la Terre; & qu'on remarque des changemens de cette espèce, & dans les orbites des Planètes, & dans celle de la Comète dont on connoît avec le plus de certitude la révolution périodique. Mais 1.^o ces Comètes sont en petit nombre. 2.^o L'altération que subira leur orbite, pourra autant les éloigner que les approcher de l'orbite de la Terre. 3.^o Supposant que l'altération se fasse dans le sens nécessaire pour approcher la Comète en son nœud de l'orbite de la Terre, cette altération pourra être ou trop petite ou trop grande; dans le premier cas le

nœud n'atteindra pas l'orbite de la Terre; dans le second il la dépassera. 4.^o L'effet de l'altération d'un des élémens de l'orbite d'une Comète peut être modifié, compensé, détruit par l'altération d'un autre élément. Et comme toutes ces combinaisons renferment une infinité de cas, & que dans chaque combinaison il n'y a qu'un seul cas qui puisse faire coïncider le nœud de la Comète avec l'orbite de la Terre, répétons avec M. du Séjour, qu'on peut parier l'infini contre un, que cette coïncidence n'aura pas lieu.

Mais supposé même qu'elle eût lieu, il ne s'ensuivroit pas que la Comète dût choquer la Terre; il faudroit pour cela qu'au moment où la Comète passeroit par son nœud, la Terre se trouvât précisément à ce point de son orbite. Or M. du Séjour a prouvé qu'il y avoit sept cents cinquante-deux mille sept cents trente à parier contre un, que la Terre ne se trouvera pas même à treize mille lieues de ce point. « Le danger que nous courons de la part des Comètes est donc, si j'ose m'exprimer ainsi, un infiniment petit du second ordre. »

*Essai sur les
Comètes, sect. V.
p. 87 & 88.*

Ce que nous venons de dire de la rencontre d'une Comète & d'une Planète, peut s'appliquer à la grande proximité de ces deux corps: ce n'est pas de leur conjonction centrale, c'est de leur approximation à treize mille lieues de distance, que M. du Séjour a prouvé qu'il y avoit sept cents cinquante-deux mille sept cents trente à parier contre l'unité, qu'une telle rencontre n'auroit pas lieu, quand même on seroit assuré qu'il existe une Comète qui doit dans le cours d'une année s'approcher de fort près de l'orbite terrestre. Si les élémens de la Comète sont connus d'ailleurs, la probabilité peut devenir plus grande, ou, pour parler plus correctement, moins petite; mais il ne faut pas oublier ce que nous avons dit plus haut, qu'on peut parier l'infini contre l'unité, qu'il n'existe pas de Comète dont la trajectoire coupe l'orbite terrestre.

*Ibid. Discours
prélim. p. xj; &
sect. V, p. 201.*

Supposons cependant avec M.^{rs} de la Lande & du Séjour, qu'une Comète coupe l'orbite de la Terre en un point dont la Terre ne soit éloignée que de treize mille lieues, quels seront ses effets sur la Terre? Les eaux de la mer seroient

*Essai sur les
Comètes, p. 69
& suiv.*

*Cause des
Vents, art 12
& suiv.*

élevées, dit M. de la Lande, de deux mille toises au-dessus de leur niveau ordinaire. Les calculs de ce savant & laborieux Astronome sont sans doute de la plus grande précision; mais, comme l'a observé M. du Séjour, il y a bien des remarques à faire sur la conséquence qu'on en tire. Effectivement la Comète pourroit élever les eaux à cette hauteur, si elle étoit long-temps verticale sur un même point de la mer; mais M. du Séjour, d'après un principe démontré par M. d'Alembert, a prouvé que si l'on suppose le globe de la Terre entièrement couvert d'eau, jusqu'à la profondeur d'une lieue, la Comète emploiera $10^h 52' 0''$ à produire son effet, quel qu'il soit, sur les marées; cette durée ne dépend point du tout de la grosseur, ni de la densité, ni de la proximité de la Comète, mais seulement de la profondeur du fluide. Si le fluide étoit profond de deux lieues, la durée de l'élévation de l'eau seroit de $8^h 25' 11''$. Or il s'en faut de beaucoup que l'action de la Comète sur un même point de la mer puisse être d'une aussi longue durée. Que la Comète en son périégée soit à treize mille lieues de la Terre, une heure après elle en sera au moins à seize mille cinq cents quarante-neuf lieues, & sera verticale sur un point de la Terre distant de $23^d 14'$ du point auquel elle répondoit. A la fin de la seconde heure, le point qui lui répond sur la Terre aura varié de $27^d 36'$ & la distance de la Comète à la Terre sera de vingt-quatre mille sept cents soixante-huit lieues. Et nous avons ici choisi le cas le plus favorable qu'il fût possible pour l'action de la Comète. Dans une autre hypothèse, en une demi-heure seulement de temps, la Comète se seroit éloignée à trente-deux mille cinq cents soixante-neuf lieues de la Terre, & son point correspondant sur la Terre auroit varié de $81^d 27' 30''$. Toutes les autres hypothèses possibles donnent des résultats mitoyens entre ces deux extrêmes. Qu'on juge d'après ces réflexions, si les Comètes peuvent avoir le temps de produire dans les marées d'aussi grands désordres qu'elles en pourroient effectivement produire, si elles demeuroient plus long-temps verticales sur le même point de la mer.

Pour apprécier les effets que le mélange de notre atmosphère avec celle d'une Comète, pourroit opérer sur l'air que nous respirons, il faudroit, comme nous l'avons dit plus haut, connoître ce que c'est que l'atmosphère d'une Comète. Je ne vois pas sur quel fondement on peut appuyer l'idée de ses malignes influences. Cette atmosphère paroît plus transparente que la nôtre; qui empêche qu'elle ne soit plus pure & plus déphlogistiquée? Que presque tous les Anciens nous aient attesté que l'apparition des Comètes étoit suivie des plus grands désastres, qu'en concluons-nous? Est-ce qu'une Comète ne peut paroître, sans que la Terre se trouve englobée dans son atmosphère? ou cette atmosphère influe-t-elle à de grandes distances? Ces mêmes Anciens croyoient pareillement que les éclipses de Soleil & de Lune étoient suivies d'effets funestes; on devroit être entièrement revenu de ces fables.

Qu'une Comète, passant près de la Terre, puisse retarder ou accélérer son mouvement de rotation autour de son axe, j'en doute fort: mais qu'elle déplace l'axe de la Terre, de manière qu'une partie de la Terre, qui étoit auparavant sous l'Équateur, se trouve ensuite vers les pôles, & que celle qui étoit vers les pôles, se trouve vers l'Équateur, c'est ce dont aucune loi de Physique ne nous permet d'admettre la possibilité.

Il y auroit plus de probabilité à dire qu'une Comète peut faire varier l'inclinaison de l'axe de la Terre sur le plan de l'Écliptique. On connoît une variation semblable, occasionnée par la Lune, mais cette variation est fort petite. Les autres Planètes, & sur-tout Jupiter & Vénus en produisent une autre; mais elle est si peu sensible, que les Astronomes sont encore partagés sur la certitude de son existence, & encore plus sur sa quantité. Celle qui est produite par la Lune, est périodique; elle augmente & diminue successivement l'inclinaison de l'axe terrestre. Il en seroit probablement de même de celle qui seroit occasionnée par la proximité d'une Comète; l'effet produit par la Comète, avant son passage par le plan de notre Équateur, seroit presque totalement détruit par une

action contraire de la même Comète, lorsqu'elle auroit dépassé ce plan. D'ailleurs, vu la rapidité du mouvement de la Comète, & vu peut-être aussi son peu de densité, je doute fort que cet effet fût extrêmement sensible. Mais quand il le feroit, devrions-nous nous féliciter d'avoir un printemps perpétuel, c'est-à-dire, de n'avoir jamais le Soleil ni plus ni moins élevé qu'il ne l'est au 20 ou 21 Mars, & au 22 ou 23 Septembre? Quelques pays y gagneroient peut-être, la plupart probablement y perdroient beaucoup.

En admettant que les Planètes, par la résistance de l'éther, rétrécissent continuellement leurs orbites, & qu'elles s'approchent du Soleil, on conviendra du moins qu'il s'écoulera plusieurs milliers de siècles, avant qu'elles parviennent jusqu'à cet Astre. Comme ce mouvement, s'il est réel, est au moins très-peu sensible, nous conviendrons volontiers que les Comètes peuvent en arrêter l'effet; mais comme il ne s'agit ici que de possibilités, il est clair que les Comètes peuvent pareillement augmenter l'intensité de ce mouvement. Nous ne pouvons donc ici dire autre chose, sinon que celui qui a donné le mouvement à cette admirable machine de l'Univers, en a disposé les ressorts avec la plus parfaite sagesse. Reposons-nous sur la Providence infinie, elle veille à la conservation de tout ce qui lui doit l'existence.

Je n'ai rien à dire de neuf sur les idées qu'on s'est formées, que la Lune pourroit avoir été une Comète, qui pour s'être engagée trop avant dans la sphère d'activité de la Terre, a été forcée de tourner autour d'elle; qu'une Comète peut nous l'enlever; que la Terre elle-même pourroit avoir été une Comète, & qu'elle peut redevenir telle; qu'une Comète peut même se l'approprier, pour en faire son Satellite; qu'au contraire, une Comète fortement attirée par la Terre, pourroit nous servir de seconde Lune. Toutes ces imaginations sont brillantes; M. du Séjour, d'un trait d'analyse, les a fait toutes évanouir. Il a prouvé 1.^o qu'il étoit absolument impossible qu'une Comète, mue dans une trajectoire parabolique ou hyperbolique, devînt Satellite de la Terre. 2.^o Pour qu'une

Comète, dont l'orbite seroit elliptique, devînt Satellite de la Terre, il faudroit, lorsqu'elle entre dans la sphère d'attraction de la Terre, que son mouvement relatif, c'est-à-dire, la différence entre son mouvement & celui de la Terre ne fût que de 2176,1 pieds au plus par seconde de temps. Mais est-il possible qu'une Comète, dont l'orbite, quoiqu'elliptique, approche cependant fort d'être parabolique, n'ait que 2176 pieds de mouvement relatif à celui de la Terre; tandis qu'il est démontré que le mouvement relatif d'une Comète parabolique placée à cette même distance, c'est-à-dire à la distance de la Terre au Soleil, doit être dans le cas le plus défavorable de 39025 pieds? Je ne pense pas que les quantités négligées par M. du Séjour dans son N.^o 184, puissent aller jusqu'à accélérer suffisamment le mouvement nécessaire à cette Comète, pour qu'elle puisse devenir Satellite de la Terre. Mais quand cela seroit, la Comète à chacune de ses révolutions passeroit à l'extrémité de la sphère d'attraction de la Terre; alors elle ne tiendrait presque plus à la Terre, & la moindre force finie suffiroit pour l'en détacher. « En un mot, puisque cette Comète seroit venue d'un point pris hors de la sphère d'attraction de la Terre, & qu'elle auroit primitivement circulé autour du Soleil, comme centre de ses mouvemens, lorsque la suite des révolutions ramèneroit les mêmes positions respectives du Soleil, de la Terre & de la Comète, elle devroit cesser de tourner autour de la Terre, & recommencer à circuler autour du Soleil. » Or il est aisé de voir que rien de tout cela ne convient à la Lune.

3.^o M. du Séjour suppose une Comète d'une masse égale à celle de la Terre, & qui, faisant abstraction de l'attraction mutuelle des deux corps, devroit passer à treize mille lieues du centre de la Terre; il donne à l'orbite de cette Comète les élémens les plus propres pour que cette attraction mutuelle puisse produire les plus grands effets possibles. Or dans cette hypothèse les altérations des orbites de la Terre & de la Comète seroient sensibles, mais peu considérables, & ne changeroient point la nature de ces orbites. La nouvelle

*Essai sur les
Comètes, p. 189.*

*Ibid. p. 190.
& 191.*

*Essai sur les
Comét. p. 178
& suiv.*

*Ibid. p. 141
& suiv.*

orbite de la Terre seroit inclinée sur l'ancienne de $2^d 4' 10''$; son rayon vecteur seroit alongé de 0,00014, en prenant pour unité l'ancienne distance moyenne de la Terre au Soleil; l'excentricité de l'orbite seroit de 0,0162, au lieu qu'elle étoit précédemment de 0,0168; le demi-grand axe seroit de 1,00441, & la durée de la nouvelle année seroit de $367^d 16^h 4' 48''$; il n'y auroit guère que les Astronomes qui s'apercevroient d'abord de ces variations. Comme on suppose la masse de la Comète égale à celle de la Terre, les altérations de son orbite seroient analogues à celles de l'orbite de la Terre. Il est enfin démontré que cette Comète, ne dû-elle même passer qu'à trois mille deux cents cinquante lieues du centre de la Terre, seroit après son périégée, pour sortir de la sphère d'attraction de la Terre, un chemin égal & semblable à celui qu'elle auroit fait depuis son entrée dans cette sphère jusqu'à son périégée. Concluons qu'une Comète, en vertu des seules loix connues de la Nature, ne peut devenir Planète, encore moins satellite d'une Planète; que la Terre n'a jamais été Comète, que la Lune a toujours été satellite de la Terre, & que nous n'avons pas d'autre Satellite à espérer; qu'une Comète ne peut probablement pas nous enlever la Lune, encore moins s'approprier la Terre, la forcer de tourner autour d'elle en qualité de Satellite, ou altérer son orbite, de manière qu'elle devienne elle-même Comète. Je fais qu'on peut faire différentes hypothèses de proximité & de masse, d'après lesquelles on pourra démontrer que quelques-uns de ces effets ne sont pas rigoureusement impossibles; mais il faudra dire de ces hypothèses ce que nous avons dit ci-dessus du choc d'une Comète & de la Terre. Plus on outrera la masse & la proximité de la Comète, plus l'existence physique de cette Comète devient improbable; il y aura l'infini à parier contre l'unité, qu'une telle Comète n'existe pas.

Ce que nous disons de la Terre, doit s'appliquer, proportion gardée, aux autres Planètes.

La Comète de 1680 a passé fort près du Soleil; sa distance

au centre du Soleil n'étoit que des deux tiers du diamètre de cet Astre. Une légère perturbation dans l'orbite de la Comète, occasionnée par la rencontre de quelque Planète ou de quelqu'autre Comète, auroit pu diminuer sa distance périhélie. Il n'est donc pas physiquement impossible qu'une Comète tombe dans le Soleil; mais le cas est peut-être aussi peu probable que celui du choc d'une Comète contre une Planète. Il est vrai que le Soleil lance continuellement des rayons de lumière; mais quelle est la nature, la substance de ces rayons? Cette émission diminue-t-elle bien réellement la substance du Soleil? Ces rayons ne peuvent-ils pas revenir au Soleil par des voies qui nous sont inconnues? Enfin la chute des Comètes dans le Soleil est-elle le seul moyen possible de réparer cette déperdition? Ce sont autant de questions sur lesquelles je ne me crois pas assez éclairé pour oser prononcer. J'en dis autant de l'eau & de l'humidité que les Comètes pourroient porter aux Planètes; j'ignore quelle est la substance de la queue des Comètes, & d'ailleurs est-il bien prouvé que les Planètes fassent quelque déperdition d'eau & d'humidité?

M. de la Lande a fait un fort bon Mémoire sur une irrégularité singulière observée dans les mouvemens de Saturne. Cette Planète, en opposition avec le Soleil dans les années 1686 & 1745, avoit la même anomalie moyenne, & étoit d'ailleurs à peu-près à même distance de Jupiter: en ces deux années l'erreur des Tables d'Halley, sur la longitude de Saturne fut absolument la même. En 1701 & en 1760, Saturne avoit pareillement la même anomalie vraie, & la distance à Jupiter étoit à peu-près égale en l'une & en l'autre année. Cependant l'erreur des Tables étoit en 1760 de 13 minutes plus forte qu'en 1701; d'où il suit que les deux révolutions écoulées entre 1701 & 1760 ont été de six jours & demi plus courtés que les deux révolutions précédentes entre 1686 & 1745. Ce dérangement extraordinaire est constant; « nous en ignorons la cause, dit M. de la Lande, & je ne puis l'attribuer qu'à des attractions de Comètes. »

Perturbation
sensible
de Saturne.

*Mémoires de
l'Acad. des Sc.
année 1765e
p. 361.*

*Réflex. sur les
Comètes, p. 33.*

Pour moi, je ne puis me persuader qu'une Comète ait pu occasionner un effet sensible sur le mouvement d'un corps aussi massif que Saturne. Je pense même que si cela fût arrivé, la Comète auroit à plus forte raison dérangé sensiblement quelques-uns des satellites de cette Planète. Mais indépendamment de cette raison, à laquelle on pourroit répondre que tous les cinq Satellites étoient peut-être alors de l'autre côté de Saturne, je crois être en état de prouver que le dérangement de Saturne n'est pas l'effet du passage d'une Comète. Si un tel passage eût accéléré le mouvement de Saturne, l'accélération eût été permanente : or elle ne l'a pas été. En 1716 & en 1775, Saturne en opposition avec le Soleil avoit la même anomalie vraie ; la distance de Jupiter à Saturne étoit en 1716 de $7^{\circ} 29^d$, en 1775 de $7^{\circ} 18^d \frac{1}{3}$, la différence n'est pas de onze degrés : mais en 1716 l'erreur des Tables d'Halley étoit de $+ 6' 15''$, en 1775 de $+ 3' 41''$; donc en deux révolutions écoulées depuis 1716 jusqu'en 1775, la variation de l'erreur des Tables n'étoit plus de $13'$, mais seulement de $2' 34''$; donc cette accélération du mouvement de Saturne n'est pas constante ; donc elle n'est pas l'effet du passage d'une Comète. Dira-t-on que tout cela n'est qu'un effet de l'action combinée de plusieurs Comètes invisibles ? J'aimerois presque autant qu'on dît, avec un Écrivain de nos jours, que ce sont plusieurs Planètes ou Étoiles invisibles, qui par un concours inconnu opèrent la génération des Comètes.

C H A P I T R E V.

De l'Atmosphère des Comètes.

Noyau ou tête de la Comète. **L**E noyau ou la tête des Comètes en est la partie la plus brillante & en même temps la plus petite. On juge avec fondement que c'est un corps solide, mais assez petit, & probablement de peu de densité. Cette tête est quelquefois éclatante, le plus souvent terne, obscure & mal terminée.

On a même observé cette variété dans les différens retours d'une même Comète; celle de 1607 étoit sombre & livide; la même Comète nous parut assez obscure en 1759; en 1531 elle étoit d'un beau jaune imitant la couleur de l'or, elle étoit très-éclatante en 1682. Ces variations ne peuvent être rapportées qu'à la différente constitution de l'atmosphère qui environne la Comète.

Cette atmosphère se présente à nos yeux sous l'image d'un brouillard qui environne de toutes parts la tête ou le noyau de la Comète; telle paroîtroit sans doute l'atmosphère de la Terre, si on l'observoit de dessus la Lune ou Vénus. Celle des Comètes paroît d'autant plus dense, qu'elle est plus voisine du centre ou du noyau, ce qui doit être, si cette atmosphère est sphérique, comme il ne semble pas qu'il y ait lieu d'en douter. On a cru remarquer que cette *chevelure*, c'est ainsi qu'on l'appelle, s'étendoit moins du côté du Soleil que des autres côtés. On a vu quelquefois des Étoiles au travers, même près du noyau; d'où l'on a conclu que la matière dont elle est formée est très-rare; l'atmosphère de la Terre répand une ombre sensible sur la Lune. Il semble que comme l'atmosphère terrestre est souvent ternie par des brouillards & des nuages, celle des Comètes éprouve des variations analogues: c'est sans doute à ces variations de l'atmosphère cométaire qu'il faut attribuer certains phénomènes qui ont jeté les Cysat, les Hévélius dans l'erreur. Le premier a cru voir le noyau de la belle Comète de 1618, se diviser le 8 Décembre en trois ou quatre petits noyaux, & le 20 Décembre ce même noyau lui parut être un assemblage de petites Étoiles; le P. Scheiner & Vendelin virent ces mêmes apparences. Hévélius vit quelque chose d'analogue dans la Comète de 1661 & dans quelques autres; c'est ce qui lui persuada que les Comètes étoient absolument de la même nature que les taches du Soleil, que les unes & les autres étoient composées de plusieurs noyaux contigus, qui pouvoient se séparer & se rejoindre. Mais toutes ces variations s'expliquent beaucoup mieux, en les attribuant à la différente

Chevelure;

*Mairan, Aurore
boréale, 2.^e édit.
p. 288.*

*Hével. Comet.
lib. VI.*

Idid. lib. VIII.

constitution des diverses parties de l'atmosphère cométaire.

Queue.

Outre la chevelure des Comètes, on a remarqué que presque toutes étoient accompagnées d'une longue trace de lumière, qu'on appelle *queue* de la Comète : on lui donnoit autrefois le nom de *barbe*, lorsqu'elle précédoit la Comète, & celui de *queue*, lorsqu'elle la suivoit. Voici les phénomènes qu'on a observés dans les queues des Comètes, depuis qu'on les observe avec quelque attention.

Quelques Comètes ont été vues sans aucune apparence de queue, mais seulement avec une chevelure qui les environnoit ; le calcul de leur route a fait connoître que la plupart de ces Comètes sans queue étoient très-distantes de la Terre & du Soleil ; telle étoit la Comète de 1729, dont la moindre distance au Soleil étoit quatre fois plus grande que celle du Soleil à la Terre.

Toujours
opposée au
Soleil.

Pierre Appien observa cinq Comètes, depuis 1531 jusqu'en 1539, il remarqua le premier, que non-seulement la queue de ces cinq Comètes avoit toujours été constamment opposée au Soleil, mais qu'il en étoit de même de quelques autres Comètes, sur la direction de la queue desquelles les Anciens nous avoient communiqué quelques lumières. Toutes les Comètes qui ont paru depuis avec une queue, ont confirmé la justesse de cette observation. On ne doit donc pas s'étonner si quelques Comètes, d'ailleurs assez voisines de la Terre, n'étoient accompagnées d'aucune queue apparente : on a remarqué que ces Comètes étoient opposées au Soleil ; donc leur queue, opposée pareillement au Soleil, étoit située derrière le noyau de la Comète, on ne pouvoit la voir dans le sens de sa longueur ; dans le sens de sa largeur, elle environnoit la tête de la Comète en forme de chevelure, & donnoit une plus grande étendue apparente à son atmosphère. De cette direction de la queue on a conclu qu'il devoit y avoir quelque rapport direct entre le Soleil & la queue des Comètes.

Sa déviation.

Cette direction de la queue à l'opposite du Soleil n'est cependant pas toujours bien précise ; on y a remarqué des

déviation assez sensibles & inégales. La Comète de 1577 étant le 29 Décembre en $11^{\text{h}} 8^{\text{d}} 41'$ avec une latitude boréale de $28^{\text{d}} 40'$, & le Soleil en $9^{\text{h}} 18^{\text{d}} 26'$, la queue de la Comète dévioit de 21 degrés de l'opposite du Soleil vers le sud: en 1680 (a), la Comète étant pareillement en $11^{\text{h}} 8^{\text{d}} 41'$, avec $28^{\text{d}} 6'$ de latitude boréale; & le Soleil en $9^{\text{h}} 18^{\text{d}} 26'$, la déviation de la queue de la Comète étoit de $4^{\text{d}} \frac{1}{2}$ au nord. Comme la Comète & la Terre se trouvoient en ces deux observations dans le même lieu du Ciel, on a conclu de la différence des déviations, que les queues des Comètes étoient quelque chose de réel; si elles n'étoient qu'un simple phénomène d'optique, elles devroient toujours, les circonstances étant les mêmes, se présenter dans une direction uniforme. En observant avec plus d'attention ces déviations de la queue, on a remarqué que la déviation est d'autant plus petite, que la queue de la Comète est plus inclinée à l'orbite, tout étant supposé d'ailleurs égal; que cette même déviation considérée sur-tout à la naissance de la queue, est d'autant moindre, que la Comète approche plus près du Soleil; que la déviation se fait toujours du côté de l'orbite que quitte la Comète?

*Newton, Princ.
lib. III, prop.
41, p. 468.*

Ibid. p. 469.

Non-seulement la queue dévie souvent de la direction opposée au Soleil, mais on a remarqué de plus, qu'alors elle n'étoit pas droite, & qu'elle se courboit à son extrémité, d'autant plus sensiblement, que la déviation étoit plus grande à sa naissance. On a cependant observé que cette courbure étoit nulle lorsque la Terre se trouvoit dans le plan de l'orbite de la Comète. Cette courbure est telle, que l'extrémité de la queue dévie proportionnellement plus de l'opposite du Soleil, que les parties les plus voisines du noyau; donc si l'on tire une ligne droite par le Soleil & par la Comète, la partie convexe de la queue sera tournée du côté de cette ligne. De ces phénomènes de la déviation & de la courbure

Sa courbure,

(a) L'observation fut réellement faite à Londres le 28 Décembre 1680, vieux style; mais selon le nouveau style on comptoit le 7 Janvier 1681. L'observation de 1577 est de Tycho.

*Newton, Princ.
lib. III, prop.
41, p. 469.*

des queues des Comètes, il a été facile de conclure que ces variations étoient relatives au mouvement des Comètes, & qu'elles étoient absolument indépendantes de la partie du Ciel où l'on voyoit la Comète. Tycho a paru croire que la queue des Comètes étoit toujours droite, que si elle nous sembloit courbée, ce n'étoit que parce que ses parties étoient inégalement distantes de notre œil. Nous ne pouvons être de cet avis; quelque supposition que l'on fasse, une ligne droite se projette toujours en ligne droite, ou, ce qui revient au même, en arc de grand cercle.

On a observé des inégalités très-sensibles, non-seulement dans les queues de différentes Comètes, mais même dans celle d'une seule & même Comète; voici les principales.

*Inégalités dans
la queue
d'une même
Comète.*

On a vu des Comètes sans queue, nous en avons exposé les raisons ci-dessus; d'autres ont eu des queues fort petites, quelques-unes en ont traîné d'extrêmement longues; on en trouve différens exemples dans l'histoire des Comètes, qui compose la 2.^e partie de cet Ouvrage. Si, comme il n'y a pas lieu d'en douter, la queue des Comètes est toujours dirigée vers le côté opposé au Soleil, il s'ensuit que la situation d'une Comète, par rapport au Soleil, doit beaucoup influer sur la grandeur apparente de sa queue: si la Comète est en conjonction ou en opposition avec le Soleil, on ne verra que la largeur de la queue, on ne pourra point en estimer la longueur; au contraire, si elle est éloignée de 60 ou 80 degrés du Soleil, la longueur de sa queue s'offrira à nos regards sous le plus grand angle possible; la Comète de 1769 étoit à 55 degrés environ de distance du Soleil, lorsque nous l'observâmes, avec une queue longue de 90 degrés.

La distance de la Comète à la Terre, influe pareillement beaucoup sur la longueur apparente de la queue; il est inutile que je m'arrête à prouver une vérité aussi manifeste.

Les deux causes que nous venons d'indiquer, n'agissent que sur les longueurs apparentes des queues des Comètes; il est facile d'en apprécier les effets, Lorsque ces effets sont défalqués,

désalqués, on trouve que les queues des Comètes varient réellement en grandeur. On a constamment observé qu'une Comète tendant à son périhélie ne commence à prendre une queue que lorsqu'elle approche du Soleil; la belle Comète de 1680 n'avoit pas de queue le 14 Novembre, trente-quatre jours avant son périhélie. La longueur réelle de la queue augmente de jour en jour, & la tête, ou plutôt la chevelure qui environne la tête, semble au contraire diminuer. La queue parvient à sa plus grande longueur peu après le passage de la Comète par son périhélie; elle diminue ensuite par degrés, de manière cependant qu'à égales distances du périhélie, la queue est plus longue après le passage qu'au-paravant. On a de plus observé que les Comètes, dont la distance périhélie excédoit de beaucoup la distance moyenne du Soleil à la Terre, ne prenoient point de queues; & que la queue des autres étoit d'autant plus belle, tout étant d'ailleurs égal, que leur distance périhélie étoit moindre.

La tête ou chevelure de la Comète, & sa queue naissante forment comme une espèce de section parabolique, dont le noyau quelquefois invisible occupe sensiblement le foyer. La queue s'élargit & occupe par sa largeur plusieurs degrés dans le Ciel. La queue de la Comète de 1769 avoit le 11 Septembre 13. degrés de largeur. Nous avons dit que la queue se courboit souvent; nous avons même remarqué, feu M. de la Nux à l'île de Bourbon, & nous entre Ténériffe & Cadiz, que la queue de la Comète de 1769 étoit doublement courbée vers son extrémité; elle représentoit comme la figure d'une \complement . Or on a observé que la partie convexe de cette courbure étoit plus claire, mieux terminée, & en quelque façon plus dense que la partie concave. On vit à Rome une espèce de noyau, comme l'appelle Hévélius, dans la queue de la dernière Comète de 1618; c'étoit comme une ligne ou un trait éclatant, qui tel que la moëlle d'un arbre, s'étendoit dans toute la longueur de la queue, en divisant en deux sa largeur. Képler & Schickard virent ce même phénomène, mais il ne divisoit pas alors la largeur de la queue, il côtoyoit

un de ses bords, ce qui est plus conforme à ce qui est ordinairement observé.

*Hevel. Comet.
lib. VIII,
p. 517.*

La queue des Comètes se termine ordinairement en une pointe presque imperceptible, son éclat s'exténuant toujours par dégradation. Chéseaux assure avoir vu la Comète de 1744 s'épanouir en quelque sorte & se terminer en éventail. On a pu remarquer dans notre histoire des Comètes quelques exemples de Comètes avec plusieurs queues.

*Chéseaux,
Traité de la
Com. de 1744,
p. 155.*

La clarté de quelques Comètes a été assez grande pour qu'on les ait vues de jour. Telles ont été la Comète qui a paru à la mort de César, la première de l'an 1402, celle de 1618, celle de 1744 & quelques autres.

La queue des Comètes ne paroît ni également brillante, ni également longue à ceux qui l'observent en différentes parties de la Terre. La queue de la 1.^{re} Comète de 1759 nous paroïssoit fort petite au commencement de Mai; la Nux en mesura la longueur à l'île de Bourbon, elle s'étendoit jusqu'à 47 degrés. La queue de la Comète de 1680 n'excéda pas 62 degrés à Paris, suivant Cassini; elle fut trouvée de 90 degrés à Constantinople. Le 9 Septembre 1769, la Comète fut vue à Londres avec une queue de 43 degrés; elle étoit de 55 degrés à Paris, de 60 & plus à l'île de Bourbon, de 75 sur mer entre Ténériffe & Cadiz. Le 11, elle fut jugée de 90 degrés sur mer, de 97 à l'île de Bourbon; donc la constitution de notre atmosphère contribue à l'éclat & à la longueur apparente de la queue des Comètes.

On remarque dans la queue des Comètes, non-seulement des inégalités de direction, de largeur, d'éclat, mais encore des mouvemens intestins sensibles, des jets, des élancemens, semblables à ceux qu'on a coutume d'observer dans les aurores boréales. « Ceux qui ont observé avec quelque attention la » Comète de 1607, dit Képler, témoignent que la queue, » courte d'abord, devint longue en un clin-d'œil ». Le P. Cysat remarqua des ondulations bien marquées dans la queue de la Comète de 1618; elle paroïssoit, dit-il, comme agitée par le vent. Les rayons de la chevelure paroïssent comme

*Répl. de Comet.
p. 93.*

s'élancer de la tête & y revenir aussitôt. Képler, Wendelin, Snellius remarquèrent cette même ondulation. Hévélius observa des mouvemens analogues dans la queue des Comètes de 1652 & de 1661. Nous avons aperçu ces mêmes phénomènes dans la queue de la Comète de 1769; la Nux les a pareillement observés à l'île de Bourbon.

*Hevelius, Com.
L. VIII, p. 509
& 510.*

On juge que la matière qui compose la queue & même la chevelure des Comètes doit être fort rare, puisqu'on voit les Étoiles au travers. Hévélius dit que les queues des Comètes ont éclipsé plusieurs fois les Étoiles; Arcturus, la claire du collier de Chara, une Étoile du quadrilatère de la grande Ourse, celle de l'extrémité de sa queue furent, dit-il, totalement éclipsées en divers jours par la queue de la Comète de 1618, *penitus obumbrata fuerunt*, & à la marge, *Cometa 1618 fixas obscuravit, imò penitus texit*. Hévélius apporte en preuve la seule autorité de Cysat, qui ne le dit point, qui dit même presque le contraire dans le passage allégué par Hévélius; voici ce passage: *Stellæ hodie & sequentibus diebus per comæ radios prope caput tralucentes (nam aliquot ita tralucentes conspeximus) ALIQUANTULUM obscurabantur a Cometæ radiis, inductâ illis quasi nube, adeoque eclipsim ALIQUAM patiebantur*. C'est-à-dire, mot à mot: « Aujourd'hui & les jours suivans, des Étoiles qui paroïssent au travers des rayons de la chevelure, près de la tête (car nous en avons vu quelques-unes au travers de ces rayons) étoient tant soit peu ternies par les rayons de la Comète, comme si un nuage eût été devant elles, & en conséquence elles souffroient une espèce d'éclipse ». Cela ne signifie pas qu'on cessoit absolument de les voir. Au reste, nous ne nions pas que la chevelure & même la queue des Comètes ne puisse nous cacher la vue de quelques Étoiles; mais nous ne pensons pas devoir rapporter de telles éclipses à la densité, ce sera plutôt à l'éclat de la queue de la Comète; c'est ainsi que la clarté de la Lune nuit souvent à l'éclat des Étoiles qui en sont voisines.

*Les atmosphères
des Comètes
ont fort peu
de densité.*

*Hevelius, ibid.
p. 516.*

*Diverses
opinions sur la*

Tels sont les phénomènes des chevelures & des queues

nature de ces
atmosphères.

des Comètes ; divers Philosophes se sont exercés à en donner des explications physiques. Il est naturel de penser que ceux qui se sont trompés sur le lieu , le mouvement & la nature des Comètes , auront pareillement erré sur la nature de leur atmosphère & de leur queue. D'autres en voulant donner du neuf , ont produit de nouvelles erreurs.

Mallemant de Messange suit le système de Descartes sur la nature des Comètes ; quant à la chevelure & à la queue ; « c'est , dit-il , un tourbillon d'air épaissi , formé des parties les
» plus crassées des tourbillons voisins , & qui par cela même
est capable de réfléchir les rayons du Soleil. » Mais par la même raison il devrait intercepter la vue des Étoiles. « Ou
» bien , dit Mallemant , cette Planète (la Comète) peut avoir
» un grand nombre de satellites , qui sont toujours d'un même
» côté , ou qui tournent irrégulièrement , parce que les tourbillons voisins les gênent extrêmement. » Exposer de pareils systèmes , c'est les réfuter pleinement. Combien ne faudroit-il pas de Satellites pour former des queues de Comètes telles que celles de 1680 , 1769 , &c. & cela même au-delà du tourbillon de Saturne ?

*L'Ouvrage de
la Créat. &c.
Paris , 1679.*

Selon le célèbre Jacques Bernoulli , jeune alors , le Soleil cuit les Planètes ; il s'élève du Soleil & des Planètes des exhalaisons , des fumées , jusqu'à la circonférence du tourbillon solaire ; là elles sont arrêtées & repoussées par les tourbillons voisins. Cependant de nouvelles exhalaisons s'élèvent & s'unissent aux premières , le tout se condense & s'unit aux Comètes , lorsque celles-ci approchent de la circonférence du tourbillon du Soleil , &c. Le moindre défaut de cette hypothèse est qu'elle porte sur les tourbillons Cartésiens , & qu'on y suppose que les Comètes sont , même en leur périhélie , plus éloignées du Soleil que Saturne. Au reste , Bernoulli lui-même paroît ne pas compter beaucoup sur la solidité de son système.

*Conamen novi
systemat. Comet.
Amstel. 1682.*

Ibid. p. 54.

La gravité qui fait mouvoir une Planète autour d'un centre , vient à être détruite par un mouvement intestin des parties qui la composent ; ce mouvement embrase la Planète

& imite la flamme : la Planète devenue Comète quitte sa place pour décrire une ligne droite, tangente de son ancienne orbite, courbée cependant un peu vers le Soleil, parce que la matière la plus intérieure, la plus voisine du centre n'est pas encore totalement métamorphosée. Mais la matière extérieure, devenue légère, ne tend plus au Soleil, elle est dissoute par l'air, & s'éloigne avec lui du Soleil. Comme les particules de cette matière sont embrasées, elles paroîtront sous la forme d'une multitude de rayons ignés, sortans de la tête de la Comète, & dirigés à l'opposite du Soleil ; c'est ce qui constitue la queue de la Comète. Telle est l'opinion du célèbre Robert Hook. Mais quel est ce mouvement intestin ? Quelle en est la cause ? Il est démontré d'ailleurs que les Comètes suivent absolument les mêmes loix que les Planètes dans leurs révolutions autour du Soleil, placé au foyer de leur orbite. De plus, selon toutes nos lumières actuelles, la pesanteur dépend de la quantité de la matière ; quelque mouvement intestin qu'on veuille supposer, la pesanteur subsistera, tant qu'il y aura la même quantité de matière. Enfin on a vu bien des Comètes, & l'on n'a jamais vu de Planète disparaître.

*Cometa 1678,
Londin.*

Le P. Gaëtan Fontana, Théatin de Modène, s'est figuré que les Comètes sont des Planètes d'une espèce particulière, qui ont en elles-mêmes le principe de leur mouvement, qui ne reçoivent pas la lumière du Soleil, mais qui brillent, ainsi que leur queue, d'un éclat qui leur est propre. La queue ne diffère de la tête, que par la plus grande rareté de la matière dont elle est composée. Si la queue est toujours opposée au Soleil, c'est peut-être de peur que sa substance, extrêmement rare, ne soit lésée par les rayons solaires. Cette raison n'est pas plus physique que les autres parties du système de Fontana.

*Institutio Physi-
co-Astronomica,
&c. Mutinæ,
1695.*

Autre rêve. Suivant un Physicien d'un vrai mérite, mais qui déraisonne quelquefois ; & à qui cela n'arrive-t-il pas ? Suivant Nicolas Hartsoëker, le Soleil a besoin d'un aliment continuel, que lui fournit l'air ambiant ; il est entouré d'une fumée légère, qui fait effort pour s'écarter du centre, & qui

*Conjectur. phys.
Disc. V, p. 33
& suiv. Amst.
1706.*

*Éclaircissmens
sur les Conject.
Physiq. p. 46
& 47. Amst.
1710.*

y retombe cependant, lorsque plusieurs de ses molécules s'unissent; de-là les taches du Soleil. Cette fumée, en sortant du Soleil, ne sauroit faire beaucoup de chemin, sans être poussée vers l'endroit où le mouvement est le plus rapide, c'est-à-dire, vers l'Équateur du Soleil; de-là la lumière zodiacale. Les taches quelquefois s'unissent, & forment un globe creux en dedans, & par conséquent très-léger; ce globe est chassé bien loin par la force du Soleil, mais il y revient ensuite; voilà les Comètes. Ce globe est très-chaud, & par conséquent jette une fumée prodigieuse, qui s'élève plus haut, à l'opposite du Soleil; voilà la queue des Comètes. Hartsoëker répondant ailleurs à une difficulté qu'on avoit proposée contre son système, selon lequel, disoit-on, la queue des Comètes devoit être dirigée, non pas à l'opposite du Soleil, mais plutôt vers cet Astre, compare la Comète sortant du Soleil à un balon sortant du fond de l'eau: s'il y avoit des petits corps, encore plus légers que ce balon, qui se détachassent continuellement du fond de l'eau, pendant que le balon monte, ces corps ne suivroient pas le balon en montant, ils le devanceroient bientôt. Il en est de même des corpuscules qui forment la queue, relativement au corps même de la Comète. Les routes calculées de plus de soixante-dix Comètes, & ramenées aux loix les plus simples du mouvement des Planètes, ne permettent pas de croire que les Comètes soient lancées du corps même du Soleil. Or ce fondement du système d'Hartsoëker une fois détruit, tout le reste de l'édifice s'écroule nécessairement.

Après avoir exposé les principales d'entre les opinions singulières de quelques Auteurs, sur la formation de la queue des Comètes, il nous reste à examiner les hypothèses proposées par des Philosophes d'un plus grand poids, appuyées sur des motifs plus réfléchis, & admises par un plus grand nombre de sectateurs. On peut réduire ces hypothèses à quatre chefs principaux: on a dit que la queue des Comètes n'étoit autre chose que les rayons du Soleil, qui après avoir traversé le corps transparent de la Comète se rassembloient au-delà; on

a cru que c'étoit la lumière du Soleil réfléchie sur le corps de la Comète, & diversement rompue dans sa progression de la Comète à la Terre; on a pensé que la matière de la queue des Comètes étoit celle de l'atmosphère du Soleil, & que cette queue n'étoit autre chose que l'aurore boréale de la Comète; on a enfin jugé que la matière de la queue appartenoit à la Comète même ou à son atmosphère, que quelque cause la portoit vers les parties supérieures du Ciel, & qu'elle réfléchissoit la lumière du Soleil.

1.^o Apien, Cardan, Tycho, Snellius, le P. Anthelme & plusieurs autres ont cru que les Comètes étoient diaphanes, que les rayons du Soleil en les traversant, souffroient la même réfraction qu'ils souffriroient en traversant un verre lenticulaire; & que se rassemblant au-delà du noyau de la Comète, ils y formoient une clarté ou une apparence de queue. Mais, comme le remarquent fort bien Newton & Gregory, ce sentiment heurte de front les premières loix de la dioptrique. Les rayons de lumière ne sont visibles, qu'autant qu'ils parviennent jusqu'à l'organe de la vue; or les rayons du Soleil, rompus par la tête de la Comète & rassemblés au-delà, ne pourront parvenir à l'organe de la vue, qu'autant qu'ils seront réfléchis par quelques corpuscules qu'ils rencontreront au-delà de la tête; donc pour former la queue de la Comète, il faut, outre les rayons du Soleil, quelques corpuscules qui réfléchissent ces rayons.

Opinion
de Tycho,
réfutée.

2.^o Suivant Descartes & les Cartésiens, la cause de la queue d'une Comète n'est autre que la réfraction de la lumière dans sa progression de la tête de la Comète à l'œil de l'observateur. Mais on a observé que les queues des Comètes n'offroient jamais cette diversité de couleurs, compagnes inséparables de la réfraction des rayons de lumière. De plus, si les molécules de l'air ou de l'éther sont capables d'occasionner de telles réfractions, pourquoi les Planètes, pourquoi les Étoiles fixes n'ont-elles pas de queues? La scintillation des Étoiles est une espèce de queue, dit Descartes, & cette queue seroit plus longue, si l'Étoile avoit plus de

Sentiment
de Descartes,
insoutenable.

lumière. Mais si l'on regarde une Étoile avec le télescope, sa lumière devient plus vive, & sa scintillation dispa- roît. Jupiter & Vénus brillent d'un éclat beaucoup plus vif que celui des Comètes, & d'ailleurs leur grandeur apparente excède de beaucoup celle de la tête des Comètes qui ont paru avec les queues les plus longues. Pourquoi donc ces Planètes n'ont-elles jamais de queue? C'est parce que la queue des Comètes est indépendante de la lumière de la tête & de l'espace intermédiaire entre la Comète & la Terre. Enfin, si la queue des Comètes n'étoit que la réfraction des rayons de lumière entre la Comète & la Terre, il semble que la direction devroit être toujours la même dans les mêmes parties du Ciel; or cela n'est pas; cette direction varie, suivant les différentes positions du Soleil à l'égard de la Comète. Nous pouvons donc conclure que la queue des Comètes n'est pas une illusion d'optique, que c'est quelque chose de réel, quoique quelques causes d'optique puissent influencer sur quelques-uns de ses phénomènes.

Système
de Mairan.
Sa réfutation.

3.^o Suivant Dortous de Mairan, le Soleil est environné d'une atmosphère non sphérique, mais très-aplatie, de forme lenticulaire; le tranchant de cette lentille est dans le plan de l'équateur du Soleil. « Ne seroit-il pas possible, dit Mairan, » que cette atmosphère fût elliptique par son tranchant, & » que le corps de cet Astre n'y occupât qu'un des foyers de » l'ellipse & non le centre, comme dans les orbites des Planètes? » Mais cette idée d'excentricité, ajoute-t-il, est trop gratuite, » & plutôt contraire que conforme aux observations; sans » compter que la rotation du Soleil sur son axe ne peut » imprimer au fluide, dont il est immédiatement environné, » que le mouvement circulaire, ni le déterminer de proche » en proche, & dans toutes ses couches, à prendre d'autre figure que la circulaire, & concentriquement au Soleil. » J'ai de la peine à concevoir pourquoi l'atmosphère de la Terre est sensiblement sphérique, & celle du Soleil si prodigieusement aplatie. Il est vrai que la force centrifuge est quatre fois plus forte à l'équateur du Soleil qu'à celui de la Terre; mais la pesanteur

Aurore boréale,
sect. 1.^{re} ch. 8.

pesanteur est beaucoup moins forte à la surface de la Terre, qu'à celle du Soleil.

Cette atmosphère solaire n'est pas toujours de même étendue; elle peut atteindre jusqu'à l'orbite de la Terre, & aller même beaucoup au-delà; elle peut aussi ne pas s'étendre jusqu'à notre orbite. Les particules qui la composent gravitent vers le Soleil; mais il est une limite en-deçà de laquelle l'action de la Terre sur ces particules est plus forte que celle du Soleil, & cette limite est à soixante-un mille huit cents treize lieues du centre de la Terre. « Il est donc évident que la matière de l'atmosphère solaire pourroit tomber dans le tourbillon de la Terre, & « enfin dans son atmosphère, non-seulement du lieu où cette « matière s'étend lorsqu'elle arrive jusqu'à l'orbite terrestre & « au point actuel qu'y occupe la Terre, mais encore de plus « de soixante mille lieues au-delà. »

*Aurore bor.
Section III,
chap. I.^{re}*

Cette atmosphère, qui n'est autre que la lumière zodiacale, nous paroît lumineuse; elle l'est peut-être par sa propre nature, ou parce qu'étant très-inflammable, elle est actuellement enflammée par les rayons du Soleil, ou enfin seulement parce que consistant en des parties beaucoup plus grossières que celles de la lumière, elle la réfléchit vers nous. C'est à ce dernier sentiment que Mairan s'arrête le plus, sans cependant exclure les deux autres; car la matière zodiacale pourroit être enflammée en tout ou en partie, nous réfléchir en même temps les rayons du Soleil, & être encore plus visible par-là que par sa propre lumière.

*Ibid. Sect. I.^{re}
chap. III.*

Cela posé, la matière de l'atmosphère solaire tombe dans l'atmosphère terrestre, & se rassemblant vers les pôles de la Terre, elle y présente le spectacle de l'aurore boréale. Mais comment cette matière est-elle poussée vers les pôles? Il paroîtroit plus naturel qu'elle se rassemblât le long de l'équateur terrestre. « La cause de cet effet, répond Mairan, n'est pas unique. Nous avons déjà remarqué que la grossièreté de l'air « qui couvre le pôle & les régions polaires par rapport à notre « climat, devoit favoriser l'amas qui s'y fait de la matière « zodiacale, plutôt que par-tout ailleurs, l'y retenir & la rendre «

» plus visible pour nous. On fait aussi que la pesanteur y agit
 » plus fortement que vers l'Équateur ; ce qui pourroit y déter-
 » miner d'autant la chute des extrémités de l'atmosphère solaire.
 » Mais le mouvement diurne de la Terre doit plus que tout
 » cela contribuer à fixer le siège de l'aurore boréale vers le
 » pôle, & à faire aller de ce côté une partie de la matière
 » qui tombe en-deçà, & qui pourroit s'attacher à des portions
 » plus méridionales de l'atmosphère terrestre.»

Aurore bor.
Section III,
chap. II.

Ibid. Sect. V.
Quest. 23.

Telle est, selon Dortous de Mairan, la génération de l'aurore boréale ; telle est aussi celle de la queue des Comètes, la queue d'une Comète n'étant, suivant lui, que l'aurore boréale de cette Comète. La Comète vers son périhélie traverse l'atmosphère du Soleil, & sa propre atmosphère se charge de la matière de l'atmosphère solaire : cette matière est poussée des couches supérieures de l'atmosphère apparente de la Comète, soit par l'impulsion des rayons solaires, soit par voie d'ascension, comme le seroient des fumées & des vapeurs qui s'élèveroient de la Comète, soit par telle autre cause qu'on voudra. Et ce n'est pas seulement la queue de la Comète, c'est son atmosphère, c'est sa chevelure, ou du moins la plus grande partie de cette chevelure, & principalement toute sa partie extérieure ou supérieure, qui est composée de cette matière zodiacale. Le diamètre de l'atmosphère d'une Comète est au moins quinze fois plus étendu que la tête ou le noyau : cette atmosphère, quoique transparente près du noyau, y paroît cependant fort dense, & sa densité diminue à mesure qu'elle s'écarte du noyau. « N'est-il pas naturel de
 » penser que les vapeurs & la fumée qu'une chaleur excessive
 » du Soleil tire de la Comète dans son périhélie, se rangent
 » à quelques lieues de hauteur seulement, autour de sa surface,
 » d'où elles réfléchissent avec elle, & en vertu de leur densité,
 » cette lumière plus dense qu'on aperçoit au centre de sa che-
 » velure, & qui se confond avec ce qu'on appelle le noyau
 » ou la tête de la Comète ? Et la matière de l'atmosphère solaire
 » dont la ténuité, la transparence & l'extrême légèreté nous
 » sont connues, tant par la lumière zodiacale, que par la hauteur

où elle se soutient dans les aurores boréales, & qui de plus «
 n'a pu manquer de suivre en très-grande quantité la Comète «
 pendant son périhélie, & long-temps avant & après, n'a-t-elle «
 pas toutes les qualités requises pour former le reste de cette «
 atmosphère lumineuse si étendue, où la chevelure proprement «
 dite de la Comète? Mais l'atmosphère visible des Comètes « *Aurore bor.*
 & leur queue ne consistant en effet qu'en un grand amas de « *Quest. 22.*
 lumière zodiacale, comme il y a tout lieu de le croire, par «
 la ressemblance qu'elles conservent toujours avec elle, & de «
 ce que toutes les Comètes qui sont douées d'une chevelure «
 & d'une queue ont passé au travers, ou tout proche de cette «
 matière, & ont dû s'en charger, que devient le danger de «
 l'inondation pour la Terre lorsqu'elle passe près d'une Comète? «
 Un embrasement sembleroit plus à craindre, si l'expérience «
 ne nous apprenoit que le globe terrestre peut se trouver plongé «
 dans la matière zodiacale, ou être enveloppé de cette matière, «
 soit immédiatement, soit par le moyen des aurores boréales, «
 sans en éprouver aucune chaleur sensible.» *Ibid. Quest. 28.*

Le système de Mairan eut des sectateurs & des critiques; voyez ce qu'en dit l'Auteur dans son premier Éclaircissement. On peut joindre aux approbateurs qu'il nomme, M. Montucla^a, & aux critiques, le P. Louis Fabris, Religieux Sômasque^b, & sans doute plusieurs autres. Ceux qui ont adopté l'hypothèse, ont accompagné leur suffrage des plus brillans éloges; ceux qui ont cru devoir réfuter le système, l'ont fait avec toute la politesse, tous les égards si légitimement dûs aux talens, au génie, à la candeur, à toutes les vertus de son illustre auteur. Nous nous efforcerons de les imiter.

Nous reconnoissons d'abord très-volontiers avec le célèbre M. Euler, que l'hypothèse est ingénieuse, nous ajoutons même, si l'on veut, que la matière est traitée avec toute la clarté possible, les moyens exposés avec sagesse, les objections très-ingénieusement repoussées. Mais nous observerons que tout ce système n'est appuyé que sur des hypothèses gratuites, qu'il nous est tout aussi permis de récuser, qu'il l'a été à

^a *Hist. des Math. t. II. p. 573.*
^b *Raccorta d'opusculi scientifici, &c. tomo XXXI. p. 430. In Venezia, 1744.*

l'Auteur de les proposer. Quest-ce que cette atmosphère solaire, tantôt visible, tantôt invisible? Nous reconnoissons sans doute une matière qui environne de tout côté le Soleil, & qui s'étend non-seulement jusqu'à l'orbite de la Terre, mais bien au-delà de l'orbite de Saturne; c'est la matière de la lumière. Mais les rayons de la lumière ne sont visibles hors du corps lumineux, qu'autant qu'ils sont réfléchis vers nos organes par quelque corps dur ou opaque. Il faut donc reconnoître dans cette prétendue atmosphère du Soleil quelque autre matière que celle de la lumière. Mais quelle est cette autre matière, si rare & si légère qu'elle n'apporte aucun dérangement sensible au mouvement des Planètes & des Comètes qui la traversent ou qui y sont plongées? Est-elle enflammée de sa nature, ou bien seulement inflammable & enflammée par les rayons du Soleil, ou enfin n'est-elle qu'éclairée? Mairan n'ose se décider en particulier pour aucun de ces trois sentimens; il les admettroit volontiers tous les trois. Pourquoi cette atmosphère atteint-elle quelquefois jusqu'à l'orbite de la Terre, & pénètre-t-elle même beaucoup au-delà, & que dans d'autres circonstances elle ne parvient point jusqu'à cette orbite? Pourquoi, lorsqu'elle y parvient, & qu'elle se manifeste par une lumière zodiacale très-lumineuse & fort étendue, n'observe-t-on aucun vestige d'aurore boréale? Pourquoi entre deux aurores boréales fort décidées & voisines, s'écoule-t-il quelques jours où l'on n'en aperçoit aucune trace, quoique la sérénité du Ciel soit la même? Si l'atmosphère solaire est lumineuse par elle-même, elle l'est également en tout temps; si elle n'est qu'inflammable par les rayons du Soleil, ces rayons sont toujours les mêmes, & doivent toujours l'embraser; enfin si les particules de cette atmosphère ne sont qu'éclairées, pourquoi ne le sont-elles pas constamment? Ne seroit-il pas plus naturel de reconnoître les particules mêmes de notre atmosphère pour la vraie matière de ces phénomènes? Elles sont plus massives que celles d'une atmosphère solaire quelconque; elles peuvent donc répercuter plus fortement la lumière; d'ailleurs leur existence ne peut être révoquée en doute; par

ce moyen on explique les phénomènes de l'aurore boréale, d'une manière au moins aussi satisfaisante que par l'atmosphère solaire de Mairan ; enfin les variations que nous éprouvons dans notre atmosphère, sont plus que suffisantes pour rendre raison de l'inconstance & des variétés auxquelles ces phénomènes sont sujets. Et ce que nous disons de l'atmosphère de la Terre & des aurores boréales, on doit l'appliquer à l'atmosphère & à la queue des Comètes ; il y a trop d'analogie entre les propriétés reconnues & avouées de l'une & de l'autre atmosphère , pour qu'on ne me permette pas de conclure de l'une à l'autre. Au contraire pour admettre une analogie entre ces deux atmosphères & celle du Soleil, il faudroit, je pense, être plus instruits que nous ne le sommes, de la nature & des propriétés de celle-ci.

Ce système de Mairan seroit sujet à beaucoup d'autres objections, auxquelles il ne seroit pas facile de trouver des réponses satisfaisantes. Mais je me suis peut-être déjà trop étendu sur cette hypothèse, qui paroît maintenant presque généralement abandonnée. Je ne puis cependant me dispenser de proposer, d'après M. Euler, une difficulté analogue à l'objet principal qui nous occupe ; c'est que quelques Comètes, qui n'atteignent jamais l'atmosphère solaire, telles que celles de 1747, 1762, &c. paroissent cependant avec des queues & des chevelures ; & que d'autres Comètes, telles que celle de 1769 & d'autres, prennent de très-belles queues, avant que d'avoir traversé l'atmosphère solaire. La moindre distance de la Comète de 1747 au Soleil, excéda le double de la distance de la Terre au Soleil. Cheseaux l'observa cependant avec une queue de 24 minutes. La distance périhélie de la Comète de 1762 n'étoit guère plus grande que celle du Soleil à la Terre ; mais il s'en falloit de beaucoup que l'atmosphère lenticulaire du Soleil pût atteindre jusqu'au périhélie de cette Comète ; la distance de ce périhélie au plan de l'Écliptique excédoit les $\frac{2}{10}$ de la distance du Soleil à la Terre ; & quand la Comète traversa ce plan en son nœud ascendant, outre qu'elle étoit alors beaucoup plus

*Mémoires de
l'Académie de
Berlin, 1746,
p. 118.*

éloignée du Soleil (1,413) il y avoit vingt-trois jours qu'elle avoit cessé de paroître. Nous avons vu la Comète de 1769, les 9, 10 & 11 Septembre avec une queue très-étendue, sa longueur excédoit le diamètre du grand orbe de la Terre; sa distance au Soleil n'étoit pas, il est vrai, tout-à-fait aussi grande que celle du Soleil à la Terre; mais sa distance au plan de l'Écliptique égaloit presque les $\frac{4}{10}$ de cette distance. Le 27 Août, jour auquel nous la découvrîmes pour la première fois à 3 heures du matin, sa distance au Soleil étoit de 1,22, & sa distance à l'Écliptique de 0,74, la distance moyenne de la Terre au Soleil étant prise pour l'unité; & malgré cette distance, elle traînoit déjà une belle queue de 10 degrés au moins de longueur. On peut conclure de nos observations 1.^o que les Comètes peuvent paroître avec une belle queue avant leur périhélie, & même à une distance assez considérable du Soleil; 2.^o que cette queue n'est point formée de la matière d'une atmosphère solaire, telle que Mairan nous l'a représentée. Il est à remarquer qu'au mois de Septembre nous avons vu durant les mêmes nuits la queue de la Comète & la lumière zodiacale, sans aucune communication de l'une à l'autre.

La queue
de la Comète
appartient
à la Comète
même.

Enfin la quatrième opinion sur la nature de la chevelure & de la queue des Comètes, est que le tout appartient en propre aux Comètes, que ce n'est autre chose que leur atmosphère proprement dite, éclairée par les rayons du Soleil. Cette atmosphère, selon Képler & Longomontan, est formée par la substance même de la Comète, que les rayons du Soleil frappent directement, brisent, concassent, & réduisent en vapeurs extrêmement déliées, de la même manière que ces mêmes rayons dissipent nos nuages. Les plus denses de ces vapeurs forment la chevelure de la Comète; les plus légères, emportées au loin par les rayons solaires qu'elles nous réfléchissent, constituent la queue du phénomène. « Ainsi, » dit Képler, tel que le ver-à-soie périt en filant sa soie, telle la Comète cesse d'être en expirant sa queue. » Cette idée est fondée, comme on le voit, sur la fausse opinion que les Comètes n'ont qu'une existence précaire & comme momentanée.

*Kepl. de Com.
lib. II. Longom.
Append. ad
Aston. Dan.
cap. VI.*

Hévélius pense que toute la matière qui forme la Comète, n'est pas propre à se condenser assez fortement pour acquérir la solidité du noyau ; la matière moins dense forme alors une atmosphère autour de la Comète. Cette atmosphère n'est pas parfaitement ronde ; il paroît qu'il doit y avoir plus de cette matière du côté que quitte la Comète. Cependant le Soleil par ses rayons chauffe, atténue, dilate la partie de l'atmosphère qui est de son côté, beaucoup plus que celle qui lui est opposée ; la chaleur & la force de ses rayons chassent donc cette partie ainsi dilatée bien au-delà de la Comète. Les rayons solaires passent au travers des noyaux qui composent la tête de la Comète, ils éprouvent diverses réflexions dans ce passage, ils sont aussi diversement rompus par la matière plus rare qui sépare ces noyaux, & ils se séparent enfin diversement au sortir de la tête, pour éclairer l'atmosphère ou la queue qui est au-delà. Ce passage au travers des prétendus noyaux de la Comète, & ces réflexions & ces réfractions sont au moins de trop.

*Hév. Comet.
Lib. VIII,
p. 469, &c.*

Claude Comiers, qui écrivoit six ans avant Hévélius, croit que « la queue des Comètes est la dissipation de leur atmosphère, poussée par les rayons du Soleil, lesquels réunis au derrière de la tête de la Comète, chauffent, raréfient & dissipent davantage leur atmosphère pour en former ces queues & barbes d'une prodigieuse longueur. » Cela est assez mal exprimé, mais assez bien pensé. Tel a été aussi le sentiment de Guillaume Whiston. « Outre le centre solide ou le noyau de la Comète, & la vaste atmosphère qui l'environne, on voit, dit-il, ordinairement une longue trace de lumière que la Comète acquiert en approchant du Soleil, & qui paroît formée des parties les plus claires & les plus légères de l'atmosphère, raréfiées par la chaleur du Soleil. Si par cette raréfaction elles n'acquièrent pas une plus grande légèreté spécifique que les parties de l'éther ou de l'atmosphère solaire, au moins elles deviennent assez rares, assez légères pour céder aux rayons du Soleil ; ces rayons les dispersent au loin & en forment une espèce de brouillard ou d'amas de vapeurs, »

*Exposition
du Système
qui nous paroît
le plus
probable.*

*La nature
& présage des
Com. chap. III,
Prop. 3.*

*A new Theory
of the Earth.
6. 1. lemm. 64.*

*Mémoires de
l'Académie de
Berlin, 1746.
p. 117 & suiv.*

du côté opposé au Soleil ; & c'est ce qu'on appelle une queue de Comète. » Telle est aussi la manière de penser de M. Euler.

On a pu conclure de ce que nous avons dit sur la première & la seconde opinion touchant la nature de la queue des Comètes, que ces phénomènes ne sont pas de purs fantômes, des illusions optiques, mais qu'ils existent réellement. M. Euler ne seroit pas éloigné de croire qu'ils sont lumineux par eux-mêmes ; nous croyons qu'il suffit de les regarder comme simplement éclairés. Les rayons de la lumière, (soit qu'on les croie lancés directement par le Soleil, ainsi que le pense Newton, soit qu'on établisse, au lieu de ce mouvement direct, une propagation des flots de lumière à travers l'éther, comme M. Euler croit l'avoir démontré) ont bien certainement une force d'impulsion sur d'autres corps. Ils ébranlent fortement les nerfs de notre rétine ; ils excitent la chaleur dans les corps, en mettant sans doute en mouvement les particules qui constituent ces corps, ou les corpuscules qui en remplissent les pores (*d*) ; rassemblés au foyer d'un verre ou d'un miroir ardent, ils écartent des fils d'amiante, ils communiquent un mouvement sensible à des paillettes qu'on a placées à ce foyer. Il est donc certain que ces rayons ont une force impulsive. Cela posé, lorsqu'une Comète revient des parties de l'espace les plus éloignées du Soleil, l'atmosphère dont elle est entourée, ainsi que la Terre est environnée de la sienne, doit avoir été extrêmement condensée par le froid : si l'on découvre alors la Comète, elle doit paroître, ou plutôt elle paroît réellement avec une atmosphère ou chevelure sensiblement ronde, sombre & de peu d'étendue. La Comète avance vers son périhélie, la chaleur agit sur son atmosphère, en dilate, en exténue les parties ; la chevelure devient plus étendue, plus brillante. Plus la Comète

(*d*) Nous n'examinons pas ici si la matière de la chaleur ou du feu est différente ou non de celle de la lumière ; il s'agit des rayons solaires directs ; or dans ces rayons la chaleur est toujours inséparable de la lumière.

approche

approche du Soleil, plus les rayons du Soleil agissent sur son atmosphère, ils en poussent, ils en chassent devant eux les particules les plus tenues. Soit le Soleil *S*. (*fig. 1.*), *C* le noyau de la Comète, *BTE* son atmosphère, *AB*, *HI*, *OP*, &c. des rayons de lumière qui partent du Soleil & frappent l'atmosphère de la Comète aux points *B*, *I*, *P*, *T*, &c. on doit les supposer parallèles, à cause de la grande distance de la Comète au Soleil. Les rayons *ST*, *OP*, *MN*; en un mot tous les rayons qui tombent entre *I* & *G*, & qui après avoir souffert la réfraction convenable, à leur entrée dans l'atmosphère de la Comète, se porteront directement vers le noyau *C*, ne contribueront point à la formation de la queue; leur effet se bornera à presser les parties de l'atmosphère *P*, *T*, *N*, contre le corps de la Comète & à les en approcher. Aussi a-t-on observé plusieurs fois que la chevelure des Comètes étoit plus dense, mais moins étendue du côté du Soleil que des autres côtés. Les rayons *AB*, *DE*, qui frisent aux points *B* & *E* la partie la plus extérieure de l'atmosphère, enlèveront les molécules qu'ils rencontreront, & leur imprimeront un mouvement dans les directions *BV*, *EY*. Mais ces mêmes molécules, & les rayons de lumière eux-mêmes gravitent vers la Comète *C*; l'effet de cette gravitation sera de les détourner de la direction *BV*, *EY*, & de leur en faire prendre une un peu courbée *BX*, *EZ*. Les rayons qui frapperont l'atmosphère entre *B* & *I*, & entre *E* & *G* se courberont davantage, parce qu'à cette première cause de courbure il s'en joint une seconde, la réfraction des rayons de lumière à leur entrée dans l'atmosphère. Enfin les derniers rayons *HI*, *FG*, qui contribueront à former la queue raseront la Comète en *i* & en *g*, se croiseront en *R*, & suivront les directions *RL*, *RK*, ou des directions un peu moins divergentes, à cause de la réfraction qu'ils éprouvent en sortant de l'atmosphère de la Comète, & ces rayons entraînent avec eux dans les mêmes directions les particules les plus subtiles de l'atmosphère de la Comète.

Le rayon *HI*, avons-nous dit, s'échappera avec la matière

qu'il entraîne selon la direction $li RL$; mais il ne suivra pas toujours cette direction : les rayons DE , QL le rencontreront & rapprocheront continuellement sa route de la direction EY . Il en faut dire autant du rayon $FGRK$, & proportion gardée de tous ceux qui tombent entre B & I , & entre E & G . Quant à ce qui regarde le petit triangle ténébreux $g Ri$, nous ne pouvons le voir de dessus la Terre, parce qu'il est totalement environné des parties éclairées de l'atmosphère de la Comète; il y est comme absolument noyé. D'ailleurs il n'est pas entièrement ténébreux, il est éclairé par des rayons réfléchis de toutes les parties voisines de l'atmosphère de la Comète.

Il est facile de concevoir que la queue n'étant formée que des parties les plus subtiles de l'atmosphère, poussées & entraînées par des rayons émanés du Soleil, elle doit toujours paroître du côté opposé à cet Astre. D'ailleurs il faut que ces parties aient acquis assez de ténuité pour pouvoir céder aux impulsions de la lumière, ce qui ne peut être que lorsque l'atmosphère a été suffisamment raréfiée par la chaleur du Soleil. Ainsi une Comète que l'on découvre à une assez grande distance du Soleil, avant son passage par son périhélie, ne doit point avoir de queue; & c'est ce que l'expérience a souvent confirmé.

La Comète approche du Soleil, la chaleur raréfie son atmosphère, les molécules les plus légères cèdent à l'action de la lumière, la queue se forme. Plus la Comète approche du Soleil, plus il s'élève de nouvelles colonnes atmosphériques, qui forment un tout continu, la queue augmente en longueur. Vers le passage de la Comète en son périhélie, la raréfaction de l'atmosphère devient extrême, & l'air de cette atmosphère continue de s'atténuer, même quelques jours après le passage. Donc la queue de la Comète doit être plus grande après qu'avant le périhélie, & la plus grande longueur ne doit être observée que quelques jours après le passage au périhélie.

Fig. 2. A mesure que la Comète approche du Soleil S , (*fig 2*),

Il s'élève de nouvelles colonnes des parties les plus raréfiées de l'atmosphère, & nous avons dit que la matière de ces colonnes formoit un tout continu, dont l'origine est l'atmosphère même de la Comète. Mais il est naturel de penser que les parties les plus extrêmes de cette queue, élevées depuis plusieurs jours, ont été trop légères pour suivre exactement le mouvement de la Comète, elles seront restées en arrière. La queue ne suivra donc pas précisément la direction des rayons SA, SB, SC, SE ; elle se courbera & s'inclinera vers a, b, c, e , c'est-à-dire vers les parties de l'orbite que la Comète a quittées. La queue restera cependant toujours dans le plan de l'orbite, parce qu'il n'est aucune raison qui puisse l'en détourner: donc si la Terre est dans ce même plan, on ne s'apercevra pas de cette courbure, parce que, selon les loix de l'Optique, toute ligne courbe, située dans le même plan que l'œil, est nécessairement projetée en ligne droite. Fig. 2.

Il pourra même arriver, lorsque le mouvement de la Comète sera extrêmement prompt, c'est-à-dire, lorsqu'elle sera très-près du Soleil, comme en D , que la queue ayant eu le temps de dévier & de prendre la direction courbe $Dd1$, il s'élèvera de nouvelles colonnes qui dévieront moins, parce que le rayon vecteur SD fera un angle plus aigu avec l'orbite de la Comète; ces nouvelles colonnes $Dd2, Dd3$ formeront comme de nouvelles queues, distinctes de la première, & le total de la queue paroîtra sous la forme d'un éventail; c'est ainsi qu'on a observé la Comète de 1744 en son périhélie.

Il y a tout lieu de croire que les parties extrêmes de la queue, celles qui sont les plus éloignées du noyau, sont en cet état moins exposées à l'action des rayons de la lumière, qui les ont chassées hors de l'atmosphère de la Comète; tant parce qu'une partie de ces rayons ont été réfléchis par les molécules mêmes de la queue, que parce que les rayons qui pourroient leur survenir de nouveau dans la même direction, épuisent une grande partie de leur activité sur les molécules qu'ils ne cessent de détacher de l'atmosphère &

Fig. 2. de chasser devant eux. Mais ces mêmes molécules extrêmes sont exposées à toute l'activité des rayons directs Sg, Sg ; il n'est donc point étonnant que ces molécules cèdent à cette impulsion, & que la queue éprouve une seconde courbure vers les points g, g , & qu'elle suive à son extrémité la direction gf, gf . Cette inflexion doit sans doute être d'autant plus sensible que la queue sera plus longue; & c'est en effet ce que nous avons observé, feu M. de la Nux & nous, dans la très-longue queue de la belle Comète de 1769.

Année 1746,
p. 125, 129
& suiv.

M. Euler pense que la figure plus ou moins sphérique du noyau de la Comète, & l'inclinaison plus ou moins grande de son axe de rotation sur le plan de son orbite, peuvent occasionner plusieurs irrégularités apparentes dans l'étendue & la direction de la queue, & dans la multiplicité des faisceaux, dans lesquels elle semble quelquefois divisée. Voyez ce qu'il en dit dans les Mémoires de l'Académie de Berlin. Nous sommes d'autant moins portés à entrer dans cette discussion, que nous ignorons si les Comètes ont un mouvement de rotation, & que l'on peut, indépendamment de ce mouvement, rendre des raisons vraisemblables de toutes les apparences des queues des Comètes.

Les causes de la déviation & de l'inflexion des queues des Comètes agissent sur les molécules qui les composent avec d'autant plus ou d'autant moins de force, que ces molécules ont plus ou moins de densité; donc si l'on considère les queues comme composées de divers rayons dans le sens de leur longueur, ces rayons dévieront & se courberont plus ou moins, à proportion du plus ou moins de densité des corpuscules qui les composent. On concevra donc facilement pourquoi un bord de la queue des Comètes est ordinairement plus dense que l'autre, pourquoi il nous réfléchit plus de lumière: ce bord doit naturellement être celui qui dévie le moins, c'est par conséquent le bord convexe de la queue. Si la Terre se trouve dans le plan de l'orbite de la Comète, la courbure de la queue ne sera point aperçue, comme nous l'avons dit; & les rayons les plus denses, les

plus éclatans de la queue paroîtront occuper le milieu de sa largeur. C'est sans doute dans cette position qu'on vit à Rome en 1618 une trace lumineuse, qui divisoit en deux toute la queue de la Comète, dans le sens ou dans la direction de sa longueur; l'observation fut apparemment faite vers le 8 Décembre, temps auquel la Terre se trouva dans le plan de l'orbite de la Comète.

Si les queues des Comètes paroissent plus ou moins longues, plus ou moins larges, plus ou moins éclatantes en différens pays, quoique de part & d'autre la sérénité du Ciel semble être la même, on ne peut en assigner d'autre cause que la plus ou moins grande pureté de notre atmosphère. La transparence des queues de Comètes, quoique leur volume soit immense, prouve leur extrême rareté. Il est donc possible que de très-légers nuages, des vapeurs de notre atmosphère, d'ailleurs invisibles & insuffisantes pour obscurcir les plus petites Étoiles, puissent cependant nous dérober la vue des parties les moins denses de la queue des Comètes. Ces mêmes vapeurs, ces atomes voltigeant au-dessus de nous, & couvrant successivement plusieurs parties de la queue, peuvent occasionner ces apparences de variétés, d'ondulations, de jets, de mouvemens quelconques qu'on y remarque quelquefois. D'ailleurs l'atmosphère des Comètes, quoique moins dense, est cependant analogue à la nôtre; je ne doute pas qu'elle ne soit sujette à des altérations analogues à celles de notre atmosphère. Nous voyons quelquefois un ciel très-serein, interrompu dans l'espace d'un petit nombre de secondes par des nuages légers, assez denses cependant pour intercepter la vue des Étoiles. N'est-il pas possible, que dans un plus court intervalle de temps, il s'élève dans l'atmosphère & même dans la queue des Comètes de semblables nuages, qui occasionneront des variations instantanées dans cette atmosphère? Je serois cependant plus porté à regarder ces variations comme absolument optiques & dépendantes de l'état actuel & variable de notre atmosphère. Mais pour ce qui regarde les variations qu'Hévélius & d'autres Astronomes ont observées dans le

noyau même de la Comète, il n'est aucun Physicien raisonnable qui ne les attribue à l'atmosphère dont la Comète est environnée.

On a vu des Comètes avec de très-longues queues plusieurs jours avant leur passage par le périhélie; la Comète de 1769 avoit le 11 Septembre, vingt-sept jours avant son périhélie, une queue longue de 90 ou même de 97 degrés; la distance au Soleil n'étoit que d'un dixième moindre que la distance moyenne du Soleil à la Terre. La belle Comète de 1680 parut sans queue le 14 Novembre, trente-quatre jours avant son périhélie, la distance au Soleil étant 1,156, la distance moyenne du Soleil à la Terre étant toujours prise pour l'unité; le 27 Novembre matin, la distance de la Comète au Soleil n'étant plus que de 0,851, la longueur de la queue étoit de 15 degrés, on l'observa le lendemain de 30 degrés, le 29 de 15 à 20 degrés. Mais ces observations, faites en différens lieux ne peuvent nous instruire des véritables accroissemens de la queue. Il paroît que la queue commence à se former, lorsque la distance de la Comète au Soleil est égale à celle du Soleil à la Terre ou même un peu plus forte. La distance de la Comète à la Terre doit aussi contribuer à accélérer ou à retarder la première apparence de la queue. Il est enfin possible, il est même probable que les atmosphères des Comètes ne sont pas toutes d'une égale densité; il en est sans doute dont les molécules sont plus tenues; plus susceptibles d'être promptement raréfiées & facilement entraînées par les rayons de la lumière & de la chaleur: l'atmosphère de la Comète de 1769 étoit apparemment de cette espèce.

L'atmosphère des Comètes diffère de celle des Planètes en étendue & en densité. Celle des Comètes a ordinairement six, huit, dix fois plus de diamètre que le corps de la Comète; celle des Planètes est beaucoup moins étendue. L'atmosphère de la Terre n'a probablement de profondeur que la millième partie à peu-près du diamètre de la Terre; il y a lieu de présumer que l'atmosphère des autres Planètes, si elles en ont une, ne s'étend pas plus loin. L'atmosphère

de la Terre est certainement plus dense que celle des Comètes; mais on ne peut en dire autant de celle des autres Planètes. L'atmosphère des Comètes nous réfléchit fortement les rayons de la lumière; celle des Planètes est absolument invisible. C'est pour ces deux raisons, le défaut d'étendue & le défaut de densité, que les Planètes n'ont pas de queue apparente. L'atmosphère de la Terre étant très-dense, il paroît que nonobstant son peu d'étendue, elle devoit produire une queue; elle en produit en effet, & l'aurore boréale n'est probablement que la queue de la Terre; si cette queue n'est pas toujours directement opposée au Soleil, & qu'elle semble se fixer assez constamment vers les régions voisines du pôle, c'est à la rotation de la Terre qu'il faut l'attribuer. Je n'entrerai là-dessus dans aucun détail, cela me distrairoit trop de mon objet: on peut consulter le Mémoire déjà cité de M. Euler, parmi ceux de l'Académie de Berlin, *année 1746*.

On peut être étonné que l'atmosphère des Comètes puisse fournir assez de matière pour former des queues aussi brillantes, aussi étendues, aussi volumineuses que celles qu'on a quelquefois observées aux Comètes, sur-tout à celles qui approchent le plus près du Soleil en leur périhélie. L'étonnement doit cesser, si l'on veut faire attention à l'extrême dilatabilité de l'air. Newton a prouvé qu'un globe de l'air que nous respirons, d'un pouce de diamètre seulement, peut être dilaté de manière à remplir un globe dont le diamètre excéderoit celui du grand orbe de Saturne. Je doute qu'un air aussi raréfié fût capable de nous réfléchir les rayons de la lumière; mais il s'en faut de beaucoup qu'une telle dilatation soit nécessaire pour que l'atmosphère des Comètes puisse fournir à la formation & à l'entretien de la queue de ces Astres. La queue des Comètes est certainement plus rare que la fumée. Or quelle quantité immense de fumée n'excite pas une assez petite quantité de bois, de tourbe, ou de charbon fossile? Cette fumée est très-visible. Pourquoi la vaste atmosphère des Comètes ne pourroit-elle pas former pareillement une espèce de fumée visible, & d'autant plus étendue qu'elle est moins dense & moins

opaque que celle de nos cheminées ? On a remarqué plusieurs fois que la queue des Comètes ne se forme & ne prend d'accroissement qu'aux dépens de la chevelure ou de l'atmosphère ; plus la queue augmente, plus l'atmosphère se rétrécit, sur-tout du côté qui regarde le Soleil. Donc c'est l'atmosphère qui fournit à la queue la matière dont elle est composée.

L'opinion de Newton sur la nature de la queue des Comètes, n'est pas tout-à-fait la même que celle que nous venons d'exposer. Il pense, il est vrai, que cette queue est composée des vapeurs ; c'est-à-dire sans doute, des parties les plus légères de l'atmosphère des Comètes ; mais il a de la peine à se persuader que ces parties puissent être poussées hors de l'atmosphère par les rayons de la lumière. Les rayons solaires, dit-il, n'ont d'action sur les milieux qu'ils pénètrent, que celle de la réflexion & de la réfraction. Les vapeurs légères de l'atmosphère se raréfient, suivant lui, par la chaleur ; elles échauffent l'air ou plutôt l'éther ambiant ; cet éther échauffé se raréfie, devient plus léger que la substance éthérée voisine, il gravite moins vers le Soleil, il s'en éloigne & entraîne avec lui des parties de l'atmosphère cométaire, capables de réfléchir les rayons de la lumière. C'est de cette même manière que la fumée monte dans la cheminée par l'impulsion de l'air dans lequel elle nage ; cet air est raréfié par la chaleur, la gravité spécifique est devenue moindre, il monte & emporte avec lui la fumée dans laquelle il est engagé. Pourquoi n'en seroit-il pas de même de l'ascension des queues de Comètes dans l'éther ? Il est manifeste que tous les phénomènes des queues de Comètes s'expliquent dans ce système de la même manière que dans celui de M. Euler.

*Newt. Princip.
Lib. III, prop.
41, p. 472,
edit. secundæ.*

David Gregory, de ces deux systèmes n'en fait qu'un seul. Après avoir exposé celui de Newton, il ajoute : « Mais comme
» au-delà de l'atmosphère de la Comète la matière éthérée est
» extrêmement rare & presque nulle, j'attribuerois volontiers
» quelque activité aux rayons du Soleil, pour entraîner avec eux
» des particules de cette atmosphère ; de manière cependant
» que la cause principale & la plus efficace de l'ascension de la
vapeur

vapeur, dont est formée la queue de la Comète, me paroît « être (outre l'impression reçue dans le premier instant de « l'ascension) la raréfaction de la substance éthérée, occasionnée « par la chaleur des molécules qui s'élèvent sans cesse de la « Comète dans le voisinage du Soleil, où l'éther ambiant est « plus dense, & gravite plus sur le Soleil qu'à de plus grandes « distances de cet Astre. Cette queue, ainsi élevée en haut, « gravite cependant vers le Soleil, ainsi que le noyau; elle « forme comme un second projectile, dont l'orbite de la révo- « lution fait partie d'une section conique; elle accompagne la « Comète dans les régions de l'éther les plus distantes, jusqu'à « ce qu'elle se dissipe peu à peu.» Cette dissipation est peut-
 être ici de trop; ne pourroit-on pas dire que les causes qui élèvent la queue, & la soutiennent à une certaine distance de la Comète, s'affoiblissent à proportion de la distance de la Comète au Soleil? Les rayons solaires n'ont plus tant d'activité, soit pour pousser les molécules de la queue, soit pour les entretenir dans leur état de chaleur & de raréfaction. Cela seul suffit pour que ces molécules par leur poids se rapprochent de la Comète, & rejoignent enfin son atmosphère.

*Astronom. phys.
 liv. V, sect. 1,
 prop. 4.*

Nous concluons qu'il est très-probable que la queue des Comètes est composée des vapeurs les plus légères, émanées de la Comète & sur-tout de son atmosphère, raréfiées extrêmement par la chaleur du Soleil, & élevées, soit par l'impulsion des rayons solaires, soit par celle de l'éther ambiant, qui devient par la chaleur qui lui est communiquée plus léger que l'éther supérieur, soit enfin plus probablement par la réunion de ces deux causes.



COMÉTOGRAPHIE.

QUATRIÈME PARTIE.

Théorie du mouvement des Comètes.

TROIS objets principaux fixent l'attention d'un Astronome, lorsqu'il découvre une nouvelle Comète : il suit d'abord, avec le plus de précision qu'il lui est possible, la route apparente de cet Astre dans le Ciel ; de cette route apparente il conclut la route réelle que la Comète a parcourue autour du Soleil ; enfin lorsqu'il a déterminé l'orbite d'une Comète, il desire connoître par le calcul quel sera son lieu apparent pour un instant donné. Nous allons nous occuper de ces trois objets ; mais nous traiterons le troisième avant le second, tant pour suivre l'usage, que pour nous conformer au principe qui prescrit de commencer par les propositions les plus faciles ; elles peuvent servir de degrés pour parvenir à l'intelligence des plus difficiles qui doivent les suivre. Les lieux apparens de la Comète, observés de la Terre, se nomment *lieux géocentriques* ; on appelle *lieux héliocentriques*, ceux qu'on rapporte au centre du Soleil, ou ceux où paroîtroit la Comète si elle étoit observée du centre du Soleil ; ce sont les lieux vrais de la Comète.

SECTION PREMIÈRE.

Méthodes pour déterminer le lieu géocentrique des Comètes.

LES méthodes employées par les Anciens pour déterminer le lieu apparent des Comètes, sont maintenant pour la plupart absolument abandonnées des Astronomes, parce qu'elles ne

sont pas assez précises dans la pratique, & que la perfection de nos instrumens nous permet d'employer d'autres méthodes, & plus certaines, & plus expéditives. Je ne crois pas cependant devoir passer sous silence ces anciennes méthodes; elles ont été employées par Apien, Tycho, Hévelius, en un mot par tous les anciens Astronomes : le calcul de leurs observations peut être extrêmement utile. On peut même découvrir des anciennes observations, faites selon ces méthodes, & qui nous mettroient à portée de déterminer l'orbite des Comètes observées. Enfin plusieurs Comètes nous échappent, soit à cause du mauvais temps, soit parce que leur déclinaison est trop australe : elles peuvent être vues ou sur mer par des Navigateurs, ou sur terre par des amateurs zélés de l'Astronomie, mais qui manquent d'instrumens propres à employer les meilleures méthodes. Obligés de recourir aux méthodes anciennes, ces amateurs nous sauront peut-être quelque gré de leur indiquer le choix qu'ils doivent faire, s'ils sont les maîtres de choisir, la route qu'ils doivent suivre, les précautions qu'ils ne doivent pas négliger pour donner à leurs observations toute la perfection dont elles sont susceptibles. Au mois d'Août 1769, entre Ténériffe & Cadiz, nous observâmes, M. de Fleurieu & moi, durant plusieurs nuits consécutives, la belle Comète de cette année, & le défaut d'instrumens ne nous permettoit que l'emploi des anciennes méthodes. Nous avons calculé plusieurs de nos observations; les résultats se sont accordés à très-peu de minutes près, avec ceux qu'on auroit conclus des observations faites à Paris les mêmes jours.

PREMIÈRE MÉTHODE.

Configuration avec les Étoiles fixes.

Cette méthode ne dépend que de la simple vue; on n'y emploie aucun instrument. On examine la configuration que tient la Comète parmi des Étoiles voisines & connues, & l'on rapporte cette configuration sur un globe céleste : cette méthode a été quelquefois pratiquée par Tycho & Képler,

E e ij

plus souvent par des Astronomes de moindre nom. C'est la plus mauvaise de toutes les méthodes ; je ne conseille à personne de s'en servir.

Il est cependant quelques circonstances, où la configuration de la Comète avec deux Étoiles voisines peut être de quelque utilité. On aura remarqué, par exemple, que la Comète *C* (fig. 3 & 4) forme un triangle sensiblement équilatéral avec les deux Étoiles connues *A* & *B*. Soit *P* le pôle de l'Écliptique. Dans le triangle sphérique *APB*, on connoît les côtés *AP*, *BP*, complémens des latitudes des deux Étoiles, ou leurs distances au pôle, & l'angle compris *APB*, différence de leurs longitudes ; on calculera l'angle *BAP* & le côté *AB*. Dans le triangle *ABC*, on connoît les trois côtés, puisque par observation on les a jugés égaux, & qu'on vient de déterminer *AB* ; on calculera l'angle *BAC*. L'angle *CAP* est ou la somme (fig. 3) ou la différence (fig. 4) des angles connus *BAP* & *BAC* ; on connoîtra donc dans le triangle *CAP* les deux côtés *CA*, *AP* & l'angle compris *CAP* ; on calculera *CP*, distance de la Comète au pôle, & l'angle *APC* différence de longitude entre l'Étoile *A* & la Comète *C*.

On peut douter quelquefois si la Comète est plus orientale ou plus occidentale que l'Étoile *A* ; il faut alors rapporter le calcul à l'Étoile *B*.

Pareillement on a pu observer que la Comète *C* & les deux Étoiles *A* & *B* forment un triangle rectangle ou à la Fig. 5 & 6. Comète *C* (fig. 5) ou à l'une des deux Étoiles, comme *B*, (fig. 6) & que les deux côtés qui forment l'angle droit sont sensiblement égaux. Alors dans le triangle *APB*, il faut calculer le côté *AB*, & l'angle *BAP*. Si le triangle est rectangle à une des deux Étoiles *B* (fig. 6) le côté *BC* étant suivant l'hypothèse égal au côté *AB*, dans le triangle rectangle *BAC*, dont on connoît maintenant les deux côtés, on calculera l'angle *BAC*, lequel combiné avec l'angle *BAP*, précédemment connu, donnera l'angle *PAC*. Ainsi dans le triangle *PAC*, connoissant l'angle en *A* & les deux côtés adjacens, on en conclura facilement le côté *CP* & l'angle

APC. Si l'angle droit est à la Comète (*fig. 5*) connoissant *AB*, on en conclura facilement *AC* & *AB*; ces côtés sont très-petits suivant l'hypothèse; donc on peut traiter le triangle *ABC* comme rectiligne. Donc si l'on prend la moitié du carré de *AB*, on aura le carré de *AC* ou de son égal *CB*. Connoissant dans *ACB* les trois côtés, on calculera l'angle *BAC*, & la somme ou la différence des angles *BAP* & *BAC* donnera l'angle *CAP*. Dans le triangle *ACP*, on connoîtra maintenant *AP*, *AC*, & l'angle compris *CAP*, on calculera comme ci-devant le côté *CP* & l'angle *ACP*, & le problème sera résolu.

Il est facile d'imaginer d'autres rapports que celui de l'égalité de distance entre les deux Étoiles & la Comète: on peut estimer, par exemple, que la distance d'une des Étoiles à la Comète est double ou triple, ou bien n'est que la moitié ou le tiers de la distance des deux Étoiles, ou de la distance de la Comète à l'autre Étoile, ou même de la distance de deux Étoiles quelconques qui se trouveroient dans le voisinage. En tous ces cas il est facile de résoudre le problème par une marche analogue à celle que nous venons d'indiquer. Je ne m'étends pas davantage sur cet article, parce que je pense qu'on ne doit recourir à cette méthode de configuration, qu'au défaut absolu de toute autre méthode, ou du moins lorsqu'au défaut des méthodes rigoureuses, on veut accumuler des observations, imparfaites, il est vrai, telles cependant, que l'accord de leurs résultats paroisse équivaloir à une observation rigoureusement exacte. Je finirai cet article, déjà peut-être trop étendu, en remarquant que plus la Comète & les Étoiles auxquelles on la comparera seront voisines, plus le résultat qu'on conclura de la configuration avec ces Étoiles sera exact.

SECONDE MÉTHODE.

Alignemens.

Cette méthode des alignemens, quoiqu'un peu compliquée pour le calcul, fut autrefois fort en vogue. On s'épargnoit

probablement l'embarras du calcul, en rapportant les alignemens sur un globe; le lieu géocentrique de la Comète n'en étoit pas mieux déterminé.

Pour pratiquer avec quelque succès la méthode des alignemens, il ne suffit pas d'estimer à la vue simple si la Comète se trouve dans l'alignement de deux Étoiles connues; il faut tendre un fil, à quelque distance de l'œil (huit à dix pouces de distance suffisent); si ce fil, couvrant exactement les deux Étoiles, couvre pareillement la Comète, celle-ci est dans l'alignement des deux Étoiles. Il faut qu'au même instant un autre observateur, avec un autre fil, prenne l'alignement de la Comète avec deux autres Étoiles, ou, ce qui simplifie le calcul, qu'avec un bon instrument il mesure la distance de la Comète à une des deux Étoiles auxquelles elle est comparée par le premier observateur. Si le mouvement de la Comète n'est pas fort précipité, un seul observateur suffira pour l'opération; aussitôt après avoir bornoyé la Comète & les deux Étoiles, & les avoir observées dans le même alignement, il observera ou la distance de la Comète à une de ces deux Étoiles, ou un nouvel alignement de la Comète avec deux autres Étoiles. Si ces opérations sont faites avec soin, je ne vois pas qu'on puisse raisonnablement douter du résultat qu'on en concluroit sur le lieu de la Comète.

Pour conclure de telles observations le lieu de la Comète, il est à propos d'en tracer une figure; c'est même une précaution nécessaire pour quelques-unes des méthodes dont nous parlerons dans la suite. Nous supposons ici que si l'on n'a pris qu'un seul alignement de la Comète avec deux Étoiles, & la distance de la Comète à une des deux Étoiles, on a eu soin de marquer si la Comète étoit entre les deux Étoiles, ou à leur orient ou à leur occident, à leur nord ou à leur midi. Si l'on a pris deux alignemens, les deux lignes ne peuvent se couper qu'en un seul point sur l'horizon de l'observateur; le problème ne peut être alors indéterminé.

Dans toutes nos figures, nous supposerons toujours l'occident à la droite du lecteur, l'orient à la gauche.

On trouve dans les manuscrits de Tycho, que Jean Ripen son disciple observa la Comète de 1593, le 10 Août à deux heures du matin, en un même alignement d'une part entre α des Gémeaux & l'Étoile polaire, de l'autre avec α de la grande Ourse & ι du Cocher. La longitude de ι du Cocher étoit alors de $2^{\text{h}} 10^{\text{d}} 58' 42''$, sa latitude de $10^{\text{d}} 24' 50''$. La longitude de l'Étoile polaire $2^{\text{h}} 22^{\text{d}} 53' 22'$, latitude $66^{\text{d}} 3' 50''$. Longitude de α des Gémeaux dans $3^{\text{h}} 14^{\text{d}} 34' 25''$, latitude $10^{\text{d}} 4' 35''$. Enfin longitude de α de la grande Ourse $4^{\text{h}} 9^{\text{d}} 29' 59''$, latitude $49^{\text{d}} 40' 10''$. Toutes ces latitudes sont boréales. Pour vous guider dans le calcul, faites une figure (fig. 7) où P représente le pôle boréal de l'Écliptique, où I , ι du Cocher; O l'Étoile polaire; G , α des Gémeaux; & A , α de la grande Ourse, soient placées d'occident en orient, suivant l'ordre que ces Étoiles tiennent dans le Ciel, leurs distances au pôle P à peu-près proportionnelles aux complémens de leurs latitudes, & enfin les angles formés au pôles par leurs cercles de latitude IP , OP , &c. pareillement proportionnels aux différences de leurs longitudes. Joignez les Étoiles O & G par l'arc de cercle OG , & pareillement les Étoiles A , I par l'arc de cercle AI ; le point d'intersection de ces deux arcs représentera manifestement le lieu de la Comète en C . Tirez l'arc CP de la Comète au pôle, & joignez les deux Étoiles les plus occidentales par l'arc OI ; pourvu cependant que la Comète n'ait point été observée dans l'alignement de ces deux Étoiles; autrement ce seroit la troisième Étoile qu'il faudroit joindre à la première.

(1) Dans le triangle OPI , on connoît $PO 23^{\text{d}} 56' 10''$, $PI 79^{\text{d}} 35' 10''$ & l'angle compris $IPO 11^{\text{d}} 54' 40''$; par les analogies connues de la Trigonométrie sphérique, on trouvera le côté OI de $56^{\text{d}} 14' 39''$, l'angle OIP de $5^{\text{d}} 46' 50''$, & l'angle POI de $165^{\text{d}} 52' 5''$.

(2) Dans le triangle API , formé par l'arc AI qui joint les deux Étoiles A , I en passant par la Comète C , & par les arcs AP , PI qui mesurent les distances de ces deux Étoiles au pôle, on connoît l'angle au pôle API de 58^{d}

Fig. 7.

Fig. 7.

$31^{\circ} 17''$, & les côtés AP , PI de $40^{\circ} 19' 50''$, & de $79^{\circ} 35' 10''$; on calculera l'angle à l'Étoile la plus occidentale ou l'angle AIP ; on le trouvera de $38^{\circ} 42' 39''$. La différence de cet angle AIP & de l'angle PIO trouvé (1), donnera l'angle CIO de $32^{\circ} 55' 49''$.

(3) Pareillement dans le triangle PGO formé par l'autre alignement GO & par les deux cercles de latitude GP , OP , on connoît l'angle au pôle OPG de $21^{\circ} 31' 3''$ & les deux côtés OP , PG qui le forment, le premier de $23^{\circ} 56' 10''$, le second de $79^{\circ} 55' 25''$; on calculera l'angle à l'Étoile la plus occidentale ou l'angle POG ; il est de $154^{\circ} 34' 55''$. En ajoutant à cet angle POG , l'angle POI trouvé (1) de $165^{\circ} 52' 5''$, la somme $320^{\circ} 26' 30''$ sera la valeur de l'angle COI , ou son supplément à 360 degrés. Ici l'angle COI sera de $39^{\circ} 33' 30''$.

(4) Maintenant dans le triangle $O CI$, on connoît (1) le côté OI de $56^{\circ} 14' 39''$, (2) l'angle CIO de $32^{\circ} 55' 49''$, & (3) l'angle COI de $39^{\circ} 33' 30''$; on calcule à volonté le côté CI ou le côté CO , distance de la Comète à une des deux Étoiles occidentales. Je choisis CO , & je le trouve de $30^{\circ} 29' 45''$.

(5) Enfin dans le triangle COP , on connoît le côté CO qu'on vient de trouver de $30^{\circ} 29' 45''$, le côté OP , distance de l'Étoile O au pôle, de $23^{\circ} 56' 10''$, & (3) l'angle POG de $154^{\circ} 34' 55''$; il sera facile de trouver le côté CP , distance de la Comète au pôle boréal, de $53^{\circ} 0' 52''$, & l'angle OPC , différence de longitude entre l'Étoile O & la Comète C , il est de $15^{\circ} 49' 46''$, dont la Comète est plus orientale que l'Étoile. La longitude de l'Étoile étoit de $2^{\circ} 22' 53' 22''$; celle de la Comète étoit donc de $3^{\circ} 8' 43' 8''$, & sa latitude boréale de $36^{\circ} 59' 8''$.

On trouve quelquefois des approximations d'alignemens observés, au lieu des alignemens mêmes; il sera dit, par exemple, que la Comète étoit dans l'alignement des Étoiles O & G d'une part, & que de l'autre, elle paroïssoit 5 ou 6 minutes au nord de la ligne qui auroit joint les Étoiles A & I .

Il faut

Il faut alors suivre la marche que nous avons indiquée ; mais lorsque (N.^o 4) on a calculé le côté CO , il faut diminuer ce côté de 5 ou 6 minutes avant que de résoudre le triangle COP . Si la Comète observée dans l'alignement OG , avoit paru s'écarter de 5 à 6 minutes à l'ouest ou à l'est de l'alignement AI ; alors dans le triangle $O CI$, (N.^o 4) il faudroit chercher, non le côté CO , mais le côté CI , qu'on diminueroit ou qu'on augmenteroit de 5 à 6 minutes, avant que de calculer le triangle CIP . Le calcul de ce triangle CIP est d'ailleurs entièrement conforme à celui du triangle COP du N.^o 5. Il est aisé de concevoir que ces approximations d'alignemens donnent des résultats moins exacts que ceux qu'on obtiendrait d'alignemens bien précis.

On se contente souvent d'un seul alignement, mais il faut alors prendre la distance de la Comète à une des deux Étoiles : le calcul de l'observation est moins compliqué, & le résultat est au moins aussi exact, si la distance est exactement prise. Le 5 Mars 1556, une Comète fut observée dans l'alignement des deux Étoiles γ & θ de la Vierge, & on la jugea également distante de ces deux Étoiles. La longitude de γ de la Vierge étoit alors de $6^{\text{h}} 3^{\text{d}} 58' 29''$, & sa latitude $2^{\text{d}} 48' 57''$ au nord. La longitude de θ de la Vierge étoit de $6^{\text{h}} 12^{\text{d}} 2' 17''$, & sa latitude boréale $1^{\text{d}} 45' 33''$. Ainsi dans le triangle GPT (*fig. 8*) où G représente γ , T θ , & P le pôle de l'Écliptique, on connoît GP de $87^{\text{d}} 11' 3''$, TP de $88^{\text{d}} 14' 27''$, & l'angle compris GPT de $8^{\text{d}} 3' 48''$; on en conclura l'angle TGP de $97^{\text{d}} 17' 55''$, & le côté GT de $8^{\text{d}} 7' 32''$. Puisque par observation, la Comète C occupe le milieu de GT , CG est de $4^{\text{d}} 3' 46''$, & dans le triangle CGP , on connoît les deux côtés CG & PG , & l'angle compris TGP ; on en conclura comme au N.^o 5 le côté PC distance de la Comète au pôle, & l'angle CPG , différence de longitude entre γ de la Vierge & la Comète: celle-ci avoit $6^{\text{h}} 8^{\text{d}} 0' 28''$ de longitude & $2^{\text{d}} 17' 36''$ de latitude boréale.

Si au lieu d'estimer à la vue que la Comète étoit égale-

ment distante des deux Étoiles, on eût déterminé avec un bon instrument que sa distance à γ de la Vierge étoit de $4^d 3' 46''$, on auroit suivi le même procédé, excepté que dans le premier triangle PTG il auroit été inutile de calculer le côté GT .

T R O I S I È M E M É T H O D E.

Distances aux Étoiles fixes.

Cette méthode a été autrefois du plus grand usage, & elle n'est point maintenant à négliger par ceux qui navigant sur mer, ou observant en des contrées lointaines, sont dépourvus des instrumens qui leur seroient nécessaires pour employer des méthodes plus précises. Mais pour que cette méthode réussisse, il est quelques précautions dont il est nécessaire de ne point s'écarter. On prend la distance de la Comète à deux Étoiles connues. Mais 1.^o il faut que dans le triangle formé par la Comète & les deux Étoiles, il n'y ait aucun angle ou trop aigu ou trop obtus : la configuration la plus favorable des trois Astres seroit celle où l'angle à la Comète étant presque droit, les deux distances de la Comète aux deux Étoiles approcheroient de l'égalité. 2.^o Comme le mouvement apparent d'une Comète est quelquefois assez précipité, il est à propos de réitérer deux ou trois fois l'observation de la distance de la Comète à une des deux Étoiles ; on marqueroit sur une bonne montre l'instant de chaque observation : par-là on connoîtroit pour un intervalle de temps donné la variation de la distance de la Comète à cette Étoile, & l'on détermineroit quelle devoit être cette distance, à l'instant où l'on a comparé la Comète à l'autre Étoile. Cette précaution seroit inutile si deux observateurs prenoient au même instant la distance de la Comète aux deux Étoiles. 3.^o Il faut, autant que faire se peut, éviter de faire l'observation, lorsque la Comète est peu élevée sur l'horizon, & pareillement il faut choisir pour termes de comparaison deux Étoiles, dont la hauteur sur l'horizon soit au moins de 12 ou 15 degrés. Moyennant cette attention, on peut négliger

l'effet de la réfraction, qui compliqueroit beaucoup le calcul; & cette omission ne pourra occasionner que de très-légères erreurs sur le lieu observé de la Comète. 4.^o Il est absolument nécessaire d'observer la situation de la Comète à l'égard des deux Étoiles, si elle en est à l'est ou à l'ouest, au nord ou au sud, en haut ou en bas, &c. autrement le problème auroit deux solutions, & l'on ne sauroit laquelle choisir.

Le 19 Octobre 1585, Rothmann, Astronome du Landgrave de Hesse, observa à 7^h 45' la distance de la Comète à Markab de Pégase, elle étoit de 33^d 21'; à 11^h 50' cette même distance n'avoit diminué que de deux minutes; donc on peut supposer qu'à 7^h 55' la distance étoit sensiblement la même qu'à 7^h 45'. Or à 7^h 55' la distance de la Comète à α du Bélier étoit de 42^d 36'. La Comète étoit moins élevée sur l'horizon que les deux Étoiles; on demande quel étoit son lieu apparent.

Je trace une figure (*fig. 9*) où *P* représente le pôle de l'Écliptique, *M* est le lieu de Markab, qui étoit alors en 11^h 17^d 42' 30", avec une latitude boréale de 19^d 24' 37". *B* est le lieu de α du Bélier; sa longitude étoit de 1^h 1^d 52' 20", sa latitude de 9^d 57' 30" au nord. *C* est le lieu de la Comète, au-dessous des deux Étoiles, conformément à l'observation. Dans le triangle *BPM*, *PM* est de 70^d 35' 23", *BP* de 80^d 2' 30", & l'angle *P*, différence des longitudes, de 44^d 9' 50"; le calcul trigonométrique donnera *BM*, distance des deux Étoiles, de 43^d 37' 35", & l'angle *PMB* de 95^d 57' 54". Maintenant dans le triangle *BCM* on connoît les trois côtés, *BC*, *CM* par observation, & *BM* qu'on vient de déterminer; calculant l'angle *BMC*, on le trouvera de 69^d 43' 28". L'angle *PMC* sera ou la somme ou la différence des angles *BMC* & *PMB*; on ne sera pas embarrassé sur le choix, si l'on a bien observé & bien représenté la situation de la Comète à l'égard des deux Étoiles. Ici l'on a placé la Comète plus bas que les deux Étoiles, & l'on voit clairement qu'il faut prendre la somme des angles *BMC* & *PMB*, pour avoir l'angle *PMC* qui sera par

Fig. 9.

conséquent de $165^{\text{d}} 41' 22''$. Enfin outre cet angle PMC , on connoît dans le triangle PCM les côtés CM de $33^{\text{d}} 21'$ & PM de $70^{\text{d}} 35' 23''$; on conclura PC , distance de la Comète au pôle boréal de l'Écliptique, de $102^{\text{d}} 59' 30''$, & l'angle CPM , différence de longitude entre Markab & la Comète, de $8^{\text{d}} 0' 59''$, dont la Comète est plus orientale que l'Étoile. La longitude de la Comète étoit donc de $111^{\text{d}} 25' 43' 29''$, & sa latitude australe de $12^{\text{d}} 59' 30''$. Rothmann avoit conclu des mêmes observations $111^{\text{d}} 25' 47' 41''$ en longitude, & $12^{\text{d}} 58' 6''$ en latitude; l'erreur étoit bien légère pour un homme qui n'avoit ni un catalogue d'Étoiles aussi exact que les nôtres, ni le secours des logarithmes pour faciliter le calcul.

Fig. 9.

Tycho, outre la distance de la Comète à une seule Étoile, a souvent observé au même instant la déclinaison de la Comète. Le calcul de ces sortes d'observations étoit facile : dans le triangle CPM (fig. 9) où P représente maintenant le pôle de l'Équateur, C la Comète, & M l'Étoile, on connoît les trois côtés, PM complément de la déclinaison de l'Étoile, PC complément de la déclinaison observée de la Comète, & CM distance de la Comète à l'Étoile : on calculoit donc directement l'angle au pôle CPM ; c'étoit la différence d'ascension droite entre l'Étoile & la Comète. Mais les armilles, dont Tycho se servoit pour déterminer la déclinaison des Astres, sont tombées en désuétude, & si quelqu'un en faisoit encore usage, ce ne seroit point ceux en faveur desquels je détaille ces anciennes méthodes de déterminer le lieu des Comètes.

A l'observation d'une distance de la Comète à une Étoile fixe, Tycho joignoit aussi souvent l'observation de la hauteur de la Comète, & cette méthode est praticable même sur mer; mais le calcul en est un peu compliqué. Elle exige que l'on connoisse l'heure de l'observation avec le plus de précision qu'il est possible. Feu M. de la Nux employoit à cet effet une montre de poche, qu'il régloit sur le coucher du Soleil; ce procédé pouvoit être ordinairement suffisant pour

les méthodes précédentes ; il falloit quelque chose de plus précis pour la méthode actuelle & pour la suivante. Nous supposerons ici l'heure de l'observation connue ; dans l'article suivant nous proposerons un moyen de la déterminer sur mer.

Le 5 Mars 1590, à $8^h\ 30'$, temps vrai, ou à $8^h\ 43'$, temps moyen, Tycho observa la distance de la Comète à α du Bélier, de $15^d\ 36'$, & la hauteur de la Comète de 12 degrés ; les deux Astres étoient dans la partie occidentale du Ciel ; la Comète étoit plus basse & plus occidentale que l'Étoile, circonstances qu'il est à propos de remarquer, pour que le problème n'ait qu'une solution, & pour qu'on soit moins indécis sur la construction de la figure. Il est pareillement nécessaire de connoître la latitude du lieu, au moins à peu-près : Tycho observoit à Uranibourg, dont la latitude est de $55^d\ 54'\ 15''$, la longitude d'environ $42'\ 10''$ de temps à l'orient de Paris. La hauteur de la Comète, corrigée de l'effet de la réfraction, sera de $11^d\ 55'\ 30''$, & la distance $15^d\ 36''$ peut être portée à $15^d\ 38'$ pour corriger aussi à peu-près le même effet. L'ascension droite de α du Bélier étoit alors de $26^d\ 3'\ 41''$, & sa déclinaison boréale de $21^d\ 29'\ 20''$. L'ascension droite du milieu du Ciel (nous dirons bientôt comment on la détermine) étoit à l'instant marqué de $113^d\ 40'\ 5''$; & par conséquent l'angle horaire de α du Bélier, ou sa distance au Méridien étoit de $87^d\ 36'\ 24''$.

Soit (*fig. 10*) PM le Méridien, P le pôle de l'Équateur, Z le Zénith, B l'Étoile α du Bélier, BZ distance de l'Étoile au Zénith, ou le complément de sa hauteur ; BP sa distance au pôle, ou complément de sa déclinaison, C la Comète qu'on a placée conformément à l'observation à l'ouest de l'Étoile & à une plus grande distance du Zénith, CZ distance de la Comète au Zénith, ou complément de sa hauteur, & CP sa distance au pôle. Dans le triangle BPZ , on connoît le côté PZ , complément de la latitude du lieu, $34^d\ 5'\ 45''$, le côté BP de $68^d\ 30'\ 40''$, & l'angle BPZ , distance de l'Étoile au Méridien, de $87^d\ 36'\ 24''$. Le calcul donnera le côté BZ de $71^d\ 1'\ 5''$, & l'angle de position

Fig. 10.

Fig. 10. PBZ de $36^d 19' 11''$. Dans le triangle CBZ , on connoît les trois côtés BZ qu'on vient de trouver, $BC 15^d 38'$, distance de la Comète à l'Étoile, & $CZ 78^d 4' 30''$, complément de la hauteur de la Comète; on trouvera l'angle à l'Étoile CBZ de $114^d 43' 49''$. Otant de cet angle l'angle PBZ qu'on a trouvé de $36^d 19' 11''$ (ou prenant selon les circonstances la somme de ces deux angles) il restera $78^d 24' 38''$ pour valeur de l'angle PBC . Maintenant dans le triangle BCP , on connoît cet angle PBC , le côté BC de $15^d 38'$ & le côté BP de $68^d 30' 40''$; on en conclut PC de $66^d 13' 31''$, distance de la Comète au pôle, ou complément de sa déclinaison, & l'angle BPC de $16^d 45' 58''$, c'est la différence d'ascension droite entre la Comète & l'Étoile. Comme la Comète est plus occidentale que l'Étoile, il faut retrancher cette quantité $16^d 45' 58''$ de l'ascension droite de l'Étoile $26^d 3' 41''$, il restera $9^d 17' 43''$ pour ascension droite de la Comète, & sa déclinaison étoit de $23^d 46' 29''$ au nord. Connoissant l'ascension droite & la déclinaison de la Comète, on trouvera sa longitude & sa latitude par les méthodes connues.

Il est à remarquer qu'on abrégeroit beaucoup le calcul si l'on ajoutoit aux observations celle de la hauteur de l'Étoile; & cette méthode d'observer la distance de la Comète à une Étoile, & en même temps la hauteur des deux Astres, seroit peut-être celle que je conseillerois de préférence aux Navigateurs, si la lumière du crépuscule, ou celle de la Lune leur permettoit de distinguer l'horizon & de prendre la hauteur de la Comète & de l'Étoile. La connoissance bien précise de l'heure de l'observation ne seroit plus si nécessaire, & il seroit inutile de déterminer l'ascension droite du milieu du ciel. Mais il faut toujours remarquer en général si la Comète est à l'est ou à l'ouest, à droite ou à gauche de l'Étoile. Supposons que dans l'observation précédente, Tycho eût observé la hauteur de l'Étoile, & que cette hauteur, dépouillée de l'effet de la réfraction, se fût trouvée de $18^d 58' 55''$; dans le triangle PBZ on auroit connu les trois côtés PZ ,

complément de la latitude du lieu ; BP , complément de la déclinaison de l'Étoile, ou sa distance au pôle élevé ; & BZ , complément de sa hauteur observée ; on auroit calculé l'angle PBZ qu'on auroit trouvé, comme ci-dessus, de $36^{\text{d}} 19' 11''$. On auroit ensuite calculé, comme on l'a fait précédemment, l'angle CBZ du triangle BCZ , duquel on connoît pareillement les trois côtés. On auroit pris la différence, ou, suivant les circonstances, la somme des angles PBZ & CBZ , ce qui auroit fait connoître l'angle PBC ; & connoissant dans le triangle BCP les deux côtés BC & BP , & l'angle compris PBC , on auroit trouvé, comme ci-dessus, PC distance de la Comète au pôle, de $66^{\text{d}} 13' 31''$, & l'angle BPC , différence d'ascension droite entre la Comète & l'Étoile, de $16^{\text{d}} 45' 58''$.

Fig. 10.

Il est certainement à désirer que les Navigateurs, ou quelqu'autre observateur que ce soit, joignent à leurs observations le résultat de ces mêmes observations, non-seulement en ascension droite & en déclinaison, mais même, ce qui n'est que trop rare, en longitude & en latitude. Cependant si un Navigateur, ou un amateur d'Astronomie, se défie de ses forces pour entreprendre ces sortes de calculs, il n'en doit pas moins faire les observations convenables, sur-tout s'il entrevoit que la Comète ne pourra pas, ou pourra ne pas être observée en Europe : ces observations, faites avec les précautions que nous avons indiquées, & adressées à quelque Académie Européenne, ne pourront qu'accélérer la perfection de l'Astronomie cométaire.

Il est facile de conclure de tout ce que nous avons dit, sur la méthode de la distance de la Comète aux Étoiles fixes, que si l'on prend la distance de la Comète à deux Étoiles, & qu'on observe en même temps la hauteur des deux Étoiles & celle de la Comète, on augmentera le nombre des données, on multipliera les résultats, & leur accord donnera le plus grand degré de certitude à la conclusion que l'on tirera sur le lieu observé de la Comète.

Q U A T R I È M E M É T H O D E.

Hauteurs & Azimuts de la Comète.

Tycho & plusieurs autres Astronomes ont employé cette méthode, mais dans des observatoires stables, où ils avoient des instrumens azimutaux exactement divisés & bien orientés; je ne conseillerois pas de s'en servir sur mer: on l'a cependant fait quelquefois; on a relevé la Comète avec un compas de mer, ce qui a fait connoître son azimut ou son amplitude, & l'on a en même temps pris sa hauteur avec un octant: voyez-en un exemple sur la seconde Comète de 1766. Outre l'incertitude de ces relèvemens faits avec un compas de mer, cette méthode exige que l'on connoisse l'heure de l'observation, ou du moins l'ascension droite du milieu du Ciel, c'est-à-dire le point de l'Équateur qui est alors au méridien. Voici un moyen de connoître l'une & l'autre par une seule observation.

On suppose 1.^o la latitude du lieu assez bien connue, 2.^o l'heure de l'observation, & 3.^o la longitude du navire à peu-près connue; 10 à 12 minutes d'erreur sur l'heure, & 5 à 6 degrés sur la longitude n'occasionneront pas une erreur sensible sur les résultats. Puisqu'on prend la hauteur de la Comète, on peut prendre aussi la hauteur de quelque belle Étoile: il en faut choisir une qui ne soit point trop près du méridien; plus l'Étoile approchera du vrai est ou du vrai ouest, mieux elle sera choisie.

Par 30^d 14' de latitude sud, & par la longitude estimée de 68^d 15' à l'est de Paris, le 2 Octobre 1783 à 7^h 24' du soir, heure estimée, on a observé du côté de l'est la hauteur de la belle Étoile de l'Éridan *Achernar*, de 27^d 52'; à cette hauteur la réfraction élève les Astres de 2 minutes; ainsi la hauteur vraie n'est que de 27^d 50'. On demande quelle est l'ascension droite du milieu du ciel ou du méridien, & quelle est l'heure vraie de l'observation.

1.^o Reduisez la différence des longitudes en temps, par le secours de la Table pour réduire les parties de l'Équateur en temps,

en temps, qui se trouve dans la *Connoissance des Temps*. Cette différence ainsi réduite doit être retranchée de l'heure de l'observation si l'on est à l'est de Paris, il faut l'ajouter au contraire à l'heure donnée si l'on est à l'ouest; la différence ou la somme donnera l'heure que l'on compte sous le méridien de Paris à l'instant de l'observation. Nous nous supposons par $68^{\text{d}} 15'$ à l'est de Paris; $68^{\text{d}} 15'$ donnent selon la Table $4^{\text{h}} 33'$; puisque nous sommes à l'est, il faut retrancher ces $4^{\text{h}} 33'$ de l'heure donnée $7^{\text{h}} 24'$; il sera donc $2^{\text{h}} 51'$ sous le méridien de Paris.

Pour la commodité du calcul, il est à propos de compter le temps à la manière des Astronomes, c'est-à-dire, 24 heures sans interruption depuis un midi jusqu'au midi suivant. Ainsi si l'observation s'étoit faite à $4^{\text{h}} 30'$ du matin le même jour 2 Octobre, on auroit compté le 1.^{er} Octobre $16^{\text{h}} 30'$, & ôtant $4^{\text{h}} 33'$ différence des méridiens, il auroit été à Paris $11^{\text{h}} 57'$. Si à cette même heure $16^{\text{h}} 30'$, au lieu d'être $4^{\text{h}} 33'$ à l'est, nous eussions été $9^{\text{h}} 40'$ à l'ouest, il auroit fallu ajouter ces $9^{\text{h}} 40'$ à l'heure donnée $16^{\text{h}} 30'$, & l'heure sous le méridien de Paris auroit été le 1.^{er} Octobre $26^{\text{h}} 10'$, ou plutôt le 2 Octobre $2^{\text{h}} 10'$.

2.^o Cherchez pour le 2 Octobre à $2^{\text{h}} 51'$, heure du méridien de Paris, l'ascension droite du Soleil; le 2 Octobre à midi elle est suivant la *Connoissance des Temps*, de $188^{\text{d}} 23' 48''$, & le 3 à midi de $189^{\text{d}} 18' 18''$; la différence en 24 heures est de $54' 30''$. Dites, $24^{\text{h}} : 2^{\text{h}} 51' :: 54' 30'' : 6' 28''$; c'est $6' 28''$ qu'il faut ajouter à $188^{\text{d}} 23' 48''$, ascension droite du 2 Octobre à midi, & l'on aura $188^{\text{d}} 30' 16''$ pour ascension droite du Soleil le 2 Octobre à $2^{\text{h}} 51'$ méridien de Paris, ou à $7^{\text{h}} 14'$ méridien du navire.

3.^o Prenant dans la *Connoissance des Temps*, pour le 2 Octobre 1783, l'ascension droite d'Achernar $22^{\text{d}} 24' 13''$, & sa déclinaison $58^{\text{d}} 20' 36''$ au sud, faites un triangle (fig. 11) sur lequel P représente le pôle élevé de l'Équa- Fig. 11.
teur, c'est ici le pôle sud, Z le Zénith, & A l'Étoile, qui est ici placée du côté de l'est, conformément à l'observation.

On connoît les trois côtés de ce triangle; PZ , distance du pôle au Zénith est le complément de la latitude; AP , distance de l'Étoile au pôle est le complément de sa déclinaison; il faudroit faire ce complément obtus, c'est-à-dire égal à 90 degrés $+$ la déclinaison, si cette déclinaison n'étoit pas vers le pôle élevé; enfin AZ , distance de l'Étoile au Zénith est le complément de sa hauteur observée. On calculera l'angle au pôle APZ , c'est l'angle horaire de l'Étoile. Ici $AZ = 62^{\text{d}} 10'$, $AP = 31^{\text{d}} 39' 24''$, $PZ = 59^{\text{d}} 46'$; on trouvera l'angle horaire de $85^{\text{d}} 9' 18''$.

4.^o Si l'Étoile est dans la partie de l'ouest, ajoutez cet angle horaire à l'ascension droite de l'Étoile; la somme diminuée de 360^{d} , si elle excède ce nombre, donnera l'ascension droite du milieu du Ciel. Si l'Étoile est au contraire dans la partie de l'est, retranchez son angle horaire de son ascension droite, que vous aurez préalablement augmentée de 360^{d} , s'il est nécessaire; & le reste donnera pareillement l'ascension droite du méridien. Ici l'Étoile est supposée dans la partie de l'est, c'est-à-dire à l'est du méridien; de son ascension droite $22^{\text{d}} 24' 13''$, ou plutôt $382^{\text{d}} 24' 13''$, ôtez son angle horaire $85^{\text{d}} 9' 18''$, il reste $297^{\text{d}} 14' 55''$ pour ascension droite du méridien.

5.^o De l'ascension droite du méridien, à laquelle vous ajouterez 360^{d} , s'il le faut, ôtez l'ascension droite du Soleil; le reste sera l'heure vraie en degrés, vous la réduirez en temps par la Table de la *Connoissance des Temps* destinée à convertir les parties de l'Équateur en temps. De $297^{\text{d}} 14' 55''$, ascension droite du méridien, ôtez $188^{\text{d}} 30' 16''$, ascension droite du Soleil, il reste $108^{\text{d}} 44' 39''$ qui, convertis en temps, donnent $7^{\text{h}} 14' 59''$ pour temps vrai de l'observation; on avoit supposé 9 minutes de plus.

Si l'on étoit curieux de savoir combien 9 minutes d'erreur sur la supposition de l'heure en ont pu produire sur ce dernier résultat, on pourroit chercher l'ascension droite du Soleil pour $7^{\text{h}} 15'$, ou pour $2^{\text{h}} 42'$ méridien de Paris; on trouveroit $188^{\text{d}} 29' 56''$, qui ôtés de $297^{\text{d}} 14' 55''$, ascension droite du méridien, donneroient pour reste $108^{\text{d}} 44' 59''$

ou $7^h 15' 0''$; ainsi l'erreur provenant de celles de 9 minutes sur l'heure de l'observation, ne montoit qu'à une seconde de temps. Deux degrés d'erreur sur l'estime de la longitude ne produiroient pareillement qu'une seconde de temps d'erreur sur l'heure vraie conclue de l'observation.

Quand on connoît l'heure vraie à laquelle on a observé l'azimut d'une Comète & sa hauteur sur l'horizon, on a l'ascension droite du méridien, en ajoutant l'heure vraie réduite en degrés à l'ascension droite du Soleil, ou, ce qui revient au même, en ajoutant l'heure moyenne à la longitude moyenne du Soleil. Alors un seul triangle suffit pour conclure l'ascension droite & la déclinaison de la Comète, de sa hauteur & de son amplitude observées. Prenons pour exemple une observation faite par Tycho en 1590 le 28 Février, ou (N. St.) le 10 Mars à $8^h 20'$, l'ascension droite du milieu du ciel étant à cette heure de $115^d 45' 19''$. Il observa l'azimut de la Comète de $104^d 43' 30''$ du sud vers l'ouest, & sa hauteur de $36^d 41' 40''$; donc l'azimut étoit de $75^d 16' 30''$ du nord vers l'ouest, la hauteur corrigée de la réfraction $36^d 40' 20''$, la distance au Zénith $53^d 19' 40''$; la latitude du lieu $55^d 54' 15''$, dont le complément est $34^d 5' 45''$. Dans le triangle CPZ (*fig. 12*) P est le pôle de l'Équateur, Z le Zénith, C la Comète; on connoît PZ $34^d 5' 45''$, CZ $53^d 19' 40''$, & l'angle Z $75^d 16' 30''$. On trouvera PC , distance de la Comète au pôle, de $52^d 29' 35''$, donc la déclinaison boréale de $37^d 30' 25''$: on trouvera pareillement l'angle P de $77^d 55' 23''$, c'est la différence entre l'ascension droite du méridien & celle de la Comète. Puisque la Comète est à l'ouest du méridien, son ascension droite est moindre que celle du méridien; il faut donc de l'ascension droite du méridien $115^d 45' 19''$, ôter la différence des ascensions droites $77^d 55' 23''$, il restera $37^d 49' 56''$ pour ascension droite de la Comète. Selon l'Éphéméride de Tycho, l'ascension droite de la Comète devoit être alors de $38^d 31' \frac{1}{2}$, & la déclinaison $37^d 35' \frac{1}{2}$; la différence entre ce résultat & le nôtre est un peu forte,

Fig. 12.

sur-tout quant à l'ascension droite; c'est sans doute parce qu'il étoit $8^h 22'$ à $23'$ lorsque Tycho observa l'azimut de la Comète, & que pour construire son éphéméride il employa des observations faites le même jour, & moins dépendantes du temps précis auquel elles avoient été faites.

C I N Q U I È M E M É T H O D E.

Passage au méridien & hauteur méridienne.

Cette méthode est la plus sûre & la plus expéditive de toutes; mais elle n'est pas toujours praticable, parce que le plus souvent la Comète est invisible à son passage au méridien: si elle y passe de nuit, ou si elle a assez d'éclat pour être vue de jour dans la lunette d'un bon quart-de-cercle mural, on marque l'instant précis de son passage & sa hauteur méridienne; son ascension droite est la même que celle du méridien, & la différence entre sa hauteur, corrigée de la réfraction & même de la parallaxe, s'il y avoit lieu, & la hauteur de l'équateur donnera sa déclinaison: cette déclinaison sera du côté du pôle élevé si la Comète est plus haute que l'équateur, & du côté du pôle abaissé si l'équateur est plus haut que la Comète. Ainsi Tycho observa le 13 Octobre 1580, à $7^h 42' 50''$, temps moyen, le passage de la Comète au méridien; sa hauteur étoit de $37^d 7' 30''$. L'ascension droite du milieu du ciel, & par conséquent celle de la Comète étoit de $327^d 55' 22''$; de la hauteur observée & corrigée de la réfraction, $37^d 6' 13''$ ôtez $34^d 5' 45''$, hauteur de l'Équateur à Uranibourg, il reste $3^d 0' 28''$ pour déclinaison boréale de la Comète; & si l'on suppose que l'obliquité de l'écliptique étoit alors de $23^d 30' 0''$, il résultera que la longitude de la Comète étoit alors de $11^f 1^d 11' 15''$, & la latitude boréale de $15^d 2' 44''$.

SIXIÈME MÉTHODE.

Comparaison avec les Étoiles fixes.

Cette méthode est maintenant la plus usitée de toutes, parce qu'elle est bonne & toujours praticable à terre lorsqu'on a les instrumens nécessaires pour l'employer. Elle consiste à observer le passage de la Comète & d'une ou de plusieurs Étoiles aux fils d'un micromètre; ainsi, une lunette garnie d'un bon micromètre, ou d'un réticule rhomboïde & une bonne pendule, réglée sur le moyen mouvement du Soleil ou sur celui des Fixes, suffisent ordinairement pour bien observer le lieu des Comètes. On fixe la lunette, & on incline le micromètre ou le réticule, de manière que l'Étoile, à laquelle on veut comparer la Comète, suive exactement un fil fixe de l'instrument; ce fil fixe représentera alors un parallèle à l'équateur, & le fil qui lui est perpendiculaire représentera un cercle horaire. Il faut alors marquer exactement à la pendule l'instant auquel l'Étoile passe au centre de l'instrument, ou au point d'intersection des deux fils; on marquera pareillement l'instant précis auquel la Comète traversera le fil horaire. On convertira l'intervalle de ces deux instans, considéré comme temps solaire moyen, en degrés & fractions de degrés, & l'on aura la différence d'ascension droite entre l'Étoile & la Comète; on ajoutera cette différence à l'ascension droite de l'Étoile, si l'Étoile a passé avant la Comète; on la retranchera au contraire, si la Comète a précédé l'Étoile, & l'on aura l'ascension droite de la Comète au moment de son passage au fil horaire. Si l'on n'a pas sous la main une Table pour faire la réduction du temps solaire moyen en degrés, on réduira le temps écoulé en degrés, à raison de 15 degrés par heure; mais on ajoutera au résultat la 365.^{me} partie de ce résultat. Ceci suppose que la pendule est réglée sur le moyen mouvement du Soleil; si elle est réglée sur le mouvement des Étoiles fixes, il n'y a pas de réduction à faire. Quant à la déclinaison de la Comète, on prendra avec le fil mobile du micromètre la distance de

la Comète, traversant le fil horaire, au centre du micromètre, & cette distance réduite en degrés & fractions de degrés conformément à la valeur des parties du micromètre, donnera la différence de déclinaison entre la Comète & l'Étoile. Si l'on emploie un réticule à 45 degrés, le temps que la Comète aura mis à aller d'un fil oblique au fil horaire, converti en parties de degré, selon ce que nous avons dit ci-dessus, & multiplié par le cosinus de la déclinaison approchée de la Comète, donnera pareillement la différence de déclinaison entre les deux Astres. Enfin si l'on s'étoit servi d'un réticule rhomboïde, on marqueroit le temps précis que la Comète emploïroit à traverser l'intérieur du réticule, on réduiroit comme ci-dessus ce temps en degrés & parties de degrés, on retrancheroit le résultat multiplié par le cosinus de la déclinaison approchée de la grande demi-diagonale du réticule, dont on est censé connoître la valeur, & le reste seroit la différence de déclinaison cherchée.

Si le mouvement propre de la Comète en déclinaison est assez lent, pour qu'on puisse le regarder comme nul durant l'intervalle de temps qu'elle emploie à traverser le réticule, on peut lui faire parcourir le fil parallèle du réticule, & c'est ce qu'il faudroit même nécessairement faire, si son mouvement étoit lent en déclinaison & très-prompt en ascension droite. Alors il faudroit faire sur l'Étoile ce que nous avons dit qu'il falloit faire sur la Comète; on n'observeroit de celle-ci que l'instant de son passage au centre du réticule. Le calcul seroit d'ailleurs absolument le même.

Si le mouvement de la Comète en déclinaison est fort prompt, l'usage du micromètre, pour déterminer sa déclinaison à l'instant de son passage au fil horaire est préférable au réticule. Ce n'est pas cependant qu'on ne puisse aussi employer le réticule; mais il y aura une réduction à faire, réduction d'autant plus nécessaire, que le mouvement en déclinaison sera plus précipité: cette réduction suppose qu'on connoît la variation de la Comète en déclinaison durant un intervalle de temps donné, comme par exemple durant dix minutes.

Il faut nécessairement faire suivre à l'Étoile le fil parallèle du réticule. On observe ensuite l'intervalle de temps qui s'écoule entre le passage de la Comète au premier fil oblique & au fil horaire du réticule à angles de quarante-cinq degrés; on réduit ce temps en parties de grand cercle, comme nous venons de le dire, & cette réduction donne la différence de déclinaison entre l'Étoile & la Comète à l'instant du passage de la Comète par le fil oblique. Pour avoir la déclinaison de la Comète au moment de son passage par le fil horaire, il faut à la déclinaison qu'elle avoit en traversant le fil oblique, appliquer la variation en déclinaison qu'elle a dû subir, durant l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre ses passages par le fil oblique & par le fil horaire.

Si l'on emploie un réticule rhomboïde, on observe le temps qui s'écoule depuis l'entrée de la Comète dans l'intérieur du réticule jusqu'à son passage par le fil horaire seulement, & l'on réduit le double de ce temps en degrés ou fractions de degrés d'un grand cercle; le résultat retranché de la grande demi-diagonale du réticule, donne pour reste la différence de déclinaison entre l'Étoile & la Comète à l'instant de l'entrée de la Comète dans le champ du réticule. On trouvera facilement la déclinaison de la Comète traversant le fil horaire, si l'on connoît le mouvement de cet Astre en déclinaison; si l'on ne le connoissoit pas, il seroit facile de le déterminer par l'observation même. Pour cela il faudroit continuer d'observer le temps qui s'écouleroit entre le passage de la Comète par le fil horaire & sa sortie du champ du réticule; le double de ce temps, réduit comme ci-dessus, donneroit la différence de déclinaison entre la Comète & l'Étoile, à l'instant auquel la Comète sort du champ du réticule. Connoissant donc la déclinaison de la Comète aux momens de son entrée & de sa sortie &, l'intervalle de temps écoulé entre ces deux instans, on connoîtra son mouvement en déclinaison.

Si la Comète a un mouvement sensible en ascension droite, il faut en tenir compte. Pour cela, après avoir réduit le temps

écoulé en degrés & fractions de degrés de petit cercle, avant que de convertir le résultat en parties de grand cercle, il faut lui ajouter le mouvement de la Comète en ascension droite durant l'intervalle de temps écoulé, si ce mouvement est rétrograde; il faut l'en retrancher au contraire, si le mouvement est direct. La somme ou la différence, multipliée par le cosinus de la déclinaison donnera par les différentes méthodes exposées ci-dessus, la différence de déclinaison entre l'Étoile & la Comète. Si durant la durée du passage de la Comète par l'intérieur du réticule, la variation en déclinaison étoit insensible, & qu'on fît en conséquence parcourir à la Comète le fil parallèle du réticule, son mouvement en ascension droite, quel qu'il fût, n'exigeroit aucune réduction.

La méthode que nous venons d'exposer n'est praticable; que lorsque la déclinaison de la Comète est peu considérable. Les Astres par leur mouvement diurne ne parcourent un grand cercle de la sphère, que quand ils sont dans l'Équateur; par-tout ailleurs ils parcourent un petit cercle parallèle à l'Équateur, & le fil du réticule, qui représente un parallèle à l'Équateur, couvre dans le ciel, non pas une portion de parallèle, mais une portion de grand cercle. Il est cependant vrai qu'au voisinage de l'Équateur, le cercle parallèle & le grand cercle sont sensiblement confondus dans l'espace du champ d'une lunette ou d'un réticule; l'on ne risque rien alors d'employer la méthode précédente. Mais si l'on s'écarte considérablement de l'Équateur, le cercle parallèle & le grand cercle diffèrent sensiblement, même dans une petite portion de leur étendue. Au reste cet effet dépend aussi beaucoup du champ de la lunette. Si la lunette ou le réticule a 30 minutes ou un demi-degré de champ, & que la déclinaison de l'Astre soit de 20 degrés, durant le temps que l'Astre emploiera à parcourir le fil, le grand cercle & le cercle parallèle ne s'écarteront que de 2 secondes; la déviation sera de $4'' \frac{1}{2}$ à 30 degrés de déclinaison, de $6'' \frac{1}{2}$ à 40 degrés, de 9 secondes à 50 degrés, de près de 14 secondes à 60 degrés. Si le champ du réticule n'est que de 15, la déviation des deux fils ne
fera

fera que d'une seconde $\frac{2}{3}$ à 40 degrés de déclinaison, de 2 secondes $\frac{1}{2}$ à 50 degrés, de 3 secondes $\frac{1}{2}$ à 60 degrés. Mais ces réticules ont ordinairement un champ beaucoup plus étendu.

Une machine parallaxique, dûment orientée, peut être d'un grand secours pour observer les Comètes, celles sur-tout dont la déclinaison ou le mouvement est trop considérable. On fait passer l'Étoile ou la Comète par le centre de l'instrument, ou à une distance de ce centre que l'on mesure avec le micromètre, & l'on marque l'instant précis du passage par le centre ou par le fil horaire. On marque pareillement l'instant du passage de la Comète ou de l'Étoile par le même fil, & l'on prend avec le micromètre sa distance au centre. L'intervalle de temps écoulé entre les deux passages, & réduit en degrés, donne la différence des deux Astres en ascension droite, & la différence en déclinaison est donnée directement par le micromètre.

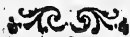
On pourroit aussi, au défaut d'autres instrumens, employer un quart-de-cercle posé bien verticalement, ou même une simple lunette garnie d'un micromètre, mais tellement montée, qu'on soit bien assuré que le fil vertical du micromètre conserve toujours sa position verticale, & que le fil mobile soit parallèle au fil horizontal. On fait passer la Comète ou une Étoile au centre de l'instrument, ou du moins au fil vertical, & l'on marque l'instant de ce passage. On attend qu'une Étoile ou que la Comète passe au même fil, & l'on marque pareillement l'instant du passage. On prend avec le micromètre, en minutes ou en secondes, la distance de chaque Astre au centre du micromètre à l'instant de son passage par le fil vertical, ce qui donne leur différence de hauteur. On calcule l'azimut & la hauteur de l'Étoile pour le moment auquel elle a passé par le fil vertical; la Comète à l'instant où elle a traversé le même fil, avoit le même azimut, & sa hauteur au même instant étoit égale à celle de l'Étoile, plus ou moins la différence des hauteurs observée. Si on a pris directement avec le quart-de-cercle & son micromètre la hauteur de la Comète traversant le fil vertical, on s'épargne le calcul de la hauteur

de l'Étoile. Connoissant maintenant la latitude du lieu, ainsi que l'azimut & la hauteur de la Comète, on calculera son ascension droite & sa déclinaison, & ensuite sa longitude & sa latitude par les méthodes connues. Il est inutile que nous avertissions qu'il ne faut pas faire ces sortes d'observations trop près du méridien.

Quant aux Étoiles auxquelles on compare la Comète, il est essentiel de bien connoître leur position. On prend souvent cette position dans le catalogue de Flamsteed, si elle s'y trouve; si on ne l'y trouve pas, on compare l'Étoile observée avec quelque petite Étoile voisine & mentionnée dans ledit catalogue, de sorte que l'erreur de la position de la petite Étoile, déterminée par Flamsteed, est communiquée à la position de l'Étoile observée. Flamsteed étoit sans doute un bon observateur; mais, ou plusieurs fautes de Copiste ou d'Imprimeur se sont glissées dans son catalogue, ou il s'est permis quelques négligences, sur-tout par rapport aux petites Étoiles, ou bien enfin quelques-unes de ces petites Étoiles ont eu un mouvement propre depuis les observations de Flamsteed. Bradley, la Caille, M. le Monnier ont observé & déterminé le lieu de plusieurs Étoiles du catalogue de Flamsteed; les différences entre leurs déterminations & celles de Flamsteed montent souvent à plusieurs minutes: ι de la Baleine est de $3' 27''$ plus orientale dans le catalogue de Bradley que dans celui de Flamsteed; la différence entre les deux catalogues est de $4' 46''$ sur la longitude du premier α du Capricorne; elle est de $5' 12''$ sur la longitude de ϵ du Bélier. À de plus hautes latitudes, les différences sont plus énormes, elles vont à $10' 13''$ sur la longitude de μ du Serpenteire, à $12' 43''$ sur celle de σ du Dragon; mais la plus énorme de toutes est celle que je remarque sur μ de la même Constellation; elle va jusqu'à $1^d 32' 7''$ sur la longitude, & à $8' 43''$ sur la latitude. Je ne parle pas du catalogue d'Hévélius, il est aujourd'hui assez généralement abandonné: cet observateur, si estimable d'ailleurs, auroit dû ne pas tenir aussi imperturbablement qu'il l'a fait, au préjugé

qu'il s'étoit formé, que les pinnules étoient préférables aux lunettes pour les observations des Étoiles.

Nous pensons donc que si l'on veut rendre des services réels à l'Astronomie Cométaire, il faut comparer les Comètes à des Étoiles, dont la position ait été déterminée par les le Monnier, les Bradley, les Mayer, les la Caille, &c. Si l'on ne le peut faire directement, on peut choisir l'Étoile qu'on juge la plus propre à la comparaison qu'on se propose de faire; mais il ne faut pas prendre la position de cette Étoile dans les catalogues anciens; il faut la déterminer en la comparant à quelqu'une des Étoiles, dont la position a été établie par quelques-uns des Astronomes que nous venons de nommer. Il faut employer les meilleures méthodes pour réduire la position de ces Étoiles, de l'époque fixée par ces Astronomes, au temps de l'observation; il ne faut point épargner à cet effet le calcul, en se servant de Tables, souvent insuffisantes, & quelquefois fautives. Il n'est pas nécessaire d'avoir égard à la nutation; elle est la même pour l'Étoile & pour la Comète: mais si l'on veut présenter une bonne observation au Public, on ne doit point négliger l'effet de l'aberration, tant sur l'Étoile que sur la Comète. Si l'on ne se sent point assez fort pour user de toutes ces précautions, il faut du moins faire un détail exact & précis de ses opérations, & des routes que l'on a suivies pour déterminer le lieu de la Comète; il se trouvera peut-être quelque zélé calculateur qui tirera tout le parti possible des observations, & qui parviendra à déterminer l'orbite précise de la Comète. Ceux même qui auroient eu le courage de soumettre leurs observations aux calculs les plus rigoureux, ne doivent point priver le Public du détail de leurs opérations; une telle communication ne peut que leur procurer le plus haut degré de confiance.



SECTION SECONDE.

Du calcul des Comètes dont l'orbite est déterminée.

POUR ne nous pas répéter à chaque page, nous commençons par donner l'explication des lettres dont nous nous servirons constamment pour désigner toujours les mêmes quantités. Si nous comparons plusieurs observations ensemble, un, deux ou trois accens, mis après la lettre, désigneront le rapport à la première, à la seconde, à la troisième observation. Ainsi S marquant en général le lieu du Soleil, S' marquera ce lieu à la première observation, S'' le même lieu à l'instant de la seconde observation, S''' au moment de la troisième, & ainsi de la plupart des autres lettres. Soit donc

- S Le lieu du Soleil.
- T Le lieu de la Terre.
- C Longitude géocentrique de la Comète.
- K Son lieu héliocentrique sur son orbite.
- κ Le même réduit à l'Écliptique.
- L Latitude géocentrique de la Comète.
- λ Sa latitude héliocentrique.
- R Rayon vecteur de la Terre, ou sa distance actuelle du Soleil.
- r Rayon vecteur de la Comète.
- ρ Le même rayon accourci ou projeté sur l'Écliptique.
- c Corde entre deux r .
- D Distance de la Comète à la Terre.
- Δ La même projetée sur l'Écliptique.
- π Distance périhélie de la Comète.
- α Sa distance aphélie.
- $2p$ Paramètre de l'orbite de la Comète.
- A Demi-grand axe, ou moyenne distance de la Comète au Soleil.
- a Demi-petit axe.

- e Excentricité rapportée à la moyenne distance de la Terre au Soleil, que nous prenons toujours pour unité.
- ε La même comparée au demi-grand axe de l'orbite de la Comète, pris alors pour unité.
- N Lieu du nœud ascendant de l'orbite de la Comète.
- P Lieu du périhélie.
- ν Anomalie vraie de la Comète sur son orbite.
- Y La même sur l'Écliptique.
- ω Anomalie excentrique.
- Ω Anomalie moyenne.
- u Angle traversé depuis le ♁ sur l'orbite, compté selon l'ordre des signes, ou argument de latitude.
- ν Le même réduit à l'Écliptique.
- U Distance du ♁ au périhélie, compté sur l'orbite, selon l'ordre des signes.
- V Distance de la Terre au ♁, comptée depuis le ♁ sur l'Écliptique.
- φ Angle entre deux r , φ' entre r' & r'' , φ'' entre r'' & r''' .
- χ Angle entre deux r extrêmes, comme entre r' & r''' .
- θ Temps écoulé entre la première & la seconde des observations qu'on compare.
- θ'' Temps entre la seconde & la troisième.
- θ''' Entre la troisième & la quatrième.
- θ' Temps entre la première & la troisième observation.
- θ'' Entre la première & la quatrième.
- Θ Durée de la révolution périodique de la Comète.
- o Intervalle de temps entre une observation & le passage au périhélie.
- i Le rayon du cercle.
- n 116,2648; dont le logarithme est 2,0654481. Nous allons expliquer ce que c'est que cette quantité.

Que $\frac{i}{\beta}$ dénote le rapport du diamètre du cercle à sa circonférence, β étant alors $= 3,1415926$, &c. l'aire de l'ellipse sera $= \beta Aa$. L'on fait d'ailleurs qu'en vertu des forces centrales & générales des corps célestes, le temps de la révolution des Planètes & des Comètes est comme l'aire

de leur orbite divisée par la racine quarrée du demi-paramètre de cette orbite; donc $\Theta = \frac{\beta A a}{\sqrt{p}} = \frac{n \beta A a}{\sqrt{p}}$, n étant un coëfficient quelconque ajouté pour réduire l'équation à une échelle commune. Mais par la propriété de l'ellipse, $\sqrt{p} = \frac{a}{\sqrt{A}}$: donc $\Theta = n \beta A^{\frac{3}{2}}$. Maintenant pour déterminer la valeur de n , on a choisi pour échelle commune le demi-grand axe de l'orbite terrestre, ou la moyenne distance de la Terre au Soleil, & pour mesure commune du temps nos jours naturels. Dans cette hypothèse, en appliquant l'équation $\Theta = n \beta A^{\frac{3}{2}}$ à l'orbite de la Terre, $A = 1$ & $\Theta = 365,25659$ jours, durée de la révolution sidérale de la Terre; l'équation devient donc $\Theta = n \beta$, ou $\frac{\Theta}{\beta} = n$, ou $n = \frac{365,25659}{3,14159, \&c.} = 116,2648$.

On peut considérer le mouvement des Comètes, ou dans une orbite parabolique, ou dans une orbite elliptique. Si toutes les orbites des Comètes sont des ellipses; au moins faut-il convenir que presque toutes ces ellipses sont extrêmement excentriques, que la différence entre leur demi-paramètre & le double de leur distance périhélie est insensible, & qu'en conséquence la partie de ces ellipses où la Comète nous est visible, ne diffère pas sensiblement d'une partie de parabole. On peut donc traiter ces orbites cométaires comme des paraboles, le calcul sera plus expéditif, & les résultats seront sensiblement exacts. On ne doit calculer dans des ellipses que les Comètes dont la révolution périodique est connue, comme celle de 1759, ou celles qui se refusent absolument à une orbite parabolique, telle qu'il paroît qu'a été la Comète de 1770. Si on en calcule d'autres, on déterminera sans doute avec exactitude les élémens qui sont communs à l'ellipse & à la parabole; mais je ne puis ne me pas défier de la précision de ceux qui sont propres à l'ellipse, tels que sont l'excentricité, le grand axe & la durée

de la révolution périodique : les plus légères erreurs dans les observations en peuvent souvent occasionner de bien grandes dans la détermination de ces élémens.

Nous traiterons d'abord de la détermination du lieu des Comètes dans une orbite supposée parabolique : nous passerons à de semblables recherches dans des orbites elliptiques.

ARTICLE PREMIER.

Du mouvement des Comètes dans une orbite parabolique.

PROBLÈME PREMIER.

Les élémens de l'orbite d'une Comète étant connus, déterminer sa longitude & sa latitude héliocentriques pour un instant donné.

Les élémens que nous supposons donnés, sont au nombre de six ; 1.^o le lieu de son nœud ascendant N , 2.^o l'inclinaison de l'orbite ou l'angle que son plan forme avec le plan de l'Écliptique I , 3.^o le lieu du périhélie P , 4.^o sa distance périhélie au Soleil π , ou le logarithme de cette distance, 5.^o l'instant où la Comète a passé par son périhélie, 6.^o le sens de son mouvement, s'il est direct ou rétrograde, c'est-à-dire, s'il est suivant l'ordre des signes, d'occident en orient, ou s'il est contre cet ordre, d'orient en occident.

Nous prendrons pour exemple la Comète de 1769, & nous supposerons ses élémens tels que M. Prosperin les a déterminés.

$$N = 175^{\text{d}} \quad 6' \quad 33''.$$

$$I = 40. \quad 48. \quad 49.$$

$$P = 144. \quad 11. \quad 7.$$

$$\pi = 0,12272; \text{ logarithme } 9,0889150.$$

Passage au périhélie, Octob. 7^j 13^h 58' 40", ou 7^j, 58241.
Sens du mouvement, direct.

Nous supposons qu'on veut connoître quel devoit être le lieu de cette Comète le 21 Août à $13^h 4' 53''$.

Il faut d'abord chercher l'anomalie vraie de la Comète, & pour y parvenir on réduit les heures, minutes & secondes données, en décimales de jours, & l'on a le 21 Août, 54506. Notre première Table donne le moyen de faire cette réduction.

Si l'instant donné précède celui du passage au périhélie, retranchez le temps donné du temps de ce passage; ou retranchez le temps du passage au périhélie du temps donné, si celui-ci est postérieur au temps du passage; & vous aurez l'intervalle de temps écoulé entre le passage au périhélie & le temps donné $= t$.

Donc de Octobre $71,58241$.

Otez Août $21,54506$.

Il reste $47,03735 = t$.

Pour conclure de-là l'anomalie vraie de la Comète, on a démontré que si l'on nomme τ le temps que la Comète emploie à aller du périhélie à 90 degrés, ou à l'extrémité de son paramètre, son anomalie vraie seroit toujours obtenue par l'équation, $\text{tang.}^3 \frac{1}{2} v + 3 \text{ tang.} \frac{1}{2} v = \frac{t}{\tau}$. La résolution de cette équation du troisième degré seroit longue & pénible; pour se l'épargner, on a remarqué que si plusieurs Comètes font leur révolution dans différentes paraboles autour d'un même foyer, les temps qu'elles emploient à parvenir à une même anomalie vraie sont proportionnels aux racines quarrées des cubes de leurs distances périhélie. $t : t' :: \pi^{\frac{3}{2}} : \pi'^{\frac{3}{2}}$. On a ensuite supposé une Comète dont la distance périhélie fût $= 1$, ou égale à la moyenne-distance du Soleil à la Terre. La vitesse de cette Comète en son périhélie seroit à la vitesse moyenne de la Terre, comme $\sqrt{2}$ est à 1 ; la vitesse moyenne de la Terre en une heure est de $2' 27'' 50''' ,5$; celle de la Comète en une heure sera donc de $3' 24'' 4''' ,75$. Donc dans l'équation $\text{tang.}^3 \frac{1}{2} v + 3 \text{ tang.}$

$\text{tang. } \frac{1}{2} v = \frac{t}{\frac{1}{4} \tau}$ ou $\tau = \frac{4 t}{\text{tang.}^3 \frac{1}{2} v + 3 \text{ tang. } \frac{1}{2} v}$ on connoît

$t =$ une heure, & $v = 3' 24'' 4''' 75$; on trouvera $\tau = 109,6154$, c'est le temps que la Comète supposée emploïroit à aller de son périhélie à 90 degrés d'anomalie vraie, & c'est pour cela qu'on la nomme assez ordinairement, *Comète de 109 jours*. Cette opération faite, on a calculé toutes les anomalies vraies de cette Comète de 109 jours, correspondantes à différens intervalles de temps écoulés depuis le périhélie; on en a construit une *Table générale du mouvement des Comètes dans une orbe parabolique*; nous la donnons à la fin de cet ouvrage, vérifiée & augmentée. Voici son usage. Dans la proportion $t : t' :: \pi^{\frac{1}{2}} : \pi'^{\frac{1}{2}}$, où t' & π' appartiennent à la Comète de 109 jours, $\pi'^{\frac{1}{2}} = 1$;

donc $t' = \frac{\pi^{\frac{1}{2}}}{t}$. Donc si vous voulez pour un instant

donné, avoir l'anomalie vraie d'une Comète quelconque, ajoutez au logarithme de sa distance périhélie la moitié de ce même logarithme, & de la somme retranchez le logarithme du temps écoulé entre l'instant donné & celui du passage au périhélie, le reste sera le logarithme de t' , c'est-à-dire du temps que la Comète de 109 jours emploïroit à parvenir au même degré d'anomalie vraie où est parvenue la Comète actuelle après le temps proposé t . Cherchez donc ce temps t' dans la Table générale; vous trouverez vis-à-vis l'anomalie vraie cherchée.

L'anomalie des Planètes se compte, selon l'usage ancien, depuis l'aphélie de la Planète suivant l'ordre des Signes, & par conséquent dans le sens du mouvement de la Planète. Mais les Comètes n'étant pas visibles dans leur aphélie, l'usage a prévalu de prendre pour leur anomalie leur distance au périhélie, soit que les Comètes n'aient point encore passé par leur périhélie, soit qu'elles aient dépassé ce point. Il est cependant à remarquer que si une Comète directe n'a pas encore passé par son périhélie, ou si une Comète rétrograde

y a déjà passé, son anomalie doit être négative, ou affectée du signe —.

Dans notre exemple, le logar. de π est.... 9,0889150.

Sa moitié est..... 9,5444575.

La somme ou le logar. de $\pi^{\frac{3}{2}}$ est donc... 8,6333725.

Otez-la du logar. de 47,03735 = t 1,6724428.

Il reste..... 3,0390703.

C'est le logarithme de 1094,1335, nombre de jours que la Comète de 109 jours auroit employé à parcourir l'anomalie vraie que la Comète de 1769 a parcourue en 47,03735 jours. Cherchez ce nombre de jours dans la Table; vis-à-vis de 1090 jours on trouve $144^{\text{d}} 28' 19''$, & vis-à-vis 1095 jours $144^{\text{d}} 31' 56''$ d'anomalie vraie; donc prenant une partie proportionnelle, on aura $144^{\text{d}} 31' 18''$ pour v anomalie vraie répondante à 1094,1335 jours de la Comète de 109 jours, ou à 47,03735 jours de la Comète de 1769; & cette anomalie sera négative, parce que le mouvement de la Comète est direct, & qu'elle n'a pas encore passé par son périhélie.

Au lieu du périhélie P + $144^{\text{d}} 11' 7''$.

Ajoutez l'anomalie vraie v ... — $144. 28. 19$.

La somme sera..... 359. 39. 49 = K .

On voit que v étant négatif, nous avons dû le retrancher de P , au lieu de l'ajouter, & que pour faire la soustraction, nous avons augmenté P d'une circonférence entière, ou de 360 degrés.

On conçoit facilement que K doit être le lieu de la Comète dans son orbite. Pour réduire ce lieu à l'Écliptique, & pour avoir par conséquent la vraie longitude héliocentrique α , & en même temps la latitude héliocentrique λ de la Comète, soit EN une partie de l'Écliptique, CN une partie de l'orbite de la Comète, coupant l'Écliptique au point N , lieu du nœud ascendant, CE une partie du cercle de latitude de la Comète. Puisqu'on connoît par l'hypothèse le lieu du nœud N

Fig. 13.

& que l'on vient de trouver le lieu K de la Comète placée au point C , on aura la distance CN , en ôtant le lieu du nœud N de la longitude héliocentrique K . Cette distance est ce que nous avons appelé l'angle traversé, ou l'argument de latitude sur l'orbite de la Comète. Ainsi, dans le triangle sphérique ECN , rectangle en E , on connoît l'hypothénuse CN , argument de latitude $= u$, & l'angle CNE , inclinaison de l'orbite sur l'Écliptique $= I$, inclinaison qu'il faut traiter comme négative, lorsque la Comète est rétrograde; il faut trouver $CE = \lambda$, latitude héliocentrique de la Comète; & $EN = v$ distance du lieu de la Comète au nœud, ou argument de latitude réduit à l'Écliptique. On aura l'un & l'autre par les analogies suivantes :

$$\text{Sin. total : sin. } u :: \text{sin. } I : \text{sin. } \lambda.$$

$$\text{Sin. total : tang. } u :: \text{cosin. } I : \text{tang. } v.$$

Dans la première analogie, si le sinus de λ est positif, la latitude est boréale; elle est australe si le sinus de λ est négatif. On sait que les sinus sont positifs depuis 0 degrés jusqu'à 180 degrés, négatifs depuis 180 degrés jusqu'à 360 degrés; les cosinus positifs depuis 0 degrés jusqu'à 90 degrés, & depuis 270 degrés jusqu'à 360 degrés; négatifs entre 90 degrés & 270 degrés; enfin les tangentes & les cotangentes positives entre 0 degré & 90 degrés, & entre 180 degrés & 270 degrés, négatives de 90 degrés à 180 degrés & de 270 degrés à 360 degrés.

Dans la seconde analogie, il n'est pas nécessaire de faire attention aux signes; il suffit de remarquer que v doit toujours être dans le même quart que u . $N + v$ donnera le vrai lieu héliocentrique de la Comète réduit à l'Écliptique $= x$.

L'inclinaison I de la Comète de 1769 est de $40^{\text{d}} 48' 49''$. Si de son lieu héliocentrique K , trouvé ci-dessus de $359^{\text{d}} 39' 49''$, on retranche le lieu du nœud $175^{\text{d}} 6' 33''$, il restera $184^{\text{d}} 33' 16'' = u$ pour argument de la latitude.

$$\text{Sin. } u \dots\dots\dots (a) - 8,8998552.$$

$$\text{Sin. } I \dots\dots\dots + 9,8153124.$$

$$\text{Sin. } \lambda \dots\dots\dots - 8,7151676.$$

C'est le sinus de $2^d 58' 30''$, latitude héliocentrique de la Comète; cette latitude est australe, son sinus étant négatif. Si la Comète eût été rétrograde, l'inclinaison I eût été négative, ainsi que son sinus; donc sinus λ eût été positif, & la latitude boréale.

$$\text{Tang. } u \dots\dots\dots 8,9012288.$$

$$\text{Cofin. } I \dots\dots\dots 9,8790039.$$

$$\text{Tang. } v \dots\dots\dots 8,7802327.$$

C'est la tangente de $183^d 27' 0''$. Au lieu du nœud $N = 175^d 6' 33''$, ajoutez $v = 183^d 27' 0''$, la somme $\alpha = 358^d 33' 33''$, fera la longitude héliocentrique vraie de la Comète.

PROBLÈME SECOND.

Déterminer le rayon vecteur r de la Comète & son rayon vecteur accourci q .

*Lambert, Insign.
prop. orb.
Comet. § 4.*

Par la nature de la parabole, on a $r = \frac{\pi}{\text{cofin.}^2 \div u}$; ainsi du logarithme de la distance périhélie, ôtez le double du logarithme cosinus de la moitié de l'anomalie vraie, le reste fera le logarithme du rayon vecteur; & puisque par les règles de la trigonométrie rectiligne, sinus total: cofin. $\lambda :: r:q$; à ce logarithme du rayon vecteur, ajoutez le logarithme du cosinus de la latitude héliocentrique, la somme fera le logarithme du rayon vecteur accourci ou projeté sur l'Écliptique.

Pour la Comète de 1769, à l'instant indiqué,

(a) Les signes $+$ & $-$ que nous mettons avant les logarithmes ne servent point à distinguer ces logarithmes en logarithmes positifs & logarithmes négatifs; ils indiquent seulement que les nombres auxquels ces logarithmes appartiennent sont ou positifs ou négatifs.

v	144 ^d 31' 18"
$\frac{1}{2} v$	72. 15. 39.
Logarithme de π	9,0889150.
Otez-en le double du logarithme cosin. de $\frac{1}{2} v$...	8,9677000.
<hr/>	
Il reste le logarithme de r	0,1212150.
Ajoutez le logarithme cosinus de λ	9,9994143.
<hr/>	
Somme, ou logarithme de ρ	0,1206293.

On n'a besoin ici que des logarithmes; on peut se dispenser de chercher les nombres qui leur répondent.

PROBLÈME TROISIÈME.

Déterminer la longitude & la latitude géocentriques de la Comète.

Du centre S , où est le Soleil, tracez le cercle TVX , (Fig. 14); ce cercle divisé en signes, représente l'orbite terrestre ou le plan de l'Écliptique. Calculez pour l'instant donné le lieu du Soleil S , & la distance R du Soleil à la Terre. Le lieu du Soleil augmenté ou diminué de six signes ou de 180 degrés, donnera le lieu de la Terre T . Placez la Terre en T au degré où elle doit être; placez pareillement la Comète en C , au degré de longitude héliocentrique α , que vous avez trouvé qu'elle doit avoir, & la distance TS étant supposée égale à R , faites SC égal à ρ . Cela posé, dans le triangle rectiligne TSC , nous connoissons les deux côtés $TS = R$ & $CS = \rho$, ainsi que l'angle compris $TSC = T - \alpha$ ou $\alpha - T$; cet angle, qui est la différence de longitude entre la Terre & la Comète, se nomme *Angle de commutation*. Pour trouver l'angle STC , qu'on appelle *Angle d'élongation*, prenez le complément de la moitié de l'angle de commutation; ce complément est manifestement égal à la demi-somme des angles STC , SCT . Pour avoir la demi-différence de ces mêmes angles, on peut, suivant les loix de la Trigonométrie, prendre al

Fig. 14.

différence des logarithmes des deux rayons vecteurs R & ρ , ôtant le plus petit du plus grand; le reste (augmenté de 10 à la caractéristique) sera le logarithme de la tangente d'un angle duquel on ôtera 45 degrés; & l'on dira, le sinus total est à la tangente de l'angle qui restera, comme la tangente de la demi-somme des angles STC , SCT est à la tangente de leur demi-différence. Comme on a les logarithmes des deux côtés SC , ST , on fait lequel de ces deux côtés est le plus grand; si c'est le côté SC , l'angle STC , qui lui est opposé sera égal à la demi-somme, plus la demi-différence des deux angles; si au contraire le côté CS est plus petit que CT , l'angle STC sera égal à la demi-somme, moins la demi-différence des angles STC , SCT .

Le 21 Août, à $13^h 4' 53''$, le lieu du Soleil S étoit $4^f 29^d 7' 43''$ ou $149^d 7' 43''$; donc le lieu de la Terre T étoit $10^f 29^d 7' 43''$, ou $329^d 7' 43''$. Nous avons trouvé le lieu de la Comète κ en $358^d 33' 33''$. De plus le logarithme de la distance R du Soleil à la Terre est 0,0046650, & nous avons vu que celui de la distance ρ de la Comète au Soleil, réduite à l'Écliptique, étoit 0,1206293; donc cette distance étoit plus grande que celle du Soleil à la Terre. Sur la Figure, je place la Terre en T en $10^f 29^d$, & la Comète en C en $11^f 28^d \frac{1}{2}$, & je fais SC plus grand que ST ; il ne faut pas plus de précision dans la construction de la Figure.

Nous avons donc κ , lieu de la Comète... $358^d 33' 33''$.

T , lieu de la Terre..... $329. 7 43$.

Différence, angle de commutation CST ... $29. 25. 50$.

Demi-angle de commutation..... $14. 42. 55$.

Son complément $= \frac{1}{2} CTS + \frac{1}{2} TCS$... $75. 17. 5$.

Logarithme de ρ $0,1206293$.

Logarithme de R $0,0046650$.

Différence..... $0,1159643$.

Où, ajoutant 10 à la caractéristique..... $10,1159643$.

C'est le logarithme de la tangente de..... $52^d \ 33' \ 36'',6$.

J'ôte..... $45. \ 0. \ 0.$

Il reste..... $7. \ 33. \ 36,6$.

Son logarithme tangente..... $9,1229395$.

Ajoutez le log. tang. de $75^d \ 17' \ 5'', \frac{1}{2}$ somme. $0,5806555$.

Logarithme tangente de la demi-différence... $9,7035950$.

C'est le logarit. de la tangente de $26^d \ 48' \ 35''$; telle est donc la demi-différence des angles CTS, TCS ; & puisque SC est plus grand que ST , l'angle CTS sera plus grand que l'angle TCS . Ajoutant donc la demi-différence $26^d \ 48' \ 35''$ à la demi-somme $75^d \ 17' \ 5''$, on aura $102^d \ 5' \ 40''$ pour valeur de l'angle CTS , ou pour angle d'élongation du Soleil à la Comète.

L'angle d'élongation est la différence de longitude entre le Soleil & la Comète; par l'inspection seule de la figure, on déterminera facilement s'il faut ajouter cet angle à la longitude du Soleil, ou s'il faut l'en retrancher, pour avoir la longitude géocentrique de la Comète. Par l'inspection de la *Fig. 14*, on voit que le Soleil, rapporté à la fin du Lion par le rayon visuel TSO , tiré de la Terre, est bien plus avancé dans l'Écliptique que la Comète située en C ; il faut donc du lieu du Soleil retrancher l'angle d'élongation. On peut établir pour règle générale, que si κ , longitude héliocentrique de la Comète, moins T lieu de la Terre, donne un reste moindre que 180 degrés, il faudra retrancher l'angle d'élongation du lieu du Soleil, pour avoir la longitude géocentrique de la Comète. Mais si $\kappa - T$ est plus grand que 180 degrés, la longitude géocentrique de la Comète sera égale au lieu du Soleil, plus l'élongation.

Dans notre exemple, $\kappa = 358^d \ 33' \ 33''$, & $T = 329^d \ 7' \ 43''$;

$\kappa - T = 29^d \ 25' \ 50''$ est moindre que 180 degrés; donc du lieu

du Soleil..... $149^d \ 7' \ 43''$.

Otez l'élongation..... $102 \ 5 \ 40$.

Longitude géocentrique de la Comète. $47. \ 2. \ 3$.

Ou..... $1^f \ 17^d \ 2' \ 3''$.

Fig. 14.

Quant à la latitude, soit (*Fig. 14*) *K* le lieu de la Comète dans son orbite, qu'il faut supposer relevée sur le plan de l'Écliptique, de manière que le point *K* réponde verticalement sur le point *C*, & que la ligne *KC*, abaissée perpendiculairement sur l'Écliptique, soit perpendiculaire aux lignes *SC*, *TC*. Soit le sinus total = 1, l'angle de commutation, $TSC = \beta$, l'angle d'élongation $STC = \gamma$, la perpendiculaire $CK = \zeta$, $SC = \rho$, $TC = \Delta$, l'angle $CSK = \lambda$, l'angle $CTK = L$. On a dans le triangle *SCK* rectangle en *C*.

$$1 : \text{tang. } \lambda :: \rho : \zeta.$$

Dans le triangle *TCK* rectangle en *C*.

$$1 : \text{tang. } L :: \Delta : \zeta.$$

Donc... $\rho : \Delta :: \text{tang. } L : \text{tang. } \lambda.$

D'ailleurs dans le triangle *STC*, on a

$$\text{Sin. } \beta : \text{fin. } \gamma :: \Delta : \rho.$$

Donc... $\text{Sin. } \beta : \text{fin. } \gamma :: \text{tang. } \lambda : \text{tang. } L.$

C'est-à-dire que le sinus de commutation est au sinus d'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique est à celle de la latitude géocentrique.

Sinus d'élongation.....	9,9902516.
Tangente de latitude héliocentrique.. —	8,7157533.
Somme..... —	18,7060049.
Sinus de commutation.....	9,6914071.
Tangente de latitude géocentrique... —	9,0145978.

La latitude australe de la Comète, vue de la Terre, devoit donc être de $5^d 54' 16''$.

Notez que comme on a déjà les logarithmes du sinus & du cosinus de la latitude héliocentrique, il n'est pas nécessaire de chercher dans les Tables le logarithme de sa tangente, il suffit de retrancher le logarithme du cosinus de celui du sinus, le reste sera celui de la tangente; & c'est ce qu'il faut pratiquer, lorsque la latitude héliocentrique est fort petite; autrement on s'exposeroit à des erreurs de plusieurs secondes.

PROBLÈME

Déterminer la distance D de la Comète à la Terre.

De l'équation. $\text{Sin. } \beta : \text{sin. } \gamma :: \Delta : \rho$.

Et de celle que fournit le triangle TCK .

$\text{Cofin. } L : 1 :: \Delta : D$.

On conclut. $\text{Sin. } \gamma \times \text{cofin. } L : \text{sin. } \beta \times 1 :: \rho : D$.

Donc $D = \frac{\text{sin. } \beta \times \rho}{\text{sin. } \gamma \times \text{cof. } L}$.

$\text{Sin. } \beta$ 9,6914071.

ρ 0,1206293.

Complém. arithm. sin. de γ 0,0097484.

Complém. arithm. cofin. de L 0,0023101.

Somme ou logar. de D 9,8240949.

J'ai trouvé quelque part une autre formule pour trouver la distance D de la Comète à la Terre $D = r \text{ sin. } u \text{ sin. } I \text{ cofin. } L$, cotang. L . Cette formule n'est pas à beaucoup près si exacte que la précédente; elle peut cependant être de quelque utilité quand β & ρ sont inconnues.

PROBLÈME CINQUIÈME.

Déterminer l'effet de l'aberration & de la parallaxe sur la longitude & la latitude d'une Comète.

Soit m le mouvement de la Terre dans un intervalle de temps donné, & μ le mouvement géocentrique de la Comète dans le même intervalle de temps, soit en longitude, soit en latitude, soit même en ascension droite ou en déclinaison;

l'aberration exprimée en secondes sera $\frac{\mu D 20''}{m}$. Voyez sur

cette équation un Mémoire de M. Clairaut, *Mémoires de l'Académie des Sciences, année 1746, page 565 & suiv.*

Dans l'usage de cette formule, si l'on prend pour intervalle de temps la durée d'un jour, au logarithme constant 9,5292, ajoutez les logarithmes du mouvement diurne de la Comète

réduit en minutes, & de sa distance à la Terre. Si pour ce temps, vous ne prenez qu'une heure, substituez le mouvement horaire de la Comète à son mouvement d'urne, & prenez pour logarithme constant 0,9094. L'aberration doit s'ajouter à la longitude, à la latitude, &c. observée de la Comète, pour la réduire en longitude ou latitude vraie, si la longitude ou la latitude va en augmentant; si elle va en diminuant, il faut en retrancher l'aberration (*b*). Il faudroit faire tout le contraire, si l'on vouloit réduire un lieu vrai ou calculé en un lieu apparent ou observé.

Le 21 Août 1769, le mouvement diurne de la Comète, conclu des observations précédentes & suivantes, étoit de 63 minutes en longitude, & de 25 minutes en latitude, & tant la longitude que la latitude alloient en augmentant.

Logarithme de $\mu = 63'$	1,7993.
Logarithme de D trouvé ci-dessus.....	9,8241.
Logarithme constant.....	9,5292.
Somme, logarithme de l'aberration.....	1,1526.

C'est le logarithme de 14 secondes, aberration en longitude.

Pour la latitude, logarithme de $\mu = 25'$..	1,3979.
Logarithme de D	9,8241.
Logarithme constant.....	9,5292.
Somme.....	0,7512.

C'est le logarithme de 6 secondes, aberration en latitude.

Pour appliquer ces aberrations à la longitude & à la latitude observées le 21 Août à $13^h 4' 53''$, puisque l'une & l'autre alloient en augmentant, il faut ajouter à l'une & à l'autre l'aberration qui lui convient.

(*b*) On dit tout le contraire N.^o 595 des *Leçons d'Astronomie* de l'Abbé de la Caille, même dans la 4.^e édition; il faut l'attribuer à la grande confiance de l'Éditeur dans les lumières

& les soins de l'Auteur. L'Éditeur, aux N.^{os} 2851 & 2852 de son *Astronomie* est exact, & développe très-bien ce qui regarde l'aberration des Planètes & des Comètes.

Longitude apparente observée.....	47 ^d	1'	31".
Aberration additive.....			14.
Longitude vraie observée.....	47.	1.	45.
Longitude calculée ci-dessus.....	47.	2.	3.
Différence.....			18.

Latitude apparente observée.....	5.	53.	48.
Aberration additive.....			6.
Latitude vraie observée.....	5.	53.	54.
Latitude calculée ci-dessus.....	5.	54.	16.
Différence.....			22.

On voit que le calcul s'accorde assez précisément avec l'observation. Il faut cependant remarquer que le lieu observé n'étoit vraisemblablement pas le lieu apparent de la Comète. Ce lieu observé a été conclu de la comparaison de la Comète avec une Étoile, & pour déterminer le lieu de l'Étoile, on n'aura probablement pas fait attention à l'effet de l'aberration. Au reste cet effet étoit ici peu sensible; il se réduisoit à faire paroître l'Étoile 4 secondes plus orientale & 2 secondes plus australe qu'elle n'étoit réellement.

Il est encore une cause de l'altération du vrai lieu des Comètes; on ne doit pas la négliger; du moins lorsque la Comète est dans la proximité de la Terre: cette cause est la parallaxe. Il faut d'abord déterminer la parallaxe horizontale de la Comète par cette analogie; la distance de la Comète à la Terre est à la distance moyenne du Soleil à la Terre $= 1$, comme la parallaxe horizontale moyenne du Soleil $= 8,8$ est à la parallaxe horizontale de la Comète. On trouvera que le 21 Août la parallaxe horizontale de la Comète de 1769 étoit de 13 secondes $= 7$; logar. 1,12039.

La parallaxe horizontale une fois établie, on détermine la parallaxe actuelle en longitude & en latitude, précisément par les mêmes règles qu'on employe pour déterminer celle des Planètes; je vais les exposer en peu de mots; on peut en trouver la démonstration dans les Leçons de l'Abbé de la Caille, dans l'Astronomie de M. de la Lande, &c.

K k ij

Ajoutez le temps moyen réduit en parties de l'Équateur, à la longitude moyenne du Soleil, la somme donnera le point de l'Équateur qui est alors au méridien.

Temps moyen.....	13 ^h 2' 20".
Le même réduit en degrés.....	195 ^d 35'
Longitude moyenne du Soleil.....	150. 36.
Point de l'Équateur au méridien.....	346. 11.

Il faut chercher ensuite dans les Tables astronomiques, 1.^o le point de l'Écliptique qui répond à ce point de l'Équateur, on l'appelle *point culminant*; 2.^o la déclinaison de ce point culminant; 3.^o l'angle que l'Écliptique fait en ce point avec le méridien: j'appellerai cet angle ζ , & le point culminant z . Si l'on manque des Tables nécessaires, on peut trouver ces trois élémens par les trois analogies suivantes.

Le sinus total est à la cotangente du point de l'Équateur au méridien, comme le cosinus de l'obliquité de l'Écliptique est à la cotangente de z .

Le sinus total est au sinus du point de l'Équateur au méridien, comme la tangente de l'obliquité de l'Écliptique est à la tangente de la déclinaison de z .

Le sinus total est au cosinus du point de l'Équateur, comme le sinus de l'obliquité est au cosinus de l'angle ζ .

Le point z est toujours de même espèce & dans le même quart que le point de l'Équateur qui médie; sa déclinaison est boréale dans les 180 premiers degrés de l'Écliptique, australe dans les autres.

Je trouve par les Tables, que le point culminant z est 344^d 59', que sa déclinaison australe est de 11^d 15', enfin que l'angle ζ de l'Écliptique & du méridien est de 67^d 15'.

Si la déclinaison de z est du côté du pôle élevé sur l'horizon, ajoutez-la au complément de la latitude du lieu; sinon retranchez-la de ce complément; la somme ou la différence fera la hauteur de $z = H$. Notez qu'entre les Tropiques, la somme peut excéder 90 degrés; alors son cosinus & sa

cotangente seront négatifs. L'observation du 21 Août a été faite à Paris par $48^{\text{d}} 51'$ de latitude boreale.

Du complément de la latitude.....	$41^{\text{d}} 9'$
Otez la déclinaison australe de ζ	$11. 15.$
Il reste pour H , ou pour la hauteur de ζ ...	$29. 54.$
Dites, $1 : \cosin. H :: \sin. \zeta : \cosin. h.$	
$1 : \cotang. H :: \cosin. \zeta : tang. \xi.$	

Ici h est la hauteur du *nonagéfime*, c'est-à-dire du point de l'Écliptique, qui en suivant la direction de l'Écliptique, est de part & d'autre à 90 degrés de l'horizon. Cette hauteur h est de même espèce que H ; si H excède 90 degrés, h doit aussi être censé les excéder. ξ est un arc qu'il faut ajouter au point culminant ζ dans les signes ascendants, qu'il en faut retrancher dans les signes descendans. Il faudroit faire tout le contraire, si ξ se trouvoit négatif, ce qui ne peut arriver que dans la Zone torride; & l'on aura le point nonagéfime.

Cosin. H	$9,93797.$
Sin. ζ	$9,96483.$
Cosin. h	$9,90280.$

C'est le cosinus de $36^{\text{d}} 55'$; telle est donc la hauteur du nonagéfime $= h$.

Cotang. H	$0,24031.$
Cosin. ζ	$9,58739.$
Tang. ξ	$9,82770.$

C'est la tangente de $33^{\text{d}} 55'$, qu'il faut ajouter au point culminant ζ , parce que ce point ζ est dans les signes ascendants, la somme $344^{\text{d}} 59' + 33^{\text{d}} 55'$ donnera $18^{\text{d}} 54'$ pour nonagéfime.

Prenez la différence entre la longitude géocentrique de la Comète & le nonagéfime, & vous aurez la distance de la Comète au nonagéfime, je la nomme x .

Lieu de la Comète..... $47^d \quad 2'$.

Nonagésime..... $18. \quad 54.$

Différence = x $28. \quad 8.$

Soit la parallaxe horizontale = γ ; vous aurez

$$\text{Parallaxe de longitude} = \gamma \frac{\sin. h. \sin. x}{\cosin. L}.$$

Parallaxe de latitude = $\gamma \cosin. h \cosin. L - \gamma \sin. h, \cosin. x \sin. L$.

Si la latitude est du côté du pôle abaissé, c'est-à-dire australe en-deçà de la Ligne, ou boréale au-delà, elle est négative ainsi que son sinus, mais son cosinus est positif.

La parallaxe en longitude éloigne toujours la Comète du nonagésime; elle est donc additive à la longitude de la Comète si la Comète est plus orientale que le nonagésime, & soustractive si la Comète est plus occidentale.

Si la parallaxe en latitude est positive, elle écarte la Comète du pôle élevé: donc en-deçà de la Ligne, il faut l'ajouter à la latitude australe, la retrancher de la latitude boréale; ce seroit le contraire, si cette parallaxe se trouvoit négative, ce qui peut arriver souvent, sur-tout entre les tropiques. Il est donc essentiel d'appliquer soigneusement les signes convenables aux sinus & aux cosinus de la formule.

Appliquons ceci, à notre exemple, en employant le logarithme de la parallaxe horizontale, tel que nous l'avons trouvé ci-dessus, 1,12039.

γ 1,12039.

Sin. h 9,77862.

Sin. x 9,67350.

Compl. arithm. cosin. L 0,00231.

Somme, parall. de long..... 0,57482.

La parallaxe de longitude étoit donc de $4''$, & puisque la Comète en $47^d \quad 2'$ étoit plus orientale que le nonagésime $18^d \quad 34'$, la parallaxe a dû la faire observer de $4''$ plus

orientale qu'elle n'étoit réellement. Nous avons trouvé que son vrai lieu étoit en $47^d 2' 3''$; elle auroit donc dû être observée en $47^d 2' 7''$.

γ	1,12039.
Cosin. h	9,90280.
Cosin. L	9,99769.
Parall. en lat. 1. ^{re} partie.....	1,02088 = $9'', 1$.
γ	1,12039.
Sin. h	9,77862.
Cosin. x	9,94540.
Sin. L	— 9,01196.
Parall. en lat. 2. ^e partie.....	— 9,85637 = — 0,7.

J'ajoute les deux parties de la latitude, parce que retrancher — 0,7 de + 9,1, c'est réellement ajouter + 0,7 à + 9,1. La somme $10''$ est la quantité dont la parallaxe a dû rejeter la Comète à l'opposite du pôle élevé ou au sud. Sa latitude australe vraie étoit de $5^d 54' 16''$, elle auroit donc dû être observée de $5^d 24' 26''$.

La méthode que nous venons d'exposer est toujours suffisante pour dépouiller une longitude ou une latitude observée de l'effet de la parallaxe. Elle suffit aussi pour affecter de ce même effet presque tous les lieux calculés des Comètes. Si cependant en calculant le lieu d'une Comète, on trouvoit sa parallaxe horizontale de plusieurs minutes, nos deux équations ne donneroient pas avec assez de précision les parallaxes de longitude & de latitude, vu que nos formules supposent la distance apparente de la Comète au nonagésime & sa latitude apparente, au lieu que le calcul donne la distance vraie & la latitude vraie. Ainsi les formules ne donneroient, par un premier calcul, que des parallaxes approchées; mais en appliquant ces parallaxes approchées à la distance de la Comète au nonagésime & à sa latitude, on auroit la distance apparente & la latitude apparente très-approchées; & par un second calcul, où l'on emploïroit cette distance

& cette latitude, on obtiendrait avec une précision suffisante les vraies parallaxes. Il faudroit même alors pousser tous les calculs jusqu'à la précision des secondes.

Il est enfin une dernière cause qui affecte le lieu apparent des Comètes, c'est la nutation de l'axe de la Terre; cette cause n'a aucune action sur les latitudes; son effet sur la longitude est le même pour tous les Astres. Pour calculer cet effet, il faut prendre dans la *Connoissance des Temps* ou dans les Tables astronomiques, le lieu du nœud ascendant de la Lune, & y ajouter trois Signes ou 90^d , on aura l'argument de la nutation. Dites, comme le sinus de l'obliquité de l'écliptique est au cosinus de l'argument, ainsi $9''$ sont à la nutation. Cette nutation, appliquée à la longitude vraie pour la convertir en longitude apparente, est additive ou soustractive, suivant que le cosinus de l'argument est positif ou négatif. Nous ne corrigeons point notre Comète de l'effet de la nutation; son lieu ayant été déterminé probablement sur le lieu vrai d'une Étoile, se trouve tout naturellement dépouillé de cet effet. La nutation l'auroit fait paroître de $22''$ plus orientale qu'elle n'étoit réellement. Ceci au reste n'est qu'une approximation; si l'on veut avoir avec plus de précision l'effet de la nutation, il faut faire les trois analogies suivantes.

134 est à 180 , comme la tangente de l'argument est à la tangente du même argument réduit.

Le sinus de l'argument réduit est au sinus de l'argument simple, comme $9''$ à une quantité que je nomme q .

Le sinus de l'obliquité de l'écliptique est au cosinus de l'argument, comme q est à l'effet de la nutation.

Cet effet sera borné par ces analogies à $17''$ dans notre exemple.

A R T I C L E S E C O N D.

Du calcul des Comètes dans une orbite elliptique.

Le calcul des Comètes dans l'ellipse ne diffère du calcul dans

dans la parabole que par rapport à deux élémens, l'anomalie vraie & le rayon vecteur. Nous prendrons pour exemple la Comète de 1759, & nous supposerons les élémens de son orbite, tels qu'ils ont été déterminés par l'Abbé de la Caille. Quant à la durée de la révolution, nous la supposerons de 28070 jours, telle que Clairaut a établi qu'il falloit la supposer en 1759. Donc le demi-grand axe $A = 18,07597$. On trouve ce demi-grand axe de la manière suivante. La révolution est, avons-nous dit, de 28070 jours, ou, réduisant en années sidérales, de 76,85147 ans.

Du logarithme de 76,85147..... 1,8856522.

Otez le tiers de ce logarithme..... 0,6285507.

Il reste..... 1,2571015.

C'est le logarithme de A . Il est facile de s'apercevoir que cette pratique est fondée sur la seconde loi de Képler : les temps des révolutions des Planètes, dans des orbites elliptiques autour d'un foyer commun, sont comme les racines quarrées des cubes de leurs distances moyennes ou de leurs demi-grands axes. Ici la distance moyenne de la Terre au foyer commun = 1. Sa révolution périodique est aussi = 1 (an.). On a donc $1 : \odot :: 1^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}$ ou $1 : 1 :: \odot : A^{\frac{3}{2}}$; donc $\odot = A^{\frac{2}{3}}$; donc $A = \odot^{\frac{3}{2}}$.

Du demi-grand axe..... 18,07597.

Otez la distance périhélie..... 0,58380.

Il reste l'excentricité e 17,49217.

Ajoutez à e le demi-grand axe A 18,07597.

Vous aurez la distance aphélie a 35,56814.

Pour avoir l'excentricité rapportée au demi-grand axe de l'orbite ou e , dites, $A : 1 :: e, e$.

Logarithme de e 1,2428437.

Logarithme de A 1,2571015.

Logarithme de e 0,9857422.

Il faut réduire cette excentricité ϵ en secondes de degrés, en disant, si le rayon contient $57^d 17' 44'',8$ ou $206264'',8$, combien ϵ en contiendra-t-il?

Logarithme du rayon..... $5,3144251$.

Logarithme de ϵ $0,9857422$.

Logarithme de ϵ , réduit en secondes.. $5,3001673$.

Enfin pour avoir le demi-petit axe a , on a par la propriété de l'ellipse $a = \sqrt{(\pi a)}$.

Logarithme de π $9,7662640$.

Logarithme de a $1,5510610$.

Somme..... $1,3173250$.

Demi-somme ou logar. de a $0,6586625$.

Les autres élémens que nous empruntons de l'Abbé de la Caille, sont

N , lieu du nœud ascendant..... $53^d 49' 0''$.

I , Inclinaison de l'orbite..... $17. 38. 0$.

P , lieu du périhélie..... $303. 15. 30$.

Passage au périhélie, Mars..... $12,5625$ jours.

Le mouvement étoit rétrograde.

P R O B L È M E V I.

Déterminer l'anomalie vraie d'une Comète mue dans une orbite elliptique.

Ce problème, connu communément sous le nom de *Problème de Képler*, a réellement été proposé d'abord par ce savant Astronome. En combinant avec la plus profonde sagacité un nombre presque infini d'observations célestes, il étoit parvenu à dévoiler les loix que l'Auteur de la Nature a prescrites aux Planètes, dans leurs mouvemens autour de leur foyer commun. Pour porter la théorie des mouvemens célestes à son plus haut point de perfection, il restoit à

déterminer quelle devoit être l'anomalie vraie d'une Planète, après un intervalle de temps connu & écoulé depuis son passage par une extrémité du grand axe de son orbite. Képler n'a pu résoudre ce problème, & les Géomètres qui sont venus depuis en ont tenté infructueusement la solution directe; on est donc obligé de recourir à des méthodes indirectes, & voici celle qui m'a paru la plus expéditive.

Je suppose que l'on sait 1.^o ce que c'est que l'anomalie moyenne Ω , l'anomalie de l'excentrique ou l'anomalie excentrique ω & l'anomalie vraie v des Planètes; ces connoissances regardent l'Astronomie en général, elles ne forment pas ici mon objet; voyez la Caille^a, la Lande, &c.

^a Leçons
d'Astronomie,
n.^o 189.

Je suppose 2.^o ce qui est démontré dans les mêmes Ouvrages, que

$$(1) \sqrt{a} : \sqrt{r} :: \text{tang. } \frac{1}{2} \omega : \text{tang. } \frac{1}{2} v.$$

$$(2) \text{Sin. total} : \text{sin. } \omega :: \epsilon \text{ en secondes} : \omega - \Omega.$$

On demande quelle devoit être l'anomalie vraie de la Comète de 1759, le 27 Janvier, à 6^h 35' 50"; ces fractions de jours, réduites en décimales, donneront 0,28852.

— Du temps du passage au périhélie, Mars 12,56250.

Otez l'instant donné..... Janvier 27,28852.

Il reste l'intervalle de temps, t 44,27398.

Si l'instant donné suivoit celui du passage au périhélie, il faudroit de cet instant donné ôter celui du passage.

On aura l'anomalie moyenne Ω par cette analogie,

$$\Theta : t :: 360^d = 1296000'' : \Omega.$$

Logar. de 1296000''..... 6,1126050.

Logar. de $t = 44,27398$ 1,6461486.

Somme..... 7,7587536.

Logarithme de $\Theta = 28070$ jours... 4,4482424.

Logarithme de Ω , anomalie moyenne.. 3,3105112.

L l ij

L'anomalie moyenne est donc de $2044^{\circ},143$ ou de $34^{\circ} 4',143$. Cette opération ne peut pas être trop précise, il est nécessaire de joindre à la valeur de Ω en secondes au moins deux décimales.

Il faudroit maintenant, de l'anomalie moyenne connue, pouvoir conclure l'anomalie vraie; mais, comme nous l'avons dit plus haut, nous n'avons pas encore pour cela de méthodes directes. Les ellipses que décrivent les Comètes sont ordinairement très-alongées, & par conséquent fort approchantes de la parabole; donc l'anomalie vraie dans la parabole sera une anomalie vraie approchée pour l'ellipse; cherchons donc d'abord quelle seroit l'anomalie vraie dans la parabole.

Logarithme de l'intervalle t $1,6461486$.

Otez-en $\frac{3}{2}$ du logarithme de π $9,6493960$.

Il reste..... $1,9967526$.

C'est le logarithme de 99,255 jours, & à ce nombre de jours, dans la Table générale, répond une anomalie vraie de $86^d 8' 50''$, telle seroit en effet l'anomalie, si l'orbite étoit parabolique. Pour avoir cette anomalie dans l'ellipse, on peut se servir de notre Table III, en voici l'usage.

Du logarithme de π $9,7663$.

Otez le logarithme de A $1,5581$.

Il reste..... $8,2082$.

Avec l'anomalie vraie, trouvée pour la parabole, cherchez dans la seconde colonne de la Table, le logarithme de correction qu'il faut employer pour réduire l'anomalie de la parabole à l'ellipse, vous trouverez $+ 2,6467$.

A ce logarithme..... $+ 2,6467$.

Ajoutez le reste obtenu ci-dessus..... $8,2082$.

La somme est..... $+ 0,8549$.

C'est le logarithme de $7',16$ ou de $7' 10''$, qu'il faut ajouter à l'anomalie vraie dans la parabole, parce qu'en tête de la colonne on lit le mot *additive*; & l'anomalie vraie dans l'ellipse fera à peu-près $86^d 16' 0''$. On voit que dans toute cette opération, il ne faut prendre que les quatre premières décimales des logarithmes, puisque la Table ne s'étend pas au-delà. Le résultat de l'opération donne des minutes, auxquelles il faut ajouter deux décimales, qu'on réduira en secondes en les multipliant par 6, & supprimant le dernier chiffre. Cette Table est de Simpson (a).

*Miscellanea
Tract., p. 62.*

Nous avons dit que cette Table donnoit à peu-près la réduction de l'anomalie vraie dans la parabole à l'anomalie vraie dans l'ellipse. En effet, les ellipses n'étant pas toutes des courbes semblables, comme le sont les cercles & les paraboles, il n'étoit guère possible d'exprimer par une seule & même formule le rapport de leurs anomalies vraies avec les autres élémens de leur orbite. Dans la formule que Simpson a imaginée, il a été forcé de négliger quelques termes dont l'influence dans les résultats pouvoit devenir sensible. Si l'on veut donc connoître avec toute la précision possible l'anomalie vraie dans l'ellipse, on peut employer la méthode suivante.

(a) La Table que donne l'Abbé de la Caille (*Leçons d'Astronomie, avant le n.º 857*), n'est autre que celle de Simpson, aux logarithmes de laquelle il a constamment ajouté le logarithme de 60 ou 1,7782 : l'opération faite sur cette Table, donne directement des secondes. Dans notre exemple, on auroit trouvé pour logarithme de correction, dans la Table de l'Abbé de la Caille, 4,4248, & ce logarithme ajouté au reste 8,2082, donne 2,6330 logarithme de $430'' = 7' 10''$. Nous avons cru pouvoir conserver la Table

de Simpson, parce qu'il ne nous a pas paru plus difficile de convertir la fraction décimale 0,16 en secondes, en la multipliant par 60, que de convertir les $430''$ en $7' 10''$, en les divisant par 60. Ceux qui se serviront de la Table de l'Abbé de la Caille, doivent corriger d'abord une erreur qui s'y est glissée. Au haut des colonnes pour la correction de l'anomalie, on a mis par tout *Additive*, où il falloit *Soustractive*, & *Soustractive* où il falloit *Additive*. Nous expliquerons au Problème XV la construction de la Table de Simpson.

Supposez deux anomalies vraies données, entre lesquelles l'anomalie vraie qu'on vient de trouver tiennent à peu-près le milieu, & qui ne diffèrent entr'elles que de 3, 4, 5 ou tout au plus 6 minutes. Avec le secours des deux analogies (1) & (2), établies ci-dessus, cherchez l'anomalie excentrique & l'anomalie moyenne qui conviennent à chacune des deux anomalies vraies supposées. Si l'une des deux anomalies moyennes ainsi conclue, est précisément la même que celle que nous avons trouvée plus haut, l'anomalie vraie & l'anomalie excentrique correspondantes, auront toute la précision qu'on peut désirer; sinon, une simple règle de proportion fera connoître l'une & l'autre. L'exemple éclaircira tout ceci.

Nous avons trouvé plus haut que l'anomalie moyenne de la Comète de 1759 étoit, le 27 Janvier à $6^h 35' 50''$, de $34' 4''$, 143. Nous venons de trouver que l'anomalie vraie étoit alors de $86^d 16' 0''$. Faisons les deux suppositions suivantes.

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.	II. ^e HYPOTHÈSE.
Anomalie vraie ν	$86^d 15' 0''$	$86^d 18' 0''$
$\frac{1}{2} \nu$	43. 7. 30	43. 9. 0.
Tangente $\frac{1}{2} \nu$	9,9715552	9,9719350.
Logar. $\sqrt{\pi}$ ou $\frac{1}{2}$ logar. π	9,8831320	9,8831320.
Somme.....	9,8546872	9,8550670.
Otez-en le logar. $\sqrt{\alpha}$ ou $\frac{1}{2}$ logar. α ...	0,7755305	0,7755305.
Reste ou tangente de $\frac{1}{2} \omega$	9,0791567	9,0795365.
$\frac{1}{2} \omega$	$6^d 50' 32'', 607$	$6^d 50' 53'', 952$.
Donc ω ou anomalie excentrique.....	13. 41. 5,214	13. 41. 47,904.
Sinus ω	9,3739782	9,3743472.
Logar. de ε en secondes.....	5,3001673	5,3001673.
Logarithme de $\omega - \Omega$	4,6741455	4,6745145.
Donc $\omega - \Omega =$	$47222'', 120$	$47262'', 261$.
Ou réduisant en minutes.	$787' 2'', 120$	$787' 42'', 261$.

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.	II. ^e HYPOTHÈSE.
Ou enfin réduisant en degrés.....	13 ^d 7' 2",120	13 ^d 7' 42",261.
Donc de ω	13. 41. 5,214	13. 41. 47,904.
Otez $\omega - \Omega$	13. 7. 2,120	13. 7. 42,261.
Il reste Ω ou l'anomalie moyenne....	34. 3,094	34. 5,643.

L'anomalie moyenne véritable devoit être 34' 4",143, de 1",049 plus forte que celle qu'on a conclue de la première hypothèse. D'autre part, les anomalies vraies supposées différoient de 3' ou de 180", & les anomalies moyennes conclues des deux hypothèses diffèrent de 2",549. Je dis,

$$2",549 : 180" :: 1",049 : 74".$$

C'est donc 74" ou 1' 14" qu'il falloit ajouter à l'anomalie vraie de la première hypothèse, pour qu'elle correspondît précisément à 34' 4",143 d'anomalie moyenne. Ainsi l'anomalie vraie sera bien précisément de 86^d 16' 14". On fera une pareille proportion pour trouver l'anomalie excentrique; la différence entre les anomalies excentriques des deux hypothèses est de 42",7; on dira,

$$2",549 : 42",7 :: 1",049 : 17",6.$$

Ajoutant 17",6 à 13^d 41' 5",2, anomalie excentrique de la première hypothèse, on aura 13^d 41' 22",8 pour véritable anomalie excentrique.

L'anomalie vraie déterminée, il faut trouver le lieu héliocentrique de la Comète; le procédé pour l'ellipse est absolument le même que pour la parabole. L'anomalie vraie est positive, parce que le mouvement de la Comète est rétrograde, & qu'elle n'a pas encore passé par son périhélie. Ainsi,

Au lieu du périhélie P	303 ^d 15' 30",
J'ajoute l'anomalie vraie +	86. 16. 14.
Somme ou lieu dans l'orbite K ...	29. 31. 44.
J'en ôte le lieu du nœud ascendant N .	53. 49. 0.
Reste ou argument de la latitude u ..	335. 42. 44.

La Comète est rétrograde; donc son inclinaison doit être censée négative. Nous avons dit qu'elle étoit de $17^{\text{d}} 38'$,

$$\text{Sinus de } u \dots\dots\dots - 9,6141798.$$

$$\text{Sinus de } I \dots\dots\dots - 9,4813342.$$

$$\text{Sinus de } \lambda \dots\dots\dots + 9,0955140.$$

La latitude héliocentrique λ est donc de $7^{\text{d}} 9' 27''$ au nord.

$$\text{Tangente de } u \dots\dots\dots 9,6544274.$$

$$\text{Cosinus de } I \dots\dots\dots 9,9790996.$$

$$\text{Tangente de } u \dots\dots\dots 9,6335270.$$

$$\text{C'est la tangente de } \dots\dots\dots 336^{\text{d}} 43' 46''.$$

$$\text{Il faut lui ajouter } N. \dots\dots\dots 53. 49. 0.$$

$$\text{Somme ou } \kappa \dots\dots\dots 30. 32. 46.$$

C'est le lieu héliocentrique de la Comète, réduit à l'écliptique.

P R O B L È M E V I I.

Déterminer le rayon vecteur r dans l'ellipse.

On peut se servir de la Table III pour corriger le logarithme du rayon vecteur déjà déterminé dans la parabole; l'usage en est absolument le même que pour la correction de l'anomalie vraie. Au logarithme de $\frac{\pi}{A}$ on ajoute le logarithme qu'on trouve dans la Table, & l'on obtient le logarithme d'un nombre qu'il faut toujours soustraire du logarithme du rayon vecteur trouvé pour la parabole. Mais il me paroît beaucoup plus court de chercher ce rayon vecteur par quelques-unes des formules que nous fournissent les propriétés de l'ellipse. La plus simple, à mon avis, est la suivante.

$$r = \frac{a \cdot \sinus \omega}{\sinus v}.$$

Logarithme

Logarithme du petit axe a	0,6586625.
Sinus de ω ; anomalie excentrique....	9,3741246.
Somme.....	0,0327871.
Sinus de ν , anomalie vraie.....	9,9990794.
Logarithme de r rayon vecteur.....	0,0337077.

Tout le reste de l'opération est le même pour l'ellipse & pour la parabole.

Lieu héliocentrique de la Comète κ ..	30 ^d 32' 46"
Lieu de la Terre T	127. 40. 28.
Différence, commutation.....	97. 7. 42.
Demi-commutation.....	48. 33. 51.
Son complément.....	41. 26. 9.
<hr/>	
Logarithme de r	0,0337077.
Cofinus de λ	9,9966025.
Somme, logarithme de ρ	0,0303102.
Logarithme de R	9,9937180.
Otez le plus petit du plus grand....	0,0365922.
C'est le logarithme tangente de....	47 ^d 24' 39" $\frac{5}{3}$.
Otez-en.....	45. 0. 0.
<hr/>	
Il reste.....	2. 24. 39. $\frac{5}{3}$.
Tangente de ce reste.	8,6243177.
Tangente du complément 41 ^d 26' 9".	9,8383263.
<hr/>	
Somme.....	8,4626440.

C'est la tangente de 2^d 7' 43", qu'il faut ajouter au complément de la demi-commutation, parce que ρ étant plus grand que R , l'angle qui lui est opposé doit être plus grand que celui qui est opposé à R .

Au complément de la demi-commut.	41 ^d 26' 9"
J'ajoute.....	2. 7. 43.
Somme ou élongation.....	43. 33. 52.
Ajoutez S , lieu du Soleil.....	307. 40. 28.
Lieu géocentrique C de la Comète..	351. 14. 20.

On a ajouté l'élongation au lieu du Soleil, parce que $\kappa - T$ est ici plus grand que 180° . Le lieu de la Comète observé fut ce même jour de $35^d 1^h 8' 7''$, de $6' 13''$ moins avancé que celui que nous venons de trouver par le calcul.

Quant à la latitude,

Sinus d'élongation..... $9,8383263$.

Tangente de λ $9,0989115$.

Somme..... $18,9372378$.

Sinus de commutation..... $9,9966302$.

Il reste la tangente de L $8,9406076$.

La latitude géocentrique L étoit donc suivant le calcul, de $4^d 59' 5''$, elle fut observée de $5^d 0' 7''$, la différence n'est que de $1' 2''$.

On peut appliquer ici ce que nous avons dit de l'aberration & de la parallaxe, au Problème V.

SECTION TROISIÈME.

Détermination de l'orbite des Comètes d'après les Observations qu'on a faites de son mouvement géocentrique.

DANS le dernier siècle, les Auzout, les Pardies, les Cassini, d'après les premières observations d'une Comète, entreprenoient de déterminer la route qu'elle devoit suivre durant tout le cours de son apparition; ils en dressaient des Éphémérides, ils en concluoient le lieu de son périégée & de son nœud, l'inclinaison de son orbite tant sur le plan de l'Équateur que sur celui de l'Écliptique, &c. Nous avons encore quelques-unes de ces Éphémérides; passablement exactes pour les jours qui suivoient immédiatement les

premières observations, elles ne tarديوient pas pour l'ordinaire à frustrer l'espérance qu'on avoit conçue de leur exactitude; presque toutes étoient sur-tout absolument en défaut, lorsque la Comète en s'éloignant de la Terre commençoit à disparaître : la Comète fait alors assez ordinairement une espèce de retour sur sa direction primitive, retour qu'il n'étoit pas facile de concilier avec les anciens préjugés, qu'on n'avoit pas encore entièrement secoués. On regardoit le mouvement optique & apparent des Comètes, comme leur mouvement propre & véritable; on ne pensoit pas à dégager ce mouvement apparent des illusions optiques occasionnées par la combinaison du mouvement propre des Comètes avec le mouvement de la Terre; leur mouvement en un mot étoit presque par-tout rapporté à la Terre & non au Soleil. Maintenant qu'on ne doute plus que le vrai foyer de l'orbite des Comètes ne soit au centre du Soleil, à quoi nous serviroit-il de donner des règles incertaines & souvent fautives pour déterminer, d'après deux ou trois observations, la route apparente qu'une Comète doit tenir entre les Étoiles fixes, le lieu apparent de son nœud & de son périégée, l'inclinaison de son orbite, le temps où elle sera périégée, &c ! Si quelqu'un pense cependant que ces problèmes puissent être de quelque utilité pour dresser des éphémérides cométaires, il en trouvera la solution dans l'*Astronomie Physique* de Grégori (liv. V, sect. II, prop. 7 & suiv.) Nous croyons que le seul moyen de représenter avec quelque exactitude la route apparente d'une Comète, est de commencer par déterminer les élémens de sa véritable orbite; on calculera ensuite par la méthode proposée dans la Section précédente, toutes les apparences qu'elle doit avoir, à tel jour & à telle heure que l'on voudra choisir.

Entre tous les problèmes qui ont été proposés sur la détermination du mouvement apparent des Comètes, il en est cependant un qui peut avoir une utilité bien réelle, celle de conclure pour une époque donnée la longitude & la latitude d'une Comète, d'après des observations faites

antérieurement & postérieurement à cette époque. Nous extrayons ce problème des *Principes* de Newton, (liv. III, lemmes 5 & 6).

P R O B L È M E V I I I.

Plusieurs Observations de la longitude ou de la latitude d'une Comète étant données, trouver la longitude ou la latitude qu'elle a dû avoir à un instant intermédiaire entre les Observations données?

Soient T' , T'' , T''' , &c. les temps auxquels ont été faites les observations données; prenez $\theta' = T'' - T'$, $\theta'' = T''' - T''$, $\theta''' = T^{iv} - T'''$, &c. $\vartheta' = T''' - T'$, $\vartheta'' = T^{iv} - T''$, $\vartheta''' = T^v - T'''$, &c. $\tau' = T^{iv} - T'$, $\tau'' = T^v - T''$, &c. $\gamma' = T^v - T'$, &c. $\Theta' = T^{vi} - T'$. On voit que l'on prend ici les temps des observations données d'abord successivement, ensuite de deux en deux, puis de trois en trois, de quatre en quatre, &c. Soit de plus $t =$ le temps intermédiaire pour lequel on cherche la longitude ou la latitude de la Comète, retranchez ce temps intermédiaire de tous les T ou de tous les temps des observations, pour avoir les restes $T' - t$, $T'' - t$, $T''' - t$.

Newton distingue deux cas dans ce Problème; ou les θ sont tous égaux, ou ils ne le sont pas.

I.^{er} Cas. Si les θ sont égaux, désignant par L les longitudes ou les latitudes données, faites $b' = L' - L''$, $b'' = L'' - L'''$, $b''' = L''' - L^{iv}$, &c. $c' = b' - b''$, $c'' = b'' - b'''$, &c. $d' = c' - c''$, $d'' = c'' - c'''$, &c. ainsi de suite jusqu'à la dernière différence. Soit enfin $p = T' - t$, $q = \frac{1}{2} p (T'' - t)$, $r = \frac{1}{3} q (T''' - t)$, $s = \frac{1}{4} r (T^{iv} - t)$, $u = \frac{1}{5} s (T^v - t)$, & ainsi de suite jusqu'au dernier $(T - t)$ exclusivement. Si l'on a été attentif à bien placer les signes dans toute cette opération,

la longitude ou la latitude cherchée sera $= L' + b' p + c' q + d' r + e' s + \theta' u$, &c. Ce cas de l'égalité des θ doit être extrêmement rare; il a l'avantage de sauver l'emploi des \mathfrak{S} , τ , η , Θ , &c. Si ce cas venoit à échoir, je doute qu'on pût avoir besoin de connoître la longitude ou la latitude de la Comète à des temps intermédiaires; il y auroit même alors des méthodes plus expéditives pour résoudre le problème. C'est par ces considérations que nous nous dispensons de donner un exemple de ce premier cas.

II.^e Cas. Les θ sont inégaux. Prenez, comme dans le premier cas, $b' = L' - L''$, $b'' = L'' - L'''$, &c. & faites $\beta' = \frac{b'}{\theta'}$, $\beta'' = \frac{b''}{\theta''}$, $\beta''' = \frac{b'''}{\theta'''}$, &c. Soit ensuite $c' = \beta' - \beta''$, $c'' = \beta'' - \beta'''$, &c. & $\gamma' = \frac{c'}{\mathfrak{S}'}$, $\gamma'' = \frac{c''}{\mathfrak{S}''}$, &c. puis $d' = \gamma' - \gamma''$, $d'' = \gamma'' - \gamma'''$, &c. & $\delta' = \frac{d'}{\tau'}$, $\delta'' = \frac{d''}{\tau''}$, &c. & pareillement $e' = \delta' - \delta''$, $e'' = \delta'' - \delta'''$; $\epsilon' = \frac{e'}{\gamma'}$, $\epsilon'' = \frac{e''}{\gamma''}$, &c. Maintenant soit $p = T' - t$, $q = p (T'' - t)$, $r = q (T''' - t)$, $s = r (T^{iv} - t)$ jusqu'au dernier $(T - t)$ exclusivement. La longitude ou la latitude demandée sera $= L' + \beta' p + \gamma' q + \delta' r + \epsilon' s + \zeta' u$, &c. L'exemple que nous allons proposer est choisi dans le cas le plus défavorable, celui d'un mouvement très-prompt de la Comète en longitude; c'est ce qui nous oblige à employer six observations, les b excédant 10 & même 12 degrés. Si les b les plus forts n'eussent été que de 6 ou 7 degrés, nous n'aurions employé que cinq observations; que quatre seulement, si les premières différences des L ou les b eussent été peu considérables. En 1769, on a fait les observations suivantes de la longitude de la Comète qui paroissoit alors.

	Temps moyen, Méridien de Paris.				Longitude observée.			
	J.	H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.
Août.	28.	13.	50.	55. = T^I	1.	28.	51.	27. = L^I
	31.	12.	16.	25. = T^{II}	2.	6.	20.	38. = L^{II}
Septemb.	2.	12.	50.	23. = T^{III}	2.	12.	57.	17. = L^{III}
	5.	12.	57.	53. = T^{IV}	2.	25.	13.	20. = L^{IV}
	7.	13.	41.	13. = T^V	3.	5.	27.	32. = L^V
	9.	14.	16.	10. = T^{VI}	3.	16.	50.	46. = L^{VI}

Après avoir réduit les fractions de jours en fractions décimales, on prendra les différences des temps, d'abord successivement, ensuite de deux en deux, puis de trois en trois, & ainsi de suite jusqu'à la différence des deux temps extrêmes.

$$\begin{aligned}
 \text{Août } 28.57703 &= T^I & 2.93437 &= T^{II} - T^I = \delta^I \\
 31.51140 &= T^{II} & 2.02359 &= T^{III} - T^{II} = \delta^{II} & 4.95796 &= T^{III} - T^I = \delta^I. \\
 \text{Sept. } 2.53499 &= T^{III} & 3.00521 &= T^{IV} - T^{III} = \delta^{III} & 5.02880 &= T^{IV} - T^{II} = \delta^{II}. \\
 5.54020 &= T^{IV} & 2.03009 &= T^V - T^{IV} = \delta^{IV} & 5.03530 &= T^V - T^{III} = \delta^{III}. \\
 7.57029 &= T^V & 2.02427 &= T^{VI} - T^V = \delta^V & 4.05436 &= T^{VI} - T^{IV} = \delta^{IV}. \\
 9.59456 &= T^{VI} & & & & \\
 7.96317 &= T^{IV} - T^I = \tau^I & 9.99326 &= T^V - T^I = \tau^I \\
 7.05889 &= T^V - T^{II} = \tau^{II} & 9.08316 &= T^{VI} - T^{II} = \tau^{II} & 12.01753 &= T^{VI} - T^I = \tau^I - \tau^I. \\
 7.05957 &= T^{VI} - T^{III} = \tau^{III} & & & &
 \end{aligned}$$

Supposons maintenant qu'on veuille connoître la longitude que devoit avoir la Comète le 4 Septembre à $13^h 57' 8''$, ou en Septembre $4,58134$, réduction faite des fractions en fractions décimales. On a donc $t =$ Septembre $4,58134$; retranchez t de tous les temps des observations données, les différences seront

$$\begin{aligned}
 T^I - t &= -7,00431. \\
 T^{II} - t &= -4,06994. \\
 T^{III} - t &= -2,04635. \\
 T^{IV} - t &= +0,95886. \\
 T^V - t &= +2,98895. \\
 T^{VI} - t &\text{ n'est pas employé.}
 \end{aligned}$$

Cette opération faite, prenez successivement les différences des longitudes données, retranchant toujours la suivante de la précédente, & réduisez ces différences en secondes, & divisez-les par les différences des temps θ , prises successivement de l'un à l'autre, pour avoir les β .

Longitudes observées.

S.	D.	M.	S.		D.	M.	S.		Differences.
1.	28.	51.	27	=	L ^I	—	7.	29.	11 = — 26951 ^{II} = L ^I — L ^{II} = b ^I .
2.	6.	20.	38	=	L ^{II}	—	6.	36.	39 = — 23799 = L ^{II} — L ^{III} = b ^{II} .
2.	12.	57.	17	=	L ^{III}	—	12.	16.	3 = — 44163 = L ^{III} — L ^{IV} = b ^{III} .
2.	25.	13.	20	=	L ^{IV}	—	10.	14.	12 = — 36852 = L ^{IV} — L ^V = b ^{IV} .
3.	5.	27.	32	=	L ^V	—	11.	23.	14 = — 40994 = L ^V — L ^{VI} = b ^V .
3.	16.	50.	46	=	L ^{VI}				

$$\frac{\beta^I}{\theta^I} = \frac{-26951}{2,93437} = -9184,596 = \beta^I.$$

$$\frac{\beta^{II}}{\theta^{II}} = \frac{-23799}{2,02359} = -11760,783 = \beta^{II}.$$

$$\frac{\beta^{III}}{\theta^{III}} = \frac{-44163}{3,00521} = -14695,482 = \beta^{III}.$$

$$\frac{\beta^{IV}}{\theta^{IV}} = \frac{-36852}{2,03009} = -18152,891 = \beta^{IV}.$$

$$\frac{\beta^V}{\theta^V} = \frac{-40994}{2,02427} = -20251,248 = \beta^V.$$

Les différences c des β , prises successivement & divisées par les différences \mathfrak{S} des temps prises de deux en deux, donneront les γ .

	<i>Differences.</i>	
$\beta^I = -9184,596$	$+ 2576,187 = c^I$	$\frac{c^I}{\mathfrak{S}^I} = \frac{2576,187}{4,95796} = + 519,60631 = \gamma^I.$
$\beta^{II} = -11760,783$	$+ 2934,699 = c^{II}$	$\frac{c^{II}}{\mathfrak{S}^{II}} = \frac{2934,699}{5,02880} = + 583,57838 = \gamma^{II}.$
$\beta^{III} = -14695,482$	$+ 3457,409 = c^{III}$	$\frac{c^{III}}{\mathfrak{S}^{III}} = \frac{3457,409}{5,03530} = + 686,63412 = \gamma^{III}.$
$\beta^{IV} = -18152,891$	$+ 2098,357 = c^{IV}$	$\frac{c^{IV}}{\mathfrak{S}^{IV}} = \frac{2098,357}{4,05436} = + 51,75558 = \gamma^{IV}.$
$\beta^V = -20251,248$		

Les différences des γ , prises pareillement en retranchant toujours le nombre suivant du précédent, & divisées par les différences des temps τ , prises de trois en trois, donneront les δ .

$$\begin{array}{rcl}
 \gamma^I + 519,60631 & \text{Différences.} & \\
 - 63,97207 = d^I. & \frac{d^I}{\tau^I} = \frac{-63,97207}{7,96317} = -8,03349 = \delta^I. & \\
 \gamma^{II} + 583,57838 & & \\
 - 103,05574 = d^{II}. & \frac{d^{II}}{\tau^{II}} = \frac{-103,05574}{7,05889} = -14,59922 = \delta^{II}. & \\
 \gamma^{III} + 686,63412 & & \\
 + 634,87854 = d^{IV}. & \frac{d^{IV}}{\tau^{III}} = \frac{+634,87854}{7,05957} = +89,93161 = \delta^{III}. & \\
 \gamma^{IV} + 51,75558 & &
 \end{array}$$

Les différences ϵ se trouveront en divisant les δ où les différences des δ , par les η ou les différences de temps prises de quatre en quatre.

$$\begin{array}{rcl}
 \delta^I - 8,03349 & \text{Différences.} & \\
 + 6,56573 = \epsilon^I. & \frac{\epsilon^I}{\eta^I} = \frac{+6,56573}{9,99326} = +0,6570 = \epsilon^I. & \\
 \delta^{II} - 14,59922 & & \\
 - 104,53083 = \epsilon^{II}. & \frac{\epsilon^{II}}{\eta^{II}} = \frac{-104,53083}{9,08316} = -11,5082 = \epsilon^{II}. & \\
 \delta^{III} + 89,93161 & &
 \end{array}$$

Enfin ζ sera égal à la différence f des deux ϵ divisée par Θ , différence des deux temps extrêmes.

$$\begin{array}{rcl}
 \epsilon^I + 0,6570 & \text{Différence.} & \\
 + 12,1652 = f. & \frac{f}{\Theta} = \frac{12,1652}{12,0175} = 1,0123 = \zeta. & \\
 \epsilon^{II} - 11,5082 & &
 \end{array}$$

Que l'on fasse maintenant $p = T^I - t$, $q = p (T^{II} - t)$, $r = q (T^{III} - t)$, $s = r (T^{IV} - t)$, $u = s (T^V - t)$; cette opération se fait par simples logarithmes, sans qu'il soit nécessaire de chercher les nombres auxquels appartiennent ces logarithmes.

$$\begin{array}{l}
 \text{Logarithme de } p - 0,8453653 = T - t. \\
 \text{de } (T^{II} - t) - 0,6095880. \\
 \text{de } q + 1,4549533. \\
 \text{de } (T^{III} - t) - 0,3109799.
 \end{array}$$

Logarithme

Logarithme de $r = 1,7659332$.de $(T^{IV} - t) = 9,9817552$.de $s = 1,7476884$.de $(T^V - t) = 0,4755186$.de $u = 2,2232070$.

La longitude cherchée devant être égale à la première longitude observée, ou à $L' + \beta' p + \gamma' q + \delta' r + \epsilon' s + \zeta' u$, on aura

$$\beta' p = \dots\dots\dots + 64331'',7.$$

$$\gamma' q = \dots\dots\dots + 14812,5.$$

$$\delta' r = \dots\dots\dots + 468,6.$$

$$\epsilon' s = \dots\dots\dots - 36,7.$$

$$\zeta' u = \dots\dots\dots - 169,2.$$

$$\text{Somme des termes positifs.} \dots\dots\dots + 79612,8.$$

$$\text{Somme des termes négatifs.} \dots\dots\dots - 205,9.$$

$$\text{Somme générale.} \dots\dots\dots + 79407''.$$

$$\text{Ou réduisant en degrés.} \dots\dots\dots + 22^d \ 3' \ 27''.$$

$$\text{Première longitude observée, } L.. \quad 58. \ 51. \ 27.$$

$$\text{Longitude demandée.} \dots\dots\dots 80. \ 54. \ 54.$$

$$\text{Ou.} \dots\dots\dots 2^f \ 20. \ 54. \ 54.$$

La longitude de la Comète avoit été réellement observée ce même jour 4 Septembre à $13^h \ 57' \ 8''$ en $2^f \ 20^d \ 55' \ 37''$; la différence entre le résultat du calcul & l'observation n'est que de $43''$, les observations d'une Comète ne sont guère susceptibles d'une plus grande précision.

Le calcul de la latitude se feroit absolument de même, sauf que le mouvement de la Comète en latitude ayant été très-lent, il ne faudroit employer que quatre observations. De plus, si la latitude venoit à changer dans l'intervalle des observations, que de boréale elle devînt australe, ou d'australe boréale, il faudroit affecter les latitudes australes du signe négatif —.

L. III, prop.
41.

D'observations faites sur terre, conclure la véritable orbite qu'une Comète a décrite autour du Soleil, c'est un problème qui a exercé la patience de presque tous les plus grands Géomètres de ce siècle. Newton qui le premier, je pense, en a entrepris la solution, en a pareillement reconnu le premier l'extrême difficulté, *problema hocce longè difficillimum*, dit-il. Le problème est cependant très-déterminé ; trois longitudes géocentriques données avec deux des latitudes correspondantes, ou trois latitudes données avec deux des longitudes correspondantes, suffisent à la rigueur pour déterminer l'orbite de la Comète ; mais les tentatives que nos plus habiles Analystes ont faites pour parvenir à cette détermination, les ont conduits à des équations d'un ordre si élevé, qu'ils ont enfin désespéré de parvenir à une solution directe du problème. C'est ce qui a fait dire à M. de la Grange, que dans l'état d'imperfection où est encore la théorie des équations, le seul objet qu'on puisse se proposer est de résoudre le problème par approximation^a. Newton se proposa le premier cet objet à la fin de son opuscule *De systemate mundi*^b. La solution qu'il imagina ensuite, & qu'il a publiée dans le troisième livre de ses Principes^c, est graphique. Quelqu'ingénieux que soient les théorèmes sur lesquels ce grand Géomètre a fondé sa méthode, elle paroît maintenant généralement abandonnée ; on a préféré sans doute des tâtonnemens sur le calcul à des tâtonnemens sur le papier, & les méthodes qu'on a proposées depuis, ont été jugées plus expéditives. Je parle de *tâtonnemens*, parce qu'en effet dans presque toutes ces méthodes on suppose qu'une ou plusieurs distances de la Comète, soit à la Terre, soit au Soleil, sont connues, quoiqu'elles ne le soient réellement pas ; cette supposition conduit à la détermination de quelques élémens de l'orbite de la Comète ; on a des moyens de s'assurer si ces élémens sont exacts ; s'ils ne le sont pas, ce qui doit presque toujours arriver dans les premières tentatives, on fait de nouvelles suppositions, & d'hypothèses en hypothèses on parvient enfin à découvrir les véritables distances qu'il falloit supposer d'abord.

^a Acad. de
Berlin, 1778,
p. 122.

^b Opuscul. t. II,
Opusc. XVII,
p. 65.

^c Prop. XLI,
probl. 21.

Ce n'est pas que quelques grands Géomètres n'aient tenté de résoudre directement le problème; mais pour éviter tous ces tâtonnemens, ils ont eu recours à d'autres suppositions qui ne pouvoient qu'induire le calculateur en erreur. On a choisi des observations très-voisines les unes des autres, & l'on a supposé que dans le court intervalle de temps écoulé entre les observations extrêmes, le mouvement de la Comète étoit rectiligne & uniforme; telle est entr'autres la méthode que Bouguer a proposée dans les *Mémoires de l'Académie*, année 1733. M. de la Grange a prouvé qu'il n'étoit pas permis de supposer l'orbite d'une Comète rectiligne, même dans un intervalle de temps infiniment petit, dès qu'on veut employer trois observations. J'ajouterai que plus l'intervalle de temps sera petit, plus les erreurs légères, presque inévitables dans les observations, influenceront sur les résultats; outre que cela se conçoit facilement, j'en ai eu des preuves d'expérience dans plusieurs calculs.

Acad. de Berlin,
1778, p. 134
& 135.

Il paroît donc que le problème peut se réduire à deux points principaux; il faut 1.^o déterminer une ou plusieurs distances approchées de la Comète au Soleil ou à la Terre; 2.^o conclure de ces distances approchées les élémens de l'orbite de la Comète, & corriger ces élémens, si, ce qui sans doute arrivera presque toujours, on découvre qu'ils ne sont point exacts. Dans tout ce qui va suivre, je ne dirai rien de moi. Mes guides principaux ont été M. Euler dans son ouvrage *De theoriâ motûs Planetarum & Cometarum*, imprimé en 1744. Lambert dans son *Traité De insignioribus orbitæ Cometarum proprietatibus*, publié en 1761; M. du Séjour dans son *Essai sur les Comètes* & dans son *Mémoire sur le même sujet*, imprimé dans les *Mémoires de l'Académie*, année 1779; M. de la Place dans son *Mémoire sur la détermination de l'orbite des Comètes*, *ibid.* année 1780; M. de la Grange, *Mémoires de l'Académie de Berlin*, année 1778; les *Dissertations sur la théorie des Comètes* qui ont concouru pour le Prix proposé par l'Académie de Berlin pour l'année 1778. L'objet de ce Prix étoit, pour me servir des termes

de l'illustre Académie qui le proposoit, « de perfectionner les
 » méthodes qu'on emploie pour calculer les orbites des Comètes
 » d'après les observations, de donner sur-tout des formules
 » générales & rigoureuses, qui renferment la solution du pro-
 » blème où il s'agit de déterminer l'orbite parabolique d'une
 » Comète par le moyen de trois observations, & d'en faire
 » voir l'usage, pour résoudre ce problème de la manière la
 plus simple & la plus exacte ». Le Prix a été partagé entre
 M. le Marquis de Condorcet & M. Tempelhoff; on a
 joint à leurs Dissertations deux Mémoires de M. Hennert,
 auxquels on avoit accordé l'*accessit*. J'ai consulté de plus divers
 Mémoires de M.^{rs} Lexell, Prospérin, Lambert, épars dans
 les Recueils des Académies de Berlin & de Pétersbourg, la
 Cométographie de Halley, les leçons d'Astronomie de l'Abbé
 de la Caille, l'Astronomie de M. de la Lande, les Mémoires
 de Fontaine, &c. J'ai tâché de recueillir ce qui m'a paru de
 plus simple & de plus exact dans tous ces ouvrages, j'ai cru
 même devoir éclaircir le tout par des exemples, persuadé
 que telle méthode qu'on juge excellente dans la théorie, peut
 n'être pas bonne dans la pratique, lorsqu'elle se trouve trop
 dépendante ou de la précision des observations, ou de la
 trop grande petitesse des angles & des autres grandeurs qu'on
 est forcé d'employer.

P R O B L È M E N E U V I È M E.

*Déterminer par observation les distances approchées d'une
 Comète, soit au Soleil, soit à la Terre.*

Il est facile de concevoir que si des deux distances de la
 Comète à la Terre & au Soleil, l'une est déterminée,
 l'autre le sera pareillement. Dans un triangle rectiligne dont
 les angles sont au Soleil, à la Terre & à la Comète, on
 connoît par observation l'angle à la Terre, il est égal à la
 différence entre la longitude du Soleil & la longitude
 observée de la Comète; de cet angle mesuré sur l'Écliptique,
 il est facile de conclure la distance angulaire du Soleil à la

Comète, mesuré sur le plan de l'orbite de la Comète. On connoît de plus un côté du triangle, savoir la distance du Soleil à la Terre. Si l'on parvient donc à déterminer un des deux autres côtés, on déterminera facilement l'autre par les règles de la Trigonométrie rectiligne. Il est donc absolument indifférent de chercher d'abord à déterminer la distance de la Comète au Soleil ou à la Terre.

Première solution.

Elle est de Newton^a, Gregori^b, Lambert^c, &c; ces noms sont respectables. Des différentes constructions que ces Savans ont données, celle que Gregori propose d'après Christophe Wren me paroît la plus simple.

Choisissez quatre observations faites à des intervalles de temps peu considérables, pour qu'on puisse supposer, sans erreur sensible, que durant l'intervalle total des observations, le mouvement de la Comète a été rectiligne & uniforme. Que la *figure 15* représente le plan de l'Écliptique, & *PQR S* une partie de l'orbite terrestre. Que lorsque la Terre étoit aux points *P, Q, R, S*, on ait rapporté la Comète au plan de l'Écliptique par les rayons visuels *PM, QO, RN, SK*, ou, ce qui revient au même, que ces rayons représentent les longitudes géocentriques observées de la Comète. Prolongez les deux premiers rayons jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en *A*. Prolongez pareillement les deux derniers jusqu'à leur rencontre en *B*. Le troisième rayon coupera les deux premiers en *E* & en *C*; marquez sur ce même rayon, du côté où la Comète a été observée, le point *G*, qui soit tel que $CE : CG :: \theta' : \theta'' + \theta'''$, c'est-à-dire, comme le temps écoulé entre la première & la seconde observation est au temps écoulé entre la seconde & la quatrième. Sur le second rayon *AQ*, qui coupe les deux derniers aux points *D* & *C*, marquez aussi du côté de la Comète le point *F*, de manière que $CD : CF :: \theta''' : \theta' + \theta''$. Des points *A* & *B*, par les points *G* & *F*, tirez les lignes *AG, BF*, & prolongez-les jusqu'à leur rencontre en *H*. Par le point *H*

^a *Arithm. univers. Probl. géom. 56.*

^b *Libro V. prop. 12.*

^c *Comet. prop. sect. III, probl. 30.*

Fig. 15.

tirez HM parallèle au troisième rayon BN , & HK parallèle au deuxième rayon AO ; ces deux parallèles détermineront sur le premier & le dernier rayon les points M & K , par lesquels vous tirerez la ligne $MONK$; les points M , O , N , K seront les lieux de la Comète projetée sur l'Écliptique au moment de chaque observation.

En effet, puisque nous supposons le mouvement de la Comète uniforme & rectiligne, les parties seront nécessairement proportionnelles aux temps écoulés. Or les parties de l'orbite, projetées sur l'Écliptique sont proportionnelles aux parties correspondantes de l'orbite réelle; donc elles sont pareillement proportionnelles aux temps écoulés. Le problème se réduisoit donc à couper les quatre rayons visuels par une ligne dont les parties fussent proportionnelles aux temps; or la ligne MN a cette propriété. Les parallèles HM & TN donnent $KN:NM::KT:TH$; & vu les parallèles HK , FD , on a $KT:TH::CD:CF$; donc $KN:NM::CD:CF$. Mais par construction, $CD:CF::\theta''':\theta'+\theta''$; donc $KN:NM::\theta''':\theta'+\theta''$. Pareillement à cause des parallèles HK , OX , on a $MO:OK::MX:XH$, & les parallèles HM , EG donnent $MX:XH::CE:CG$; donc $MO:OK::CE:CG::\theta':\theta''+\theta'''$ par construction. Donc la ligne MN est partagée par les rayons visuels en parties proportionnelles aux temps; donc elle peut représenter à peu-près la projection sur l'Écliptique de la partie de l'orbite décrite par la Comète dans l'intervalle de temps écoulé entre les observations. Donc si l'on construit une échelle où le rayon de l'orbite terrestre $PQRS$ soit divisé en 100 ou en 1000 parties, & que l'on porte sur cette échelle les distances PM , QO , RN , SK , on aura les rapports entre la distance de la Terre au Soleil, & les Δ ou distances accourcies de la Comète à la Terre. Connoissant les Δ , on connoitra facilement les D ou les distances réelles par l'analogie connue; cos. $L:1::\Delta:D$.

Cette méthode peut être utile, lorsque la Comète est au voisinage de la conjonction ou de son opposition avec le

Soleil; encore faut-il dans cette circonstance, que son mouvement géocentrique en longitude soit sensiblement plus prompt ou plus lent que celui de la Terre; s'ils étoient égaux, les lignes PM, QO, RN, SK seroient parallèles, & le problème seroit indéterminé. Si la Comète approchoit de ses quadratures, les mêmes lignes se confondroient, ou du moins les angles qu'elles formeroient en A & en B seroient si aigus, qu'il seroit comme impossible de distinguer les points de leurs rencontres, quand même on emploïroit une feuille de grand aigle pour construire la figure. Ajoutez à cela que la plus légère erreur dans les observations en occasionneroit alors une très-forte dans la détermination des points M & N . Nous ne conseillerions donc de recourir à cette construction que dans le cas où nous avons dit qu'elle pouvoit être utile. Alors même il faut que la figure soit construite au plus grand point possible, afin que les mouvemens de la Terre & de la Comète, dans des intervalles de temps très-courts, puissent y être déterminés avec une précision du moins approchée. Par la construction de la figure, on s'apercevra facilement que les intersections des rayons visuels C, D, E tomberont tantôt au-delà de l'orbite de la Terre par rapport à la Comète, tantôt au-delà de l'orbite de la Comète par rapport à la Terre, tantôt entre les deux orbites; la plus légère attention suffira pour juger des modifications qu'il conviendra d'apporter en ces différens cas à la construction que nous avons proposée, & sur-tout à sa démonstration.

On pourroit déterminer par le calcul les distances accourcies MP, OQ , &c; voyez Newton & Lambert; mais ce calcul seroit prolix & quelquefois même embarrassant, je pense qu'on fera bien de se l'épargner.

Deuxième solution.

Cette seconde méthode, qui est de M. de la Lande, est purement mécanique. On a un cercle de cuivre ou simplement de carton, de cinq à six pouces de rayon, représentant

l'orbite de la Terre, & divisé en ses trois cents soixante-degrés, ce cercle est évidé à moitié; il faut supposer sans doute que la partie pleine du cercle peut rouler dans une coulisse, pour laisser évidée la partie que doit traverser l'orbite de la Comète. Nous pensons même qu'il conviendrait que tout l'intérieur du cercle fût évidé, sauf trois rayons solides, pareillement mobiles, & qui se réuniroient au centre, où le Soleil est censé placé. Ce cercle représentera donc le plan de l'Écliptique, son rayon divisé en dix parties tiendra lieu d'échelle. On aura de plus onze paraboles ou plus si l'on veut, pareillement de cuivre ou de carton; la première aura pour distance périhélie, c'est-à-dire pour distance de son foyer à son sommet $\frac{1}{10}$, la seconde $\frac{2}{10}$, la troisième $\frac{3}{10}$ &c. du rayon de l'orbite terrestre; il est très-rare que la distance périhélie des Comètes excède $\frac{11}{10}$ de ce rayon. On divisera le limbe de toutes ces paraboles en jours, ce que l'on peut exécuter par le moyen de la Table générale. Nous joignons ici une petite Table qui peut abrégé le calcul, en voici l'usage. Cherchez dans la première colonne la distance périhélie de la parabole que vous voulez diviser; vous trouverez vis-à-vis dans la seconde colonne le coefficient par lequel il faudra multiplier le nombre de jours qu'on se propose de marquer sur le limbe; le produit, cherché dans la Table générale du mouvement des Comètes, dans la colonne des jours, donnera l'anomalie vraie pour le nombre de jours désigné. On veut diviser en jours, par exemple, la parabole 0,4, c'est-à-dire celle dont la distance périhélie est $\frac{4}{10}$ de la distance moyenne du Soleil à la Terre, & l'on veut marquer 40 jours sur le limbe de cette parabole. Vis-à-vis de la distance périhélie 0,4 on trouve pour coefficient

Distances périhélie.	Coëfficiens des jours.
0,1	31,623
0,2	11,180
0,3	6,086
0,4	3,953
0,5	2,828
0,6	2,152
0,7	1,708
0,8	1,397
0,9	1,171
1,0	1,000
1,1	0,867

3,953;

3,953; multipliez 40 jours par 3,953; le produit 158,12 jours, cherché dans la Table générale, donnera $103^{\text{d}} 4'$ pour anomalie vraie. Tirez par le foyer de la parabole une ligne qui fasse avec l'axe un angle de $103^{\text{d}} 4'$, commençant à compter du sommet de la parabole; cette ligne déterminera sur le limbe le point de 40 jours.

Pour déterminer à peu-près les distances d'une Comète à la Terre & au Soleil, & pour éviter les trop longs tâtonnemens qu'on a été quelquefois obligé de faire pour parvenir à cette détermination, voici l'usage qu'on peut faire de ces paraboles. On choisit trois observations, les plus distantes entr'elles qu'il est possible, de la Comète dont on veut déterminer l'orbite. On fait couler le long du cercle écliptique ou de l'orbite terrestre, trois fils, dont on fixe une extrémité aux trois lieux qu'occupoit la Terre à l'instant des trois observations. Les fils se tendent ensuite au-dessus ou au-dessous du plan de l'Écliptique, de manière qu'ils fassent avec ce plan des angles égaux aux latitudes correspondantes observées; il n'est pas difficile d'imaginer des machines qui assujettissent les fils à cette position & les y retiennent. Si les latitudes sont toutes les trois boréales ou australes, on peut fixer les fils au-dessus du plan de l'Écliptique; mais si, comme cela arrive le plus souvent, les latitudes sont les unes boréales, les autres australes, il faut que les fils soient tendus, les uns au-dessus, les autres au-dessous du plan de l'Écliptique; le pied de la machine doit donc être évidé & construit de manière à permettre ces tensions en sens opposés. Les fils étant fermement fixés dans la position qu'ils doivent constamment retenir, on leur appliquera successivement les paraboles ci-dessus décrites. On fixera le foyer d'une des paraboles au Soleil, c'est-à-dire au centre du cercle écliptique; on en fera tourner le limbe en tous sens, pour lui faire toucher en même temps les trois fils tendus; si l'on ne peut y réussir, on essaiera une autre parabole, ensuite une troisième, jusqu'à ce qu'enfin on en trouve une qui non-seulement touche les trois fils, mais les touche même de manière que les intervalles

des temps marqués sur son limbe à chaque point de contact soient égaux aux intervalles de temps écoulés entre les observations. La parabole qui réunira ces deux conditions représentera l'orbite de la Comète; les points de contact avec les fils seront les vrais lieux de la Comète aux temps des trois observations; la longueur des fils depuis leur insertion sur le cercle écliptique jusqu'au point de contact du limbe de la parabole, donnera sur l'échelle le rapport des distances de la Comète à la Terre à la distance de la Terre au Soleil. Cette même opération peut procurer aussi tous les élémens approchés de l'orbite de la Comète; les deux points où le limbe de la parabole coupera le plan de l'Écliptique seront les nœuds de l'orbite; le nombre de jours écoulés entre le passage au périhélie & chaque observation déterminera le jour de ce passage; il ne seroit pas même bien difficile de mesurer l'angle de l'axe de la parabole avec la ligne des nœuds, ce qui seroit connoître le lieu du périhélie, & l'on pourroit enfin mesurer l'inclinaison de l'orbite de la parabole avec le plan de l'Écliptique. Mais il vaut beaucoup mieux s'en tenir à déterminer par cette méthode les distances approchées de la Comète à la Terre, & de partir de la supposition de ces distances pour en conclure par le calcul les élémens de l'orbite.

Cette manière mécanique de déterminer les distances approchées de la Comète à la Terre, est sans doute ingénieusement imaginée. Je n'objecterai pas qu'il seroit difficile de l'employer avec succès dans plusieurs cas, comme, par exemple, lorsqu'un des nœuds de l'orbite de la Comète seroit voisin de l'orbite terrestre, lorsque cette orbite seroit peu inclinée à celle de la Terre, ou même peut-être lorsqu'elle la couperoit au contraire presque à angles droits; on répondroit que ces cas sont rares. Mais supposons que la méthode soit aussi parfaite qu'on peut le désirer, on pourroit dire que pour diviser les onze paraboles en jours, on emploïroit peut-être plus de temps qu'il n'en faudroit pour calculer dix ou douze orbites de Comètes par les

autres méthodes ; que si l'on exécute la machine en carton, elle n'aura pas assez de solidité, à moins qu'on ne donne au carton une largeur & une épaisseur convenables, ce qui multiplieroit les cas défavorables où nous avons dit qu'il seroit difficile d'employer cette machine avec succès ; qu'enfin si on la fait exécuter en cuivre, son prix comparé à la rareté de l'usage, effraiera bien des Astronomes, d'autant plus qu'on a maintenant des méthodes assez faciles pour s'épargner la plus grande partie des tâtonnemens qu'on faisoit autrefois. Il pourra cependant se rencontrer quelques amateurs riches, qui ne seront point effrayés de la dépense ; c'est en leur faveur que nous avons donné la description de l'instrument.

Troisième Solution.

A l'œil seul, dit Lambert, on peut souvent juger de la distance d'une Comète à la Terre. Tout le monde sait que si la distance d'une Comète au Soleil est égale à la distance du Soleil à la Terre, la vitesse sera à la vitesse de la Terre comme $\sqrt{2}$ est à 1, ou à peu-près comme 14 est à 10, & que par-tout ailleurs la vitesse sera à la vitesse qu'elle auroit à la même distance du Soleil que la Terre, comme le carré de cette distance de la Terre au Soleil est au carré de la distance actuelle de la Comète au Soleil. Ceci posé, que la Terre étant sur le point T' de son orbite, *fig. 16*, on observe la longitude d'une Comète par le rayon visuel $T' C'$, & que quelques jours après, la Terre étant au point T'' , & ensuite au point T''' de son orbite, on observe les longitudes de la même Comète par les rayons $T'' C''$ & $T''' C'''$, il est clair que le mouvement de la Comète durant l'intervalle des observations, doit être renfermé entre les rayons visuels extrêmes $T' C'$ & $T''' C'''$, & que le rayon du milieu $T'' C''$ doit couper l'orbite projetée de la Comète, de manière qu'en tirant du Soleil S les rayons vecteurs SC' , SC'' , SC''' , les aires des secteurs paraboliques soient proportionnelles aux temps écoulés entre les trois observations. Cela posé, je vois d'abord qu'on ne peut placer la Comète vers les points

*Prop. orbit.
Com. Sect. III.
§ 157.*

Fig. 16.

Fig. 16. T' , T'' , T''' , la vitesse seroit alors égale à celle de la Terre, & elle devroit être à celle de la Terre comme 14 est à 10. En la plaçant entre T & A , on l'approche du Soleil, son mouvement doit être plus prompt, & au contraire l'espace entre les rayons visuels extrêmes est rétréci. A plus forte raison, on ne peut placer la Comète entre A & B ; outre le même inconvénient qu'on y éprouve, il s'en présente un second bien plus considérable, c'est que le second rayon visuel $T'' C''$ n'occupe plus le milieu. Il faut donc reculer l'orbite de la Comète au-delà du triangle ADB . En réfléchissant sur les conditions du problème, on concevra facilement que les lieux de la Comète ne peuvent guère mieux être placés que vers les points C' , C'' , C''' . Prenant pour échelle la moyenne distance du Soleil à la Terre, on rapportera à cette échelle les distances $C' T'$, $C'' T''$, $C''' T'''$, & l'on aura les trois Δ , ou les trois distances accourcies de la Terre à la Comète.

Cette méthode épargneroit bien des tâtonnemens pour déterminer ces distances, si elle étoit générale; mais telle que nous venons de la proposer, elle n'est praticable que dans peu de circonstances, dans celles où durant l'intervalle des observations le mouvement héliocentrique des Comètes en latitude est nul, ou du moins peu considérable relativement au mouvement héliocentrique en longitude, & où d'ailleurs cette latitude héliocentrique n'est que d'un petit nombre de degrés. On peut dire cependant que même dans les autres circonstances, la méthode n'est pas absolument inutile, quelques réflexions suffiront ordinairement pour perfectionner la position de l'orbite de la Comète. On a conclu de la construction précédente, que la Comète en décrivant l'orbite $C' C'' C'''$ s'éloignoit de la Terre. Si durant l'intervalle des observations, la latitude géocentrique & observée a un peu diminué, on conclura que la latitude héliocentrique a peu varié, puisque restant la même, elle a dû paroître diminuer en raison du plus grand éloignement de la Comète à la Terre. On pourra même remarquer que dans le cas présent, comme

la Comète au point C' étoit fort près de son périhélie, son mouvement en longitude étoit très-prompt; donc son mouvement en latitude, si elle en avoit un, étoit peu considérable en comparaison de son mouvement en longitude. On peut faire à peu-près les mêmes réflexions, si la latitude géocentrique n'a point varié sensiblement dans l'intervalle des observations, pourvu que cet intervalle ait été peu considérable. Car durant un petit intervalle de temps la Comète n'a pu s'éloigner beaucoup de la Terre, que dans des circonstances extrêmement rares, circonstances même dans lesquelles il ne seroit guère possible de l'observer; or la Comète s'éloignant peu de la Terre, ou, ce qui revient au même, s'en approchant peu, si la latitude géocentrique reste la même, c'est que sa latitude héliocentrique varie fort peu.

Mais si durant l'intervalle des observations, la latitude héliocentrique varie beaucoup, ou si cette latitude est considérable, circonstances qu'il est toujours facile de déterminer par des calculs simples & grossiers, que l'on peut même apprécier par l'inspection de la figure & par la combinaison avec les observations, il faut alors réformer l'orbite que l'on avoit tracée. Dans notre exemple, la Comète étant beaucoup plus éloignée de la Terre que du Soleil, ses latitudes héliocentriques seront beaucoup plus fortes que les latitudes géocentriques; si celles-ci sont de plusieurs degrés, les premières seront beaucoup plus considérables. La Comète ne sera donc plus en C', C'', C''' , mais en des points de son orbite placés verticalement au-dessus & beaucoup plus éloignés du Soleil; les secteurs de la véritable orbite, parcourus par les rayons vecteurs, auront une aire beaucoup plus grande que les secteurs projetés $C'SC'', C''SC'''$, & cette aire deviendra trop étendue, pour que les rayons vecteurs aient pu la parcourir durant l'intervalle des observations. Il est clair que dans cette hypothèse il faut diminuer l'étendue des secteurs, & par conséquent rapprocher du Soleil l'orbite projetée $C'C''C'''$, on pourra la placer en $c'c''c'''$, ou même encore plus près du Soleil, si l'on croit que la force de la latitude l'exige.

Fig. 16.

Fig. 16. Si pendant le temps écoulé entre les observations, la latitude géocentrique avoit considérablement varié, comme de 4 à 5 degrés par jour, ou même encore davantage, il en faut naturellement conclure que la Comète n'étoit point en C' , C'' , C''' , mais beaucoup plus près de la Terre, comme en K' , K'' , K''' . Il est vrai que les arcs $K'K''$, & $K''K'''$ sont plus petits que les arcs d'une orbite cométaire ne devroient l'être à une telle distance du Soleil. Mais ces arcs ne sont pas les vrais arcs de l'orbite, ils n'en sont que la projection; & si cette orbite est fort inclinée à l'Écliptique, ce que la grande variation de la latitude peut faire conjecturer, les vrais arcs de l'orbite seront beaucoup plus grands que les arcs projetés. Donc par le plus ou le moins de variation de la latitude ou même de la longitude géocentrique, on peut conjecturer la distance de la Comète à la Terre. On peut tirer aussi d'utiles conclusions de l'éclat plus ou moins vif de la Comète, de sa grandeur, de la longueur de sa queue. En un mot, en faisant toutes les réflexions, toutes les combinaisons que le raisonnement peut suggérer, il arrivera bien rarement qu'on se trompe beaucoup sur l'estime de la distance de la Comète à la Terre.

Quatrième Solution.

Académ. de
Berlin, année
1771, page
352 & suiv.

Cette solution est de Lambert; ce Savant, persuadé que la théorie de l'orbite apparente des Comètes pouvoit conduire à la découverte de leur orbite réelle, donna tous ses soins à cet objet. Il ne lui fut pas difficile de s'apercevoir que le mouvement apparent d'une Comète ne se fait presque jamais en ligne droite, ou dans un grand cercle de la sphère; une Comète qui ne s'écarteroit pas de l'Écliptique, auroit seule le privilège de paroître toujours décrire un grand cercle, & ce grand cercle seroit l'Écliptique même. Toutes les autres Comètes peuvent aussi durant un court intervalle de temps décrire sensiblement une portion de grand cercle, mais ce n'est que dans un seul cas, dans celui où leur distance & celle de la Terre au Soleil seroient égales; dans toute autre circonstance,

la Comète fléchit son cours apparent en se détournant du grand cercle, & Lambert a découvert & prouvé que si la Comète est plus près du Soleil que la Terre, cette inflexion se fait vers la partie de l'Écliptique où est le Soleil, & vers la partie opposée, si la distance de la Comète au Soleil est plus grande que celle de la Terre au Soleil.

Cela posé, que l'on choisisse trois observations de la Comète qui ne soient pas fort distantes, de manière que le mouvement vrai de la Comète durant l'intervalle n'excède pas 15 ou 20 degrés; il faut d'ailleurs que les intervalles de temps écoulés entre la première & la seconde observations, & entre la seconde & la troisième, approchent le plus qu'il est possible de l'égalité. Prenons pour exemple les observations de la Comète de 1769, faites les 14, 21 & 28 Août; voici ces observations.

JOURS du MOIS.	HEURE de L'OBSERVAT.	LIEU du SOLEIL.	LIEU de la COMÈTE.	LATITUDE AUSTRALE.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Août 14	12. 34. 12	4. 22. 21. 26	1. 9. 58. 16	3. 17. 13
21	13. 4. 55	4. 29. 6. 28	1. 17. 1. 30	5. 53. 49
28	13. 50. 55	5. 5. 54. 15	1. 28. 51. 27	10. 32. 2

Soit *Fig. 17 & 18*, *ES* une portion de l'Écliptique, *S* le Soleil au moment de la seconde observation, *A, B, C* les trois lieux de la Comète réduits à l'Écliptique, ou les trois longitudes observées de la Comète, *BS* l'élongation de la Comète ou sa distance au Soleil au moment de la seconde observation. Aux points *A, B, C* élevez sur l'Écliptique les lignes ou arcs perpendiculaires *Aa, Bb, Cc*, égaux aux latitudes observées; les points *a, b, c* représenteront les lieux de la Comète dans son orbite apparente ou vue de la Terre. Par les lieux extrêmes de la Comète *a* & *c*, faites passer un arc de grand cercle *acE*, qui coupera l'Écliptique

*Fig. 17
& 18.*

Fig. 17
& 18.

au point E . Si la Comète est plus près du Soleil que la Terre, cet arc laissera le point b du côté des parties de l'Écliptique occupées par le Soleil au moment de la seconde observation; il le laissera au contraire du côté opposé, si la Comète est plus éloignée du Soleil que la Terre. Il ne seroit peut-être pas bien sûr de déterminer le sens de cette inflexion a, b, c de l'orbite apparente par la seule construction de la Figure, on peut se promettre plus de succès du calcul.

Par le lieu du Soleil S & celui de la Comète b au moment de la seconde observation, tirez l'arc de cercle Sb , cet arc coupera l'arc Ec au point d ; calculez Sb & Sd ; si dS est plus grand que bS , la Comète en b est plus près du Soleil que la Terre; elle en est plus éloignée, si bS est plus grand que dS . Par le point d abaissez la perpendiculaire dD sur l'Écliptique.

Le triangle AEa donne

$$1 : \sin. AE :: \cotang. Aa : \cotang. AEa.$$

Et par le triangle CEc , on a

$$1 : \sin. (AC + AE) :: \cotang. Cc : \cotang. AEa;$$

donc

$$\sin. (AC + AE) : \sin. AE :: \tang. Cc : \tang. Aa;$$

donc

$$\Tang. (AE - \frac{1}{2}AC) : \tang. \frac{1}{2}AC :: \sin. (Cc + Aa) : \sin. (Cc - Aa);$$

donc

$$\Tang. (AE - \frac{1}{2}AC) = \frac{\sin. (Cc + Aa) \tang. \frac{1}{2}AC.}{\sin. (Cc - Aa)}.$$

Connoissant donc AC par observation, on connoîtra AE , & par conséquent CE . L'angle E sera bientôt connu par une des deux analogies suivantes, relatives aux triangles AEa & CEc .

$$1 : \sin. AE :: \cotang. Aa : \cotang. AEa.$$

$$1 : \sin. CE :: \cotang. Cc : \cotang. CEc.$$

Dans

Dans le triangle BSb , duquel on connoît les deux côtés BS & Bb , on a Fig. 17
& 18.

$$1 : \sin. BS :: \cot. Bb : \cot. BSb.$$

$$1 : \cos. BS :: \cos. Bb : \cos. bS.$$

Dans $E d s$, on connoît maintenant les angles en E & en S , & le côté compris $ES = AE + AB + BS$ fig. 17, ou $= AE + AB - BS$ fig. 18. ES est en même temps la somme ou la différence des deux arcs ED , ES ; on connoîtra ces arcs & principalement DS par l'analogie connue

$$\sin. (dSE + dES) : \sin. (dSE - dES) :: \tan. \frac{1}{2} (DE + DS) : \tan. \frac{1}{2} (DE - DS).$$

Ou si dES étoit plus grand que dSE ,

$$\sin. (dSE + dES) : \sin. (dES - dSE) :: \tan. \frac{1}{2} (DE + DS) : \tan. \frac{1}{2} (DS - DE).$$

Enfin le triangle dDS donne

$$1 : \cosin. D S d :: \cotang. DS : \cotang. dS.$$

Dans notre exemple, on a

$AB = C'' - C' =$	$7^d \ 3' \ 14''$	$Aa = L' =$	$3^d \ 17' \ 13''$
$BC = C''' - C'' =$	$11. \ 49. \ 57.$	$Bb = L'' =$	$5. \ 53. \ 49.$
$AC = C''' - C' =$	$18. \ 53. \ 11.$	$Cc = L''' =$	$10. \ 32. \ 2.$
$\frac{1}{2} AC =$	$9. \ 26. \ 35 \frac{1}{2}.$	$Cc + Aa =$	$13. \ 49. \ 15.$
$BS = S'' - C'' =$	$102. \ 4. \ 58.$	$Cc - Aa =$	$7. \ 14. \ 49.$
$l. \sin. Cc + Aa$	$9,3781917.$		
$l. \tan. \frac{1}{2} AC$	$9,2209538.$		
Somme	$18,5991455.$		
$l. \sin. Cc - Aa$	$9,1008737.$		
$l. \tan. AE + \frac{1}{2} AC$	$9,4982718.$	$AE + \frac{1}{2} AC$	$17^d \ 29' \ 58'' \frac{1}{2}.$
		$\frac{1}{2} AC$	$9. \ 26. \ 35 \frac{1}{2}.$
		AE	$8. \ 3. \ 23.$
$l. \sin. AE$	$9,1465857.$		
$l. \cot. Aa$	$1,2408535.$		
$l. \cot. AEa$	$0,3874392.$	AEa	$22. \ 17. \ 0.$

Fig. 17 l. cotang. Bb 0,9859583.
& 18. l. fin. BS 9,9902706.

l. cotang. BSb 0,9762289.

l. cofin. Bb 9,9976957.

l. cofin. BS — 9,3208203.

l. cofin. bS — 9,3185160.

BSb 6^d 58' 14".

bS 102. 1. 4.

AE 8. 3. 23.

+ AB 7. 3. 14.

+ BS 102. 4. 58.

ES 117. 11. 35.

dES 22. 17. 0.

dSE 6. 58. 14.

$dES - dSE$ 15. 18. 46.

$dES + dSE$ 29. 15. 14.

$\frac{1}{2}ES$ 58. 35. 47 $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}(ED + DS)$ 58. 35. 47 $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}(ED - DS) +$ 41. 30. 57 $\frac{1}{2}$.

l. cotang. DS — 9,2512785.

l. cofin. DSd 9,9967781.

l. cotang. dS — 9,2480566.

DS 100. 6. 45.

dS 100. 2. 21.

Fig. 17 & 18. Nous avons donc trouvé bS de 102^d 1' 4" & dS de 100^d 2' 21"; bS est donc de près de deux degrés plus grand que dS ; donc la Comète le 21 Août étoit sensiblement plus éloignée du Soleil que la Terre, & c'est ce que confirme le calcul fait d'après les élémens, connus d'ailleurs, de l'orbite de cette Comète.

Le succès de cette méthode dépend entièrement de la précision des observations, & sur-tout de la seconde; mais comme on ne peut guère se flatter d'une parfaite précision dans les observations d'une Comète, Lambert avertit avec

raison, que si la différence entre dS . & bS est fort petite, on peut en conclure avec assurance que les distances du Soleil à la Comète & à la Terre diffèrent peu; mais on ne peut déterminer avec la même confiance laquelle des deux distances est la plus grande, de légères erreurs dans les observations pouvant faire paroître plus grande celle qui réellement étoit la plus petite. Nous l'avons éprouvé nous-mêmes sur l'observation faite le 8 Septembre, de la même Comète de 1769; la distance au Soleil étoit alors à peu-près égale à celle du Soleil à la Terre. Combinant cette observation avec celles des 5 & 11 Septembre, nous avons trouvé dS plus grand que bS de $10' 15''$, & la combinant avec les observations du 6 & du 10, nous avons trouvé au contraire bS plus grand que dS de $2' 19''$. De légères imperfections dans les observations fussent pour occasionner de telles différences.

Cette méthode de Lambert est fondée sur les principes suivans. Soit ABC , *fig. 19 & 20*, une petite partie de l'orbite terrestre, & MQN une partie de l'orbite de la Comète, parcourue par la Comète dans le même temps que la Terre parcourroit ABC , de manière que la Comète soit en M , Q , N , lorsque la Terre est en A , B & C . Tirez du Soleil S les rayons SB , SQ aux lieux intermédiaires de la Terre & de la Comète, joignez les extrêmes par les cordes AB , MN . Puisqu'on suppose les intervalles entre les observations courts & presque égaux, la corde MN sera coupée par le rayon vecteur SQ en deux parties à peu-près proportionnelles aux temps. Si la Terre & la Comète, au lieu de parcourir les arcs ABC , MQN de leurs orbites, en parcourroient les cordes AbC , MqN , il est clair que, quelle que fût l'inclinaison de l'orbite de la Comète sur l'Écliptique, la Comète paroîtroit décrire une ligne droite, ou un grand cercle dans le ciel; la Terre parvenue en b verroit la Comète en q par le rayon visuel bqR . Mais la Terre est en B & non pas en b , la Comète est en Q & non pas en q ; de la Terre on verra donc la Comète par

Fig. 19
& 20.

Fig. 19
& 20.

le rayon visuel BQR , qui rencontrera le premier rayon bqR au-delà de la Comète, *fig. 20*, si la distance de la Comète au Soleil est plus grande que celle du Soleil à la Terre, ou du côté opposé à la Comète, *fig. 19*, si la Comète est plus près du Soleil que la Terre. C'est cette différence d'aspect, c'est cette inclinaison des rayons visuels bqR , BQR , qui forme la déviation de la ligne droite que l'on remarque dans le mouvement apparent des Comètes, cette déviation étoit exprimée par le petit arc bd sur les *figures 17 & 18*; ici c'est l'angle BRb qui la mesure. Dans le triangle BbR , on connoît donc le petit angle BRb , & l'angle RBb qui est l'angle observé entre la Comète & le Soleil (*a*); on connoîtra donc aussi l'angle RbB ; & l'on connoît enfin le petit côté Bb , sinus versé de la moitié de l'arc ABC parcouru par la Terre dans l'intervalle des observations. Il sera donc facile de calculer le côté BR . On pourroit donc déterminer la distance de la Terre à la Comète BQ , & le rayon vecteur SQ , si l'on pouvoit découvrir le rapport de QR ou de BQ à BR . Lambert assigne celui-ci $RQ : RB :: SB^3 : SQ^3$; le problème seroit donc réduit à trouver par le moyen de cette analogie le point Q sur la droite BR , ce qui, dit M. de la Grange, conduiroit à une équation du 7.^e degré, & c'est à une telle équation que nous sommes réellement parvenus par la marche suivante. Soit $BS = 1$, $BR = b$, $BQ = x$; donc $QR = b \pm x$; le signe supérieur sera par-tout employé lorsque la distance de la Comète au Soleil sera moindre que celle du Soleil à la Terre; autrement il faudra employer le signe inférieur. L'analogie $QR : BR :: BS^3 : QS^3$ deviendra

Académ. de
Berlin, année
1778, p. 122.

(a) Cet angle n'est point égal à la différence de longitude entre le Soleil & la Comète, ce n'est point l'angle d'élongation sur l'Écliptique; il le faut compter sur l'orbite même de la Comète, ou plutôt sur un plan qui joindroit les centres du Soleil, de la Terre & de la Comète. Pour

connoître cet angle, il suffit de dire
1 : cosin. de latitude géocentrique
:: cosinus d'élongation : cosinus de
l'angle cherché. Nous l'avons déjà
calculé ci-dessus, & nous l'avons
trouvé de 102° 1' 4" pour le 21
Août 1769.

donc $b \pm x : b :: 1 : Q S^3$; donc $Q S = \sqrt[3]{\left(\frac{b}{b \pm x}\right)}$. Fig. 19 & 20.

On a d'ailleurs, par les règles de la Trigonométrie, $Q S = \sqrt{(1 + x^2 - 2 x m)}$, m est ici le cosinus de l'angle connu $S B Q$; on conçoit que cette quantité m sera négative, si l'angle $S B Q$ est obtus. Comparant les deux valeurs de

$Q S$, on trouve $\frac{b^{\frac{2}{3}}}{(b \pm x)^{\frac{2}{3}}} - 1 - x^2 + 2 x m = 0$.

Élevant l'équation au cube, multipliant ce cube par $(b \pm x)^2$, effaçant b^2 & $-b^2$ qui se détruisent, & divisant le reste par x , on parviendra à l'équation finale

$$\begin{aligned} x^7 \pm 2 b x^6 \mp 12 b m x^5 - 6 b^2 m x^4 + 12 b^2 m^2 x^3 - 8 b^3 m^3 x^2 + 12 b^2 m^2 x - 6 b^2 m &= 0, \\ -6 m + b^2 \pm 24 b m^2 + 3 b^2 - 12 b^3 m + 3 b^2 \pm 2 b. \\ + 12 m^2 \pm 6 b \mp 16 b m^3 \pm 24 b m^2 \mp 12 b m. \\ + 3 - 8 m^3 \mp 24 b m \pm 6 b + 1. \\ - 12 m + 12 m^2 - 6 m. \\ + 3. \end{aligned}$$

Pour avoir, sinon les distances de la Comète à la Terre, au moins la proportion des distances, Lambert propose la méthode suivante. Calculez ad , dc des fig. 17 & 18, en disant

$$\begin{aligned} \cotang. A E : \cotang. a E. \\ 1 : \cosin. D E d :: \cotang. D E : \cotang. d E. \\ \cotang. C E : \cotang. c E. \end{aligned}$$

Or $ad = dE - aE$ & $dc = eE - dE$.

Tirez (fig. 21) la ligne Ta à volonté. Faites l'angle $aTd = ad$ & l'angle $dTc = dc$. Par le point a , choisi à volonté, tirez la ligne ac , tellement que ses parties soient proportionnelles aux temps, $ad : dc :: \theta' : \theta''$, ce que l'on peut exécuter ainsi. Tirez une ligne quelconque an , qui coupe la seconde ligne Td au point m ; à la suite de ce point m marquez le point n , de manière que $am : mn :: \theta' : \theta''$, par le point n tirez nc parallèle à Td , cette ligne coupera Tc au point c , par lequel vous menerez ca , ligne demandée; Fig. 21.

Fig. 21. car à cause des parallèles md , nc , $am:mn::ad:cd::\theta':\theta''$. Prenez aT pour l'unité. Des triangles aTd & dTc l'on conclut

$$\text{Sin. } aTd : ad :: \text{fin. } a d T : aT.$$

$$\text{Sin. } dTc : dc :: \text{fin. } a d T : cT;$$

donc

$$\text{Sin. } a d T = \frac{aT \text{ fin. } aTd}{ad} = \frac{cT \text{ fin. } dTc}{dc};$$

donc

$$cT = aT \cdot \frac{dc}{ad} \cdot \frac{\text{fin. } aTd}{\text{fin. } dTc} = \frac{\theta''}{\theta'} \cdot \frac{\text{fin. } aTd}{\text{fin. } dTc}.$$

On aura donc le rapport de cT à aT prise pour unité. On pourra pareillement déterminer le rapport de dT à aT , en calculant l'angle caT dans le triangle aTc , & ensuite dT dans le triangle daT . Or les lignes aT , dT , cT sont dans la proportion des distances D de la Comète à la Terre.

Nous avons fait plusieurs essais de ces trois méthodes de Lambert. La première, qui a pour objet de déterminer si la distance de la Comète au Soleil est plus grande ou moindre que celle du Soleil à la Terre, nous a réussi. Nous avons tenté plusieurs fois de résoudre par tâtonnemens l'équation

$$\frac{b^{\frac{2}{3}}}{(b \pm x)^{\frac{2}{3}}} - 1 - x^2 + 2xm = 0; \text{ nous avons}$$

trouvé une racine $x = 0$, cette racine se présente d'elle-même tout naturellement; il ne nous a pas été possible d'en trouver d'autres. Il est vrai d'ailleurs que pour b ou BR des *fig. 19 & 20*, nous avons trouvé des valeurs ou manifestement trop fortes, ou de beaucoup trop foibles. Nous n'avons pas mieux réussi à déterminer le rapport des distances de la Comète à la Terre. Par exemple, les 14, 21, 28 Août 1769, les distances de la Comète à la Terre étoient, selon la théorie de M. Lexell, 0,857; 0,669; 0,497; & par la méthode de Lambert nous avons trouvé que ces distances devoient être comme 1,0; 0,951; 0,931. Nous attribuons ce peu de succès à la petitesse du côté Bb ,

Fig. 19
& 20.

& encore plus à celle de l'angle BRb . Les problèmes de Lambert portent sur plusieurs *à peu-près*; il est vrai que comme le remarque ce savant Géomètre, il est des circonstances où les problèmes sont résolus rigoureusement; mais comment distinguer ces circonstances? & quand on les connoîtroit, on ne seroit pas toujours maître de les choisir. Concluons que les erreurs de ces *à peu-près*, quelque légères qu'on les suppose, influent sensiblement sur l'angle BRb , que les erreurs des observations y influent encore davantage, & qu'il ne faut pas chercher d'autres causes du peu de succès qu'ont eu nos tentatives.

Nous finirons cet article par avertir qu'il est des cas où la première partie de cette solution devient inutile, ce sont ceux où l'angle d'élongation observé est droit ou obtus; on n'a besoin alors d'aucun calcul, pour décider que la distance du Soleil à la Terre est moindre que celle de la Comète au Soleil.

Cinquième Solution.

M. de la Grange a presque épuisé toutes les recherches qu'on pouvoit faire sur l'objet qui nous occupe. Il a analysé les méthodes où l'on suppose l'orbite rectiligne & uniformément parcourue dans un court espace de temps, & il a prouvé l'insuffisance de cette supposition; il a fait voir que d'autres analyses conduisoient à des degrés si élevés, qu'on ne pouvoit raisonnablement espérer de parvenir par leur secours à une résolution directe du problème; il a étudié tous les rapports qui pouvoient être entre les connues & les inconnues, il paroît en avoir tiré tout le parti possible. Ne pouvant transcrire ici son Mémoire en entier, je suis forcé d'y renvoyer pour les recherches, la marche & les démonstrations; je me contenterai d'en rapporter les résultats. Quant à la solution rapportée par M. de la Grange au N.^o 9 de son Mémoire, nous en avons fait plusieurs essais sur différentes Comètes, dans des circonstances favorables, & prenant les θ les plus petits qu'il nous étoit possible; aucun de ces

*Acad. de Berl,
année 1778,
p. 124 & suiv.*

Fig. 19
& 20.

Fig. 19
& 20.

essais ne nous a réussi, ce qui confirme ce que prouve M. de la Grange au numéro suivant, qu'il n'est pas permis de supposer l'orbite rectiligne, même dans un intervalle de temps infiniment petit, dès qu'on veut employer trois observations.

Soit $m = \frac{\theta''}{\theta'}$, & que R'' soit censée égale à l'unité

$$\mu'' = \sin. L''' \cosin. L' \sin. (C' - T'') - \sin. L' \cosin. L''' \sin. (C''' - T'').$$

$$\gamma = \sin. (C'' - C') \cosin. L' \cosin. L'' \sin. L''.$$

$$+ \sin. (C''' - C'') \cosin. L'' \cosin. L''' \sin. L'.$$

$$+ \sin. (C' - C''') \cosin. L''' \cosin. L' \sin. L''.$$

$$\xi = \cosin. (C'' - T'') \cosin. L''.$$

$$\downarrow = \frac{m R'' \mu'' \theta'^2}{2 \gamma}$$

Si \downarrow est positif, r'' excédera 1, mais il sera moindre que $\sqrt[3]{1 + 2 \xi \downarrow + \downarrow^2}$; si ξ est négatif, D'' est plus grand que $-\xi$; mais il sera plus petit que \downarrow , si \downarrow est positif.

Si \downarrow est négatif, r'' est plus petit que 1, & plus grand que

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1 + \frac{-2 \xi}{-\downarrow}}}$$
; & D'' sera plus petit que $-2 \downarrow$.

Dans la valeur de \downarrow , θ' doit avoir été exprimé par le moyen mouvement du Soleil réduit en parties du rayon.

Par les lettres que nous employons, & dont on trouve la valeur, *page 244* de ce volume, on voit facilement que nous supposons trois observations de longitudes & autant de latitudes. Si les trois latitudes sont australes, on peut les traiter toutes les trois, ou comme positives, ou comme négatives; mais si les unes sont boréales, les autres australes, il faut nécessairement regarder les unes comme positives, les autres comme négatives.

Plus les θ approcheront de l'égalité, ou, ce qui revient au même, plus $\frac{\theta''}{\theta'}$ approchera de l'unité, plus le résultat de l'opération précédente sera exact.

Soient

Soient encore les observations faites les 14, 21 & 28 Août 1769, & rapportées dans la solution précédente. L'intervalle entre la première & la seconde observation est de $7^h 0^m 30' 43'' = 606643'' = \theta'$; & l'intervalle entre la seconde & la troisième est de $7^h 0^m 46' 0'' = 607560'' = \theta''$.

Logarithme de θ'' 5,7835892.

Logarithme de θ' 5,7829332.

Log. de $\frac{\theta''}{\theta'} = m$ 0,0006560.

Moyen mouvement du Soleil en $7^h 0^m 30' 43'' = 6^d 55' 14'' = \theta'$ exprimé par le moyen mouvement du Soleil; pour réduire ce θ' , ainsi exprimé, en parties du rayon, on dira, si $57^d 17' 44'',8$ sont égaux au rayon, $6^d 55' 14''$ seront égaux à 0,12078648 parties du rayon. Logar. de $R'' = 0,0045720$.

Cela posé on trouvera

$$\mu'' = 0,17243028 - 0,05636971 = 0,11606057.$$

$$\gamma = 0,022294903 + 0,011497622 - 0,032641752 = 0,001150773.$$

$$\text{Logarithme de } \xi + 9,3185160.$$

$$\text{Logarithme de } \psi + 9,8719298.$$

ψ est donc positif, donc r'' est plus grand que l'unité, ou la distance de la Comète au Soleil est plus grande que la moyenne distance du Soleil à la Terre; mais elle est moindre que $\sqrt{(1 + 2\xi\psi + \psi^2)}$, ou moindre que 1,3655; en effet, selon nos calculs, faits sur les élémens déterminés par M. Lexell, cette distance étoit de 1,32335. De ce que ψ est positif, il suit de plus que D ou la distance de la Comète à la Terre doit être moindre que ψ , ou moindre que 0,74461; & cette distance en effet n'étoit que de 0,668965.

J'ai fait quelques autres essais semblables, ils m'ont également réussi.

Pour s'approcher davantage de la véritable valeur de r'' ,

M. de la Grange croit qu'on peut faire usage de cette équation ,

$$(r''^2 - R''^2) r''^6 - 2 R'' \xi \psi (r''^3 - R''^4) \frac{r''^3}{R''^4} - \frac{\psi^2}{R''^8} (r''^3 - R''^4)^2 = 0.$$

Cette équation est du huitième degré, mais elle peut s'abaisser au septième de deux manières. On peut d'abord au second & au troisième terme écrire $r''^3 - R''^3$ au lieu de $r''^3 - R''^4$; la différence entre R^3 & R^4 est toujours peu considérable, & d'ailleurs il ne s'agit ici que d'une simple approximation. Or cette substitution faite, l'équation entière est divisible par $r'' - R''$ & prend la forme suivante,

$$(r'' - R'') r''^6 - 2 \xi \psi R'' (r''^2 + r'' R'' + R''^2) \frac{r''^3}{R''^4} - \frac{\psi^2}{R''^8} (r''^2 + r'' R'' + R''^2) (r''^3 - R''^4) = 0.$$

Il est peut-être plus simple & plus naturel de prendre R'' pour unité; alors toute l'équation sera divisible par $r'' - 1$, & la division faite, on aura

$$(r'' + 1) r''^6 - 2 \xi \psi (r''^2 + r'' + 1) r''^3 - \psi^2 (r''^2 + r'' + 1) (r''^3 - 1) = 0.$$

Ces équations peuvent se résoudre par le tâtonnement, & le tâtonnement n'est pas bien long. Nous l'avons essayé sur les observations des 14, 21 & 28 Août 1769, & nous n'avons pas eu le bonheur de réussir. Faisant $r'' = 1,32$, ce qui approche fort de sa véritable valeur, la dernière équation au lieu de se réduire à 0, a donné pour reste $-6,447$; ce reste augmentoit toujours, à mesure que r'' augmentoit; il diminuoit, il est vrai, en diminuant la valeur de r'' , mais il subsistoit toujours, & il étoit même toujours positif, jusque dans la supposition de $r'' = 0$. Nous n'avons donc pu trouver d'autre valeur de r'' , que la valeur négative $r'' = -1,5208$, valeur qui n'est pas renfermée entre les limites établies ci-dessus, 1 & 1,3655. Que pourroit signifier d'ailleurs un rayon vecteur négatif? Je n'ai pas balancé à attribuer ce résultat singulier à l'imperfection des observations; je les avois extraites des Mémoires de l'Académie, année

1775, page 440. Les ayant comparées avec le résultat du calcul fait d'après les élémens déterminés de M. Lexell, j'ai trouvé que la latitude observée le 14 Août étoit d'environ cinq minutes plus forte que la latitude calculée; le 21 & le 28 Août c'étoit au contraire la latitude calculée qui excédoit l'observée de plus de six minutes. Ces erreurs en sens contraire ont dû affecter singulièrement la quantité γ , qui est presque toujours fort petite, & ont produit le résultat insolite que nous avons trouvé. Substituant aux latitudes observées les latitudes $3^d\ 11'\ 55''$, $6^d\ 0'\ 24''$ & $10^d\ 38'\ 27''$, sans toucher aux longitudes, on a

$$\mu'' = 0,11933873.$$

$$\gamma = 0,000460736.$$

$$\text{Log. de } \xi \quad 9,3184291.$$

$$\text{Log. de } \downarrow \quad 0,2815641.$$

$r'' > 1$ & $< 2,3352$, & la résolution de la dernière équation donne $r'' = 2,164$. Ce rayon vecteur est trop grand, il auroit sans doute été plus exact, si nous avions corrigé les longitudes aussi-bien que les latitudes.

Nous avons fait un autre essai sur les observations des 21 & 27 Août & du 2 Septembre.

J O U R du M O I S.	H E U R E de O B S E R V A T I O N.	L O N G I T U D E de la C O M È T E.	L A T I T U D E A U S T R A L E.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Août 21	13. 4. 55	1. 17. 1. 30	5. 53. 49
27	12. 41. 46	1. 26. 36. 56	9. 41. 37
Sept. 2	12. 50. 23	2. 12. 57. 17	15. 28. 3

$$\mu'' = 0,1544504.$$

$$\gamma = 0,00043988.$$

$$\text{Log. de } \xi \quad 9,1518457.$$

$$\text{Log. de } \downarrow \quad 0,2640515.$$

Q q ij

$r'' > 1$ & $< 2,2124$; la racine de la dernière équation est à très-peu-près $r'' = 1,018$; or le vrai rayon vecteur étoit 1,2. On approcheroit encore plus de la vérité, si l'on pouvoit répondre de la précision des observations. Il est d'ailleurs des circonstances plus favorables que les autres, en ce que l'erreur des observations influe moins sur le résultat; c'est 1.^o lorsque les latitudes sont assez fortes, comme entre 20 & 70 degrés; 2.^o lorsque le mouvement en longitude est prompt; 3.^o lorsque la Comète n'est pas trop voisine de sa conjonction ou de son opposition avec le Soleil; 4.^o enfin lorsqu'au moment de la seconde observation, la Comète n'est pas trop près de sa quadrature. Dans ces circonstances, la méthode de M. de la Grange doit être fort bonne; mais peut-on se flatter de trouver souvent toutes ces circonstances réunies?

Quand on a trouvé une valeur approchée du second rayon vecteur de la Comète, il est facile de déterminer les valeurs approchées des trois D , ou des trois distances de la Comète à la Terre. Pour cela faisons

$$\begin{aligned}\mu' &= \sin. L''' \cosin. L'' \sin. (C'' - T'') - \sin. L'' \cosin. L''' \sin. (C''' - T'''). \\ \mu'' &= \sin. L''' \cosin. L' \sin. (C' - T'') - \sin. L' \cosin. L''' \sin. (C''' - T'''). \\ \mu''' &= \sin. L'' \cosin. L' \sin. (C' - T'') - \sin. L' \cosin. L'' \sin. (C'' - T'').\end{aligned}$$

Soit aussi $m = \frac{\theta''}{\theta'}.$

Et nous aurons

$$\begin{aligned}D' &= \frac{(m+1) R'' \mu' \theta'^2}{2 \gamma} \left(\frac{1}{R''^4} - \frac{1}{r''^3} \right). \\ D'' &= \frac{m R'' \mu'' \theta'^2}{2 \gamma} \left(\frac{1}{R''^4} - \frac{1}{r''^3} \right). \\ D''' &= \frac{(m+1) m R'' \mu''' \theta'^2}{2 \gamma} \left(\frac{1}{R''^4} - \frac{1}{r''^3} \right).\end{aligned}$$

Sixième Solution.

Cette solution est mécanique. On suppose trois observations données, & faites à des intervalles de temps peu

considérables. Soient les trois observations de la Comète de 1769, faites les 21 & 27 Août, & le 2 Septembre; nous les avons rapportées à la page 307. Il faut réduire en minutes & même en secondes les intervalles de temps entre les observations; on peut aussi les exprimer en jours & décimales de jours. Le premier intervalle est de $5^j 23^h 36' 51'' = 517011'' = \theta'$; le second intervalle est de $6^j 0^h 8' 37'' = 518917''$. Il faut aussi prendre la différence de longitude entre la Comète & le Soleil aux momens de la première & de la troisième observation, pour avoir les deux élongations de la Comète; ces deux élongations sont ici de $102^d 6' 13''$ & de $87^d 45' 26''$, on peut négliger les secondes.

D'un rayon pris à volonté, décrivez un cercle, ou du moins une partie de cercle XTZ , *fig. 22*, qui représentera *Fig. 22.* une partie de l'Écliptique, le Soleil S occupe le centre. Marquez sur la circonférence à des intervalles de 30 degrés les signes de la partie du Zodiaque où est la Terre, comme ici \approx , χ & γ . Que T' soit le lieu qu'occupoit la Terre lors de la première observation, & T''' celui où elle se trouvoit au moment de la troisième. Ici T' concourt avec $\approx 29^d 8'$ & T''' avec $\chi 10^d 43'$. Tirez les rayons vecteurs de la Terre ST' , ST''' .

Par le point T' menez la ligne $T'C'$ qui fasse avec le rayon ST' un angle égal à la première élongation de la Comète, & par le point T''' la ligne $T'''C'''$ qui fasse avec la ligne ST''' un angle égal à la troisième élongation; l'angle $ST'C'$ doit être de $102^d 6'$ & l'angle $ST'''C'''$ de $87^d 45'$; l'un & l'autre en partant du Soleil doit s'ouvrir d'orient en occident, parce que la Comète a été observée toutes les deux fois à l'occident du Soleil. Il est clair que les lignes $T'C'$, $T'''C'''$, représenteront les rayons visuels selon lesquels on a observé la longitude de la Comète.

Sur la ligne $T'C'$, marquez à discrétion le point C' ; si par quelque autre opération ou par quelque raisonnement vous avez déjà une valeur approchée de la distance accourcie de

Fig. 22. la Comète à la Terre, c'est cette valeur qu'il faut porter de T' en C' . Vous déterminerez ensuite le point C''' par l'analogie suivante,

$$\theta'' \text{ fin. } (C''' - C'') : \theta' \text{ fin. } (C'' - C') :: T' C' : T''' C'''.$$

Cette analogie n'est pas de la plus grande précision, mais elle suffit pour une approximation. Tirez $C' C'''$, cette ligne représentera la projection d'une partie de l'orbite cométaire sur le plan de l'écliptique.

Prenant le rayon de l'orbite terrestre pour unité, nous avons donné à $T' C'$, 0,665 parties, & nous avons dit :

$$\begin{aligned} 518917 \times \text{fin. } (72^d 57' - 56^d 37') : 517011 \\ \times \text{fin. } (56 37 - 47 1\frac{1}{2}) :: 0,665 : 0,395. \end{aligned}$$

Nous avons donc donné à $T''' C'''$, 0,395 parties.

Sur la ligne $C' C'''$, élevez les perpendiculaires $C' K'$, $C''' K'''$, dont les longueurs seront déterminées par les analogies suivantes :

$$1 : \text{tang. } L' :: C' T' : C' K'.$$

$$1 : \text{tang. } L''' :: C''' T''' : C''' K'''.$$

Tirez $K' K'''$, & divisez cette ligne, ainsi que $C' C'''$ en deux également aux points x, y ; tirez xy , cette ligne sera moyenne proportionnelle arithmétique entre $C' K'$ & $C''' K'''$. Dans notre exemple,

$$1 : \text{tang. } 5^d 54' :: 0,665 : 0,069.$$

$$1 : \text{tang. } 15. 28 :: 0,395 : 0,109.$$

Nous avons donc donné 0,069 parties à $C' K'$, & 0,109 à $C''' K'''$; donc xy est de 0,089 parties.

Il faut se représenter le trapèze $C' C''' K''' K'$ relevé en l'air, & posé sur sa base $C' C'''$ perpendiculairement au plan de l'écliptique, & alors $K' K'''$ représentera la partie de l'orbite que la Comète aura véritablement décrite dans l'intervalle des observations, pourvu du moins qu'on ait déterminé exactement la première distance $T' C'$ de la Terre

à la Comète. Pour s'assurer si on l'a fait, on mesurera la distance Sx , sur notre figure, on la trouvera de 1,185; dans le triangle rectiligne Sxy , rectangle en x , on connoît les deux côtés Sx de 1,185, & xy de 0,089; on trouvera l'hypothénuse Sy de 1,188, c'est la distance du Soleil à la Comète, moyenne entre les deux distances de la première & de la troisième observation. Fig. 22.

Mesurez l'arc $T'T'''$ parcouru par la Terre, ou seulement sa corde, elle est égale au double du sinus de la moitié de l'arc parcouru; cet arc est de $11^d 35'$, dont la moitié est de $5^d 47'\frac{1}{2}$; le sinus de $5^d 47'\frac{1}{2}$, est 0,101, dont le double 0,202 est la longueur de la corde $T'T'''$.

La Comète allant de K' à K''' approchoit du Soleil, & par conséquent elle accéléroit son mouvement; sa vitesse étoit plus grande en K''' qu'en y , plus grande en y qu'en K' ; mais vu la petitesse de l'arc ou de la corde $K'K'''$, on peut supposer sans erreur sensible, qu'elle a parcouru cet arc avec une vitesse moyenne, telle qu'elle l'avoit lorsqu'elle étoit en y . Si elle eût été alors à la même distance du Soleil que la Terre, sa vitesse auroit été à celle de la Terre, comme $\sqrt{2}$ est à 1, ou comme 1,4142 est à 1; donc l'espace g qu'elle auroit parcouru dans l'intervalle des observations, auroit été à l'espace $T'T'''$ parcouru par la Terre durant le même intervalle, comme $\sqrt{2}$ est à 1; donc $g = T'T''' \sqrt{2}$.

D'un autre côté, les espaces parcourus par la Comète à différentes distances du Soleil, sont en raison inverse des racines carrées de ces distances. Donc l'espace g que la Comète auroit parcouru à la distance du Soleil $ST' = 1$, est à l'espace $K'K'''$ qu'elle a parcouru à la distance $Sy = 1,188$, comme $\sqrt{1,188}$ est à $\sqrt{1}$; donc

$$K'K''' = \frac{g}{\sqrt{Sy}} = \frac{T'T''' \sqrt{2}}{\sqrt{Sy}}. \text{ Dans notre exemple,}$$

$$K'K''' = \frac{0,202 \times 1,4142}{\sqrt{1,188}} = 0,262. \text{ Mesurez } K'K''' \text{ sur}$$

votre échelle, & si vous le trouvez réellement de 0,262 parties, la distance accourcie $T'C'$ de la Terre à la Comète

Fig. 22. est réellement à-peu-près telle que vous l'avez supposée d'abord de 0,665, & la troisième distance accourcie, est de 0,395. Si $K'K'''$ excède 0,262, il faudra faire un second essai, en donnant moins de longueur à $T'C'$; il faudroit au contraire augmenter $T'C'$, si $K'K'''$ se trouvoit moindre que 0,262, parce qu'on voit par l'inspection seule de la figure, que plus on donnera de longueur à $T'C'$, plus les lignes $C'C'''$, $K'K'''$ deviendront grandes.

On voit par cet exposé, 1.^o que cette méthode, qui est de M. l'Abbé Boscowich, est une méthode de tâtonnement; mais le tâtonnement n'est pas long, deux essais peuvent souvent suffire; il est bien rare que le troisième ne réussisse pas.

On voit 2.^o que M. l'Abbé Boscowich suppose que dans un court intervalle de temps, la partie de l'orbite parcourue par la Comète est rectiligne; c'est un défaut sans doute, mais nous ne cherchons ici qu'une approximation. D'ailleurs la solution actuelle a sur la première solution, un avantage bien réel, c'est qu'on y tient compte de l'accélération du mouvement de la Comète; cette méthode nous a réussi, elle a réussi à plusieurs autres; nous ne pouvons ne pas la regarder comme utile, pour déterminer par approximation les distances accourcies de la Comète à la Terre.

M. l'Abbé Boscowich, après avoir fait décrire du centre du Soleil S un cercle dont le rayon doit être pris pour unité, comme représentant la moyenne distance du Soleil à la Terre, fait diviser ce cercle en signes & degrés; sur le rayon qui va du centre à 9 degrés du Capricorne, il fait marquer un point éloigné du centre de $\frac{3}{176}$ du rayon, ce point est le centre de l'orbite terrestre, que l'on décrit du même rayon que le cercle précédent. Cette précision, dans la recherche d'une simple approximation, ne nous a point paru fort essentielle; & si l'on vouloit être si précis, il faudroit donner à la Terre une orbite elliptique & non circulaire. D'ailleurs on peut suppléer au défaut de ce second cercle, en prenant pour rayon vecteur, ou pour distance de la

la Comète au Soleil, non pas simplement Sy , tel que nous l'avons trouvé ci-devant, mais Sy multiplié par la distance actuelle du Soleil à la Terre, ou par $\frac{R' + R''}{2}$. Fig. 22.

M. l'Abbé Boscowich tire de plus de la construction les élémens approchés de l'orbite de la Comète. Par exemple, il fait prolonger les deux lignes $C' C''$, $K' K''$ jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en N ; on tire du point N au centre de l'Écliptique S la ligne NS , qui marquera sur l'Écliptique le point n lieu du nœud vers $11^{\text{h}} 26^{\text{d}}$. Comme les latitudes $C' K'$ & $C'' K''$ sont toutes les deux australes, & que la seconde est plus forte que la première, ce nœud est manifestement le nœud descendant; le nœud ascendant est donc en $5^{\text{h}} 26^{\text{d}}$.

Si les deux lignes $C' C''$ & $K' K''$ sont parallèles, ce qui doit arriver quelquefois, une parallèle à ces deux lignes, tirée par le centre du Soleil S , coupera l'Écliptique en deux points opposés, qui détermineront les nœuds de l'orbite, & il ne sera pas difficile de distinguer lequel de ces deux nœuds est ascendant. Mais si, ce qui doit arriver assez souvent, les deux lignes, sans être parallèles, sont peu inclinées l'une vers l'autre, la construction de la figure devient au moins très-difficile, & son usage extrêmement équivoque.

On peut aussi déterminer à peu-près l'inclinaison de l'orbite à l'Écliptique, en abaissant des points C' & C'' les perpendiculaires $C' B$ & $C'' b$ sur la ligne des nœuds SN . On mesurera ces deux lignes, ou l'une d'entr'elles, & l'on fera une des deux analogies suivantes,

$$C' B : C' K' :: 1 : \text{tang. d'inclinaison.}$$

$$C'' b : C'' K'' :: 1 : \text{tang. d'inclinaison.}$$

Choissant cette seconde analogie, comme contenant des termes plus grands, & par conséquent plus comparables, nous trouverons $C'' b = 0,128$; nous dirons donc,

$$0,128 : 0,109 :: 1 : \text{tang. } 40^{\text{d}} 25' = 1.$$

Fig. 22.

On détermineroit aussi le lieu du périhélie en prolongeant les lignes BC' & bC''' , jusqu'en D & en d , de manière que

$$\cosin. I : 1 :: BC' : BD.$$

$$\cosin. I : 1 :: bC''' : bd.$$

Par D & d , on tireroit la ligne indéfinie DY , du Soleil S , on abaisseroit sur cette ligne la perpendiculaire SE , on diviserait Dd en deux également au point z , on porteroit la distance Ez sur la ligne DY , depuis E jusqu'à un point P , au-delà de Y ; par ce point P & par le Soleil S , on tireroit une ligne qui couperoit la circonférence de l'Écliptique en un point qui détermineroit le lieu du périhélie sur l'orbite de la Comète.

On tireroit ensuite le rayon vecteur SD , on mesurerait l'angle PSD , & l'on diroit

$$1 : \cosin.^2 \frac{1}{2} PSD :: SD : \text{distance périhélie} = \pi.$$

Connoissant maintenant le lieu du foyer S de l'orbite parabolique de la Comète, son sommet P , & son paramètre $= 4\pi$; il est facile de décrire la parabole, de la diviser même en jours, &c. Il faudra convenir cependant que l'à *peu-près* que l'on prétend atteindre par cette pratique, pourra souvent se convertir en un à *beaucoup près*; si l'on met un trop long intervalle de temps entre les observations, la supposition d'une orbite rectiligne parcourue durant cet intervalle, peut jeter dans de grandes erreurs; si l'intervalle de temps est court, la ligne Dd est pareillement fort courte, & son prolongement peut être très-grand, comme il l'est en effet dans notre exemple. Alors l'étendue de la figure ne permettra peut-être pas de la tracer à un aussi grand point qu'il faudroit le faire, & quand elle le permettroit, la ligne Dd resteroit toujours très-petite relativement à son prolongement dP ; la plus légère erreur dans la position des points D & d , & dans la trace de la ligne Dd , erreur qu'il est bien difficile d'éviter dans la pratique, en occasionne une très-sensible dans la position des points E & P . Ajoutez à

cela que, quand l'angle DSP est extrêmement obtus, comme il l'est réellement dans notre exemple, l'erreur presque inévitable de plusieurs minutes dans la mesure de cet angle, en peut occasionner une très-sensible dans la distance périhélie. Ces inconvénients ne subsisteroient pas, si la Comète, au moment des observations, eût été plus voisine de son périhélie; mais ils pourroient alors faire place à un inconvénient bien plus fort; c'est que l'hypothèse d'une orbite rectiligne s'écarte trop de la vérité au voisinage du périhélie.

J'ai rapporté tout de suite, ce qui concerne la méthode graphique de M. l'Abbé Boscowich, pour n'être plus obligé d'y revenir; je ne doute pas que cette méthode ne puisse réussir quelquefois dans sa totalité: on peut l'employer pour déterminer à peu-près le lieu du nœud & l'inclinaison de l'orbite, lorsque les lignes $C'C''$, & $K'K''$ se réunissent à peu de distance de $C'K'$, ou de $C''K''$, ou même encore lorsque ces lignes $C'C''$, $K'K''$ sont presque dirigées vers le Soleil; c'est ce qui est arrivé dans notre exemple. Enfin, je pense que cette construction graphique peut ordinairement être très-utile pour déterminer à peu-près les Δ , ou les distances accourcies de la Comète à la Terre, & c'est l'objet que nous nous sommes proposé dans le présent Problème.

Septième Solution.

M. du Séjour avoit déjà tenté la solution du Problème, dans son savant *Essai sur les Comètes*, imprimé en 1775; il étoit parvenu à des équations d'un degré fort élevé, en conséquence il avoit renoncé à la solution directe du Problème. Une réflexion très-ingénieuse lui a fait reprendre son travail; remarquant qu'entre les équations de l'orbite d'une Comète, les unes dépendent uniquement de la position du plan, telles que celles qui ont rapport à la ligne des nœuds & à l'inclinaison; & les autres, au contraire dépendent seulement de la nature de la trajectoire; il a partagé & traité séparément ces deux espèces d'équations, ce qui l'a conduit à la détermination des distances de la Comète à la Terre,

Fig. 22.

*Acad. des Sc.
année 1779.
p. 51 & suiv.*

par une équation du second degré. Voici le précis de la méthode, nous renvoyons pour les démonstrations au Mémoire même. Il eût peut-être été à souhaiter que le savant Académicien eût appuyé ses préceptes par quelque exemple; nous tâcherons d'y suppléer, & nous continuerons de nous en tenir à la Comète de 1769. Nous donnerons toujours à nos lettres, la signification que nous leur avons assignée, *page 244*. Les observations suivantes, sont toutes réduites à 14 heures, temps moyen, Méridien de Paris.

*O B S E R V A T I O N S de la Comète de 1769,
faites en Septembre, à 14 heures.*

	C.			L.			S.			R.
<i>Jours.</i>	<i>D.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>D.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>D.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	
4	80.	56.	11	— 17.	51.	39	162.	42.	5	0,0031324
6	90.	18.	18	— 20.	7.	59	164.	38.	45	0,0029008
8	101.	0.	54	— 22.	5.	2	166.	35.	31	0,0026648
10	112.	38.	35	— 23.	20.	52	168.	32.	22	0,0024242
12	124.	19.	22	— 23.	43.	55	170.	29.	20	0,0021838

Soit

$$B = \sin. L' \cos. L'' \cos. L''' \sin. (C'' - C''') + \sin. L'' \cos. L' \cos. L''' \sin. (C''' - C') \\ + \sin. L''' \cos. L' \cos. L'' \sin. (C' - C''),$$

$$\beta = R''' [\sin. L' \cos. L'' \sin. (C'' - S''') + \sin. L'' \cos. L' \sin. (S''' - C')],$$

$$\gamma = R'' [\sin. L' \cos. L''' \sin. (S'' - C''') + \sin. L''' \cos. L' \sin. (C' - S'')],$$

$$\delta = R' [\sin. L'' \cos. L''' \sin. (C''' - S') + \sin. L''' \cos. L'' \sin. (S' - C'')];$$

$$F = R'' R''' \sin. L' \sin. (S'' - S'''),$$

$$G = R' R''' \sin. L'' \sin. (S''' - S'),$$

$$H = R' R'' \sin. L''' \sin. (S' - S'');$$

$$\mu' = \sin. L''' \cos. L'' \sin. (C'' - S'') - \sin. L'' \cos. L''' \sin. (C''' - S''),$$

$$\mu'' = \sin. L''' \cos. L' \sin. (C' - S'') - \sin. L' \cos. L''' \sin. (C''' - S''),$$

$$\mu''' = \sin. L'' \cos. L' \sin. (C' - S'') - \sin. L' \cos. L'' \sin. (C'' - S'').$$

Soit de plus f l'expression de la force centrale qui agit sur la Terre en ses distances moyennes durant l'espace d'une minute de temps; elle est donc égale au sinus versé d'une demi-minute. Que d'ailleurs θ' , θ'' & \mathfrak{D}' soient exprimés en minutes de temps; on conclura de la savante analyse de M.^{rs} de la Grange & du Séjour, que

$$\begin{aligned} D' : D'' &:: \mathfrak{D} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{f}{r''^3} \theta' \theta''\right) \mu' : \theta'' \mu'', \\ D' : D''' &:: \theta' \mu' : \theta'' \mu''', \\ D'' : D''' &:: \theta' \mu'' : \mathfrak{D} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{f}{r''^3} \theta' \theta''\right) \mu'''. \end{aligned}$$

J'ai calculé la valeur de $\frac{1}{2} f$, & je l'ai trouvée = 0,0000000000713525; elle ne peut donc devenir sensible qu'autant que son coefficient $\theta' \theta''$ seroit considérable. Dans notre exemple, où les θ ne sont chacun que de deux jours ou de 2880 minutes, $\frac{1}{2} f \theta' \theta''$ devient 0,0005910, &c; cette quantité sera diminuée en la divisant par r''^3 , si r'' est plus grand que l'unité; elle sera augmentée au contraire, si r'' est moindre que l'unité, mais il ne paroît pas que cette augmentation puisse être ordinairement bien considérable. Donc dans la supposition que les intervalles de temps sont petits, on peut négliger le terme $\frac{1}{2} \frac{f \theta' \theta''}{r''^3}$, & les trois analogies deviennent,

$$\begin{aligned} D' : D'' &:: \mathfrak{D} \mu' : \theta'' \mu'', & \text{Donc } D'' &= \frac{D' \theta'' \mu''}{\mathfrak{D} \mu'}, \\ D' : D''' &:: \theta' \mu' : \theta'' \mu''', & D''' &= \frac{D' \theta'' \mu'''}{\theta' \mu'}, \\ D'' : D''' &:: \theta' \mu'' : \mathfrak{D} \mu'''. & D''' &= \frac{D'' \mathfrak{D} \mu'''}{\theta' \mu''}. \end{aligned}$$

Soit $\Pi = \frac{\theta'' \mu'''}{\theta' \mu'}$ & $\Pi' = \frac{\theta'' \mu''}{\mathfrak{D} \mu'}$, on aura $D'' = D' \Pi'$ & $D''' = D' \Pi$. Voilà donc les rapports entre les D ; le second est précis, le premier n'est qu'approché, à cause du petit terme $\frac{1}{2} \frac{f \theta' \theta''}{r''^3}$ qu'on a négligé. On pourroit avoir les

deux rapports précis, en employant une quatrième & une cinquième observations, qu'on combinerait avec la troisième, & l'on obtiendrait ainsi le rapport précis du troisième D avec le cinquième; on aurait donc le rapport exact des D aux observations première, troisième & cinquième. Il ne s'agit donc plus que de trouver la valeur d'un seul D , on l'obtiendra par l'équation suivante

$$\pi \pi' B D'^2 - D' (\pi' \beta + \pi \gamma + \pi \pi' \delta) + F + \pi' G + H = 0.$$

Voilà donc le Problème réduit à une équation du second degré; on en tire

$$D' = \frac{\pi' \beta + \pi \gamma + \pi \pi' \delta}{2 \pi \pi' B} \pm \sqrt{\left[\frac{(\pi' \beta + \pi \gamma + \pi \pi' \delta)^2}{4 \pi^2 \pi'^2 B^2} - \frac{(F + \pi' G + H)}{\pi \pi' B} \right]}.$$

Cette équation a deux racines; il faut choisir celle qui satisfait à peu-près à une seconde équation que propose M. du Séjour. On détermine d'abord r' , r''' & c par les équations suivantes.

$$r' = \sqrt{R'^2 + D'^2 - 2 D' R' \cos. L' \cos. (C' - S')},$$

$$r''' = \sqrt{R'''^2 + \pi^2 D'^2 - 2 \pi D' R''' \cos. L''' \cos. (C''' - S''')},$$

$$c^2 = \frac{4 \mathfrak{S}^2 s^2}{r' + r'''} \left[1 + \frac{1}{3} \frac{\mathfrak{S}^2 s^2}{(r' + r''')^3} \right].$$

Dans cette dernière équation \mathfrak{S} est le temps écoulé entre la première & la troisième observation, exprimé en minutes; & s est l'espace que la Terre dans ses distances moyennes parcourt pendant une minute de temps; le logarithme de s^2 est 0,1544304. La seconde équation, à laquelle il faut que la véritable valeur de D' satisfasse, au moins à peu-près, sera donc celle-ci

$$D' \left(D' - \frac{2F}{\mathfrak{A}} \right) + \frac{1}{\mathfrak{A}} (G - c^2) = 0.$$

Dans sept ou huit essais que j'ai faits de la méthode de M. du Séjour, je n'ai point été obligé de recourir à cette seconde équation, & je pense que la première doit presque

toujours suffire, les circonstances de l'observation devant presque toujours décider la racine qu'il faut choisir.

Connoissant D' on connoîtra D'' & D''' par les équations $D'' = D' \Pi'$ & $D''' = D' \Pi$. Si les intervalles des temps sont égaux, comme ils le sont dans notre exemple, & comme il est à propos qu'ils le soient toujours, du moins lorsqu'ils sont un peu considérables; on aura $\Pi = \frac{\mu'''}{\mu'}$ & $\Pi' = \frac{\mu''}{2\mu'}$.

Les équations précédentes supposent les observations prochaines, elles peuvent cependant s'appliquer à des observations plus éloignées, en liant celles-ci par des observations intermédiaires; les erreurs se compenseront alors, dit M. du Séjour, & le résultat sera le plus exact qu'il puisse être. Que les observations pour lesquelles on veut déterminer les D soient éloignées, mais qu'on ait entre elles des observations voisines les unes des autres, & dont on aura déterminé les D par la méthode précédente, on connoîtra le rapport de ces D successifs. Que l'on ait donc

$$D' : d' :: m' : n'. d' : d'' :: m'' : n''. d'' : d''' :: m''' : n''' \dots d : D'' :: m : n.$$

&

$$D' : \delta' :: \mu' : \nu'. \delta' : \delta'' :: \mu'' : \nu''. \delta'' : \delta''' :: \mu''' : \nu''' \dots \delta : D''' :: \mu : \nu.$$

On fera

$$\Pi' = \frac{n' n'' n''' \dots n}{m' m'' m''' \dots m}, \text{ \& } \Pi = \frac{\nu' \nu'' \nu''' \dots \nu}{\mu' \mu'' \mu''' \dots \mu}.$$

On emploîra Π' & Π ainsi déterminés dans l'équation qui donne la valeur de D' , & dans les deux équations

$$D'' = D' \Pi', \text{ \& } D''' = D' \Pi.$$

Combinant ensemble les observations des 4, 6, & 8 Septembre, nous avons trouvé les quantités suivantes

B	$= + 0,00005031.$	Son logarithme	5,7016543.
β	$- 0,04720316.$		8,6739711.
γ	$+ 0,10173346.$		9,0074638.
δ	$- 0,05607246.$		8,7487496.

F	$= + 0,010549927$.	Son logarithme	$8,0232495$.
G	—	$8,3741651$.
H	+	$8,1117687$.
μ'	$+ 0,05412673$.		$8,7334118$.
μ''	$+ 0,10105617$.		$9,0045628$.
μ'''	$+ 0,04836287$.		$8,6845120$.
Π		$9,9511002$.
Π'		$9,9701210$.

L'équation pour trouver D' deviendra donc

$$D' = \frac{0,000064823}{0,00008392772} \pm \sqrt{\left(\frac{0,000064823^2}{0,00008392772^2} - \frac{0,000012961}{0,00004196387} \right)}.$$

Donc en prenant le signe $+$, $D' = 1,30873366$ & en admettant le signe $-$, $D' = 0,23599992$. Or, vu l'éclat que la Comète avoit pour lors, & la promptitude de son mouvement géocentrique, il n'est pas possible de supposer qu'elle fût beaucoup plus éloignée de la Terre que le Soleil; donc il n'est pas possible d'admettre la première valeur de D' ; il faut donc s'en tenir à la seconde, & l'on aura pour premier résultat

$$D' = 0,23599992.$$

$$D'' = 0,22030934.$$

$$D''' = 0,21086898.$$

Calculant ensuite le résultat des observations des 6, 8 & 10 Septembre, nous avons eu

B	$= - 0,000077003$.	Son logarithme	$5,8865076$.
β	$- 0,05113678$.		$8,7087333$.
γ	$+ 0,10664351$.		$9,0279344$.
δ	$- 0,05739203$.		$8,7588516$.
F	$+ 0,011835125$.		$8,0731729$.
G	—	$8,4123666$.
H	+	$8,1345635$.
μ'	$+ 0,05530021$.		$8,7427268$.
μ''	$+ 0,10599113$.		$9,0252695$.
μ'''	$+ 0,05252035$.		$8,7203276$.
Π		$9,9776008$.
Π'		$9,9815127$.

Donc

Donc

$$D' = \frac{0,000041625}{-0,0001401687} \pm \sqrt{\left(\frac{0,000041625^2}{0,0001401687^2} - \frac{0,000014645}{-0,000070084355} \right)}.$$

Les deux valeurs de cette équation sont

$$D' = -0,84207804, \text{ \& } D' = +0,24815096.$$

La première valeur étant négative ne peut être admise, il faut donc prendre la seconde, & l'on aura pour deuxième résultat,

$$D' = 0,24815096.$$

$$D'' = 0,23780923.$$

$$D''' = 0,23567679.$$

Un pareil procédé sur les observations des 8, 10 & 12 Septembre, nous a donné pour troisième résultat,

$$D' = 0,25389615.$$

$$D'' = 0,25074243.$$

$$D''' = 0,25664382.$$

Ces résultats sont non-seulement inexacts en eux-mêmes, ils ne s'accordent pas même entre eux. Pour distance de la Comète à la Terre le 8 Septembre, la première combinaison a donné 0,2109; la seconde 0,2378; la troisième 0,2539; & la véritable distance étoit 0,328. C'est que le terme

$\frac{1}{2} \frac{f}{r''^3} \theta' \theta''$, qu'on a négligé comme très-petit, se trouvoit

plus grand que les numérateurs & les dénominateurs des fractions qui composent la valeur de D' . Dans tous les essais que nous avons faits de la méthode de M. du Séjour, nous avons toujours rencontré de ces numérateurs & de ces dénominateurs extrêmement petits, sur lesquels les erreurs des observations ne peuvent qu'influer sensiblement.

Nous avons aussi comparé les observations des 4, 8 & 12 Septembre, en les liant par les observations intermédiaires du 6 & du 10.

Le premier résultat, nous a donné du 4 au 6,

$$D' : d' : n' : n' :: 0,23599992 : 0,22030934.$$

Tome II.

sf

Le second résultat, du 6 au 8, a produit

$$d' : D'' : m'' : n'' : : 0,24815096 : 0,23780923.$$

Donc, du 4 au 8, on aura

$$\Pi' = \frac{n' n''}{m' m''} = \frac{0,22030934 \times 0,23780923}{0,23599992 \times 0,24815096}.$$

Le logarithme de Π' , est 9,9516337.

D'autre part, le premier résultat a produit, du 4 au 8,

$$D' : \delta' : : \mu' : \nu' : : 0,23599992 : 0,21086898.$$

On conclut du troisième résultat, du 8 au 12,

$$\delta' : D''' : : \mu'' : \nu'' : : 0,25389615 : 0,25664382.$$

Donc, du 4 au 12,

$$\Pi = \frac{\nu' \nu''}{\mu' \mu''} = \frac{0,21086898 \times 0,25664382}{0,23599992 \times 0,25389615}.$$

Le logarithme de Π , est 9,9557749.

Employant ces Π au lieu de ceux qu'on auroit trouvés par les formules $\Pi = \frac{\theta'' \mu'''}{\theta' \mu'}$ & $\Pi' = \frac{\theta'' \mu''}{\theta' \mu'}$, ne changeant rien d'ailleurs au reste du calcul, on parviendra enfin à l'équation finale

$$D' = -\frac{0,00023203}{0,0003554693} \pm \sqrt{\left(+\frac{0,00023203^2}{0,0003554693^2} - \frac{0,000062184}{0,00017773465} \right)}.$$

Les deux valeurs de D' seront donc $+ 0,92879186$ & $+ 0,37669352$; la première est manifestement trop forte; il faut donc choisir la seconde.

$$D' = 0,37669352.$$

$$D'' = \Pi' D' = 0,33699372.$$

$$D''' = \Pi D' = 0,34022250.$$

Nous voilà donc fort près de la vérité, puisque les vraies distances de la Comète à la Terre étoient 0,3655; 0,328 & 0,333; & il y a tout lieu de croire que nous nous en ferions approchés davantage, si au lieu de nous contenter de cinq observations, nous en eussions employé un plus grand

nombre. On pourroit objecter qu'en multipliant les combinaisons d'observations, le calcul devient bien long, & que d'ailleurs il est peu de Comètes, dont les observations se suivent d'assez près, pour permettre un nombre suffisant de combinaisons d'observations voisines. Mais enfin on trouve de ces Comètes, telles que celles de 1763 depuis le 4 jusqu'au 26 Octobre, celle de 1769 depuis le 21 Août jusqu'au 15 Septembre, & depuis le 22 Octobre jusqu'au 10 Novembre, & plusieurs autres. Le calcul est long, mais il épargne l'ennui des tâtonnemens. Enfin l'on ne peut disconvenir qu'il est beau d'avoir réduit le problème des Comètes à une équation du second degré. Au reste nous ne prétendons point décider entre cette solution & la suivante; nous laissons à la volonté du calculateur le choix de l'une ou de l'autre.

Nous ne devons pas omettre une remarque importante de M. du Séjour; c'est que les L sont quelquefois fort petites, & l'usage de leur sinus est alors très-équivoque, vu les légères erreurs dont il n'est guère possible que les observations ne soient affectées. On peut alors trouver D'' par l'équation suivante, qui ne renferme aucun sinus de latitude; X y désigne

la quantité $1 - \frac{1}{2} \frac{F\theta'\theta''}{r''^3}$, & Y est $1 - \frac{1}{2} \frac{F\theta'\theta'''}{r''^3}$, θ'''

désignant ici l'intervalle de temps entre la seconde & la quatrième observation; & θ'' est l'intervalle entre la première & la quatrième. Ayant donc choisi quatre observations, on aura

$$\begin{aligned} D'' \cos L'' & [\theta'\theta''' X \sin.(C''' - C'') \sin.(C''' - C') - \theta''\theta''' Y \sin.(C''' - C'') \sin.(C''' - C')] \\ & = R'' [\theta'\theta''' X \sin.(C''' - S'') \sin.(C''' - C') - \theta''\theta''' Y \sin.(C''' - S'') \sin.(C''' - C')] \\ & - R' \theta''\theta''' [\sin.(C''' - S') - \sin.(C''' - S'') \sin.(C''' - C')] \\ & - \theta'\theta''' R''' \sin.(C''' - S''') \sin.(C''' - C') + \theta'\theta'' R'''' \sin.(C''' - S''') \sin.(C''' - C'). \end{aligned}$$

Si l'on néglige les très-petits termes $\frac{1}{2} \frac{F\theta'\theta''}{r''^3}$ & $\frac{1}{2} \frac{F\theta'\theta'''}{r''^3}$,

les quantités X & Y deviennent $= 1$, & le Problème est résolu; mais pour négliger ces termes, il faut qu'ils soient réellement très-petits, & pour cela, il faut que les intervalles

de temps soient courts : mais si ces intervalles sont courts , les arcs $C''' - C''$, $C''' - C'$, $C''' - C''$ seront souvent très-petits. Il seroit à désirer que la savante analyse de M. du Séjour, pût être poussée jusqu'à nous épargner l'usage des sinus de ces petits arcs, ils m'ont arrêté plusieurs fois.

On pourroit faire $X \& Y = 1$, & trouver par-là un D'' approché, à l'aide duquel on trouveroit facilement r'' approché; on trouveroit par ce moyen une valeur approchée de $X \& Y$; on substitueroit cette valeur dans l'équation, & l'on acquerroit une valeur plus approchée de D'' ; on réitéreroit l'opération autant qu'on le jugeroit nécessaire, & l'on parviendroit enfin à la véritable valeur de D'' ; mais cela n'abrégeroit pas le calcul.

Huitième Solution.

CETTE méthode n'est pas aussi directe (a) que la précédente; mais elle a sur elle l'avantage de pouvoir renfermer un plus grand intervalle de temps, & de ne pas exposer à l'usage de sinus d'arcs trop petits. Je l'ai essayée sur les Comètes de 1763, de 1769 & de 1780, & elle m'a réussi; M.^{rs} de la Place & Méchain l'ont employée avec succès sur d'autres Comètes. M. de la Place en est l'auteur; il en a développé les principes dans un Mémoire, imprimé parmi ceux de l'Académie, année 1780. En voici le mécanisme.

Choisissez trois, quatre ou cinq observations de la Comète, ou même plus, si vous le jugez à propos. Il faut que les intervalles de temps entre les observations soient les plus égaux qu'il sera possible; on fera même bien, pour la commodité du calcul, de réduire toutes les observations à la même heure du jour. Si les observations ne sont données qu'en ascension droite & en déclinaison, on simplifiera beaucoup

(a) Par méthode directe, nous entendons ici une méthode fondée sur une équation résoluble sans tâtonnemens, telles que sont toutes les équations qui n'excèdent pas le quatrième degré. Les équations d'un degré supérieur au quatrième ne peuvent être résolues sans quelque tâtonnement, dans l'état où est actuellement la Science analytique.

le calcul, en réduisant d'abord ces ascensions droites & ces déclinaisons en longitudes & en latitudes; si l'on prend quatre observations, elles peuvent embrasser dans le ciel un arc de 30 degrés, un de 36 ou de 40, si l'on a choisi cinq observations. Plus on prend d'observations, plus elles doivent embrasser d'espace dans le ciel; par-là l'influence de leurs erreurs est d'autant plus diminuée.

Nous choisirons encore pour exemple, les cinq observations des 4, 6, 8, 10 & 12 Septembre 1769; la route géocentrique de la Comète, durant cet intervalle de temps, a été de près de 44 degrés; c'est peut-être un peu trop, mais nous sommes parvenus à notre but. Nos intervalles de temps sont de deux jours seulement, en ne les faisant que d'un jour, ou même d'un jour & demi, l'espace parcouru par la Comète auroit été trop petit pour cinq observations.

Que C marque comme à l'ordinaire les longitudes, & L les latitudes observées de la Comète, ou qu'on se serve de ces caractères pour désigner les ascensions droites & les déclinaisons; si l'on aime mieux employer ces élémens, ce que je ne pense pas qu'il soit à propos de faire. Les θ , ou différence de temps entre les observations, sont ici exprimées en jours.

Faites

$$dC = \frac{C'' - C'}{\theta'}, \quad dC'' = \frac{C''' - C''}{\theta''}, \quad dC''' = \frac{C'''' - C'''}{\theta'''},$$

& ainsi de suite, jusqu'à la dernière observation.

Prenez

$$d^2C' = \frac{dC'' - dC'}{\theta' + \theta''}, \quad d^2C'' = \frac{dC''' - dC''}{\theta'' + \theta'''}, \quad d^2C''' = \frac{dC'''' - dC'''}{\theta''' + \theta''''}, \quad \&c.$$

$$d^3C' = \frac{d^2C'' - d^2C'}{\theta' + \theta'' + \theta'''}, \quad d^3C'' = \frac{d^2C''' - d^2C''}{\theta'' + \theta''' + \theta''''}.$$

$$d^4C' = \frac{d^3C'' - d^3C'}{\theta' + \theta'' + \theta''' + \theta''''}, \quad \&c.$$

On continuera cette opération jusqu'à ce qu'on parvienne à un quotient $d^{n-1}C'$, n signifiant ici le nombre des

observations; nous avons cinq observations, donc $d^4 C'$ est notre dernier quotient.

Choisissez un temps, ou une époque moyenne entre les observations extrêmes. Pour faciliter le calcul, si le nombre des observations est impair, on peut choisir pour époque, le temps même de l'observation moyenne. Que $\tau' \tau'' \tau'''$, &c. désignent les jours écoulés entre l'époque & l'instant de chaque observation, les τ qui précèdent l'époque étant censés négatifs. La longitude (ou l'ascension droite) de la Comète, pour un temps quelconque, distant de l'époque du nombre ζ de jours, fera

$$\begin{aligned} & C' - \tau' dC' + \tau' \tau'' d^2 C' - \tau' \tau'' \tau''' d^3 C' + \tau' \tau'' \tau''' \tau'''' d^4 C' - \&c. \\ & + \zeta [dC' - (\tau' + \tau'') d^2 C' + (\tau' \tau'' + \tau' \tau''' + \tau'' \tau''') d^3 C' \\ & - (\tau' \tau'' \tau''' + \tau' \tau'' \tau'''' + \tau' \tau''' \tau'''' + \tau'' \tau''' \tau''') d^4 C' + \&c.] \\ & + \zeta^2 [d^2 C' - (\tau' + \tau'' + \tau''') d^3 C' \\ & + (\tau' \tau'' + \tau' \tau''' + \tau' \tau'''' + \tau'' \tau''' + \tau'' \tau'''' + \tau''' \tau''') d^4 C' - \&c.]. \end{aligned}$$

On s'aperçoit facilement que dans le premier membre de cette formule, les coefficients des dC sont, 1.^o le premier τ ; 2.^o le produit des deux premiers τ ; 3.^o le produit des trois premiers τ , &c.

Dans le second membre, ces coefficients sont, 1.^o la somme des deux premiers τ ; 2.^o la somme des produits alternatifs des trois premiers τ , pris deux à deux; 3.^o la somme des produits alternatifs des quatre premiers τ , pris trois à trois, &c.

Enfin dans le troisième membre, les coefficients sont, 1.^o la somme des trois premiers τ ; 2.^o la somme des produits alternatifs des quatre premiers τ , pris deux à deux; 3.^o s'il y avoit six observations, la somme des produits alternatifs des cinq premiers τ , pris trois à trois; le dernier τ n'a jamais lieu dans cette formule.

S'il y a cinq observations, & que l'époque soit fixée au moment de la troisième observation, alors $\tau''' = 0$, & la formule devient

$$\begin{aligned} & C' - \tau' dC' + \tau' \tau'' d^2 C' \\ & + \zeta [dC' - (\tau' + \tau'') d^2 C' + \tau' \tau'' d^3 C' - \tau' \tau'' \tau'''' d^4 C'] \\ & + \zeta^2 [d^2 C' - (\tau' + \tau'') d^3 C' + (\tau' \tau'' + \tau' \tau'''' + \tau'' \tau''') d^4 C'] \end{aligned}$$

Si les temps sont égaux, & l'époque fixée à la troisième des cinq observations, le calcul devient encore plus simple; τ marquant le nombre de jours entre deux observations consécutives, la formule devient

$$C''' + \zeta \left(\frac{C' - C''''}{12\tau} + \frac{2C''' - 2C''}{3\tau} \right) + \zeta^2 \left(\frac{2C'' - 2C''''}{3\tau^2} - \frac{5C'''}{4\tau^2} - \frac{(C'''' + C')}{24\tau^2} \right).$$

On est donc alors dispensé de tout le calcul des dC qui précède, cette dernière formule ne comprenant aucun dC .

Il faut opérer de même sur les latitudes (ou déclinaisons) de la Comète, la marche est absolument la même; il n'y a dans tout ce qui vient d'être dit, que les C à changer en L . Les latitudes boréales doivent être traitées comme positives; les australes comme négatives.

Nous avons dans notre exemple, les données suivantes pour 14 heures, temps moyen, Méridien de Paris, les 4, 6, 8, 10 & 12 Septembre.

$C' = 80^d \ 56' \ 11''.$	$L' = - \ 17^d \ 51' \ 39''.$
$C'' = 90. \ 18. \ 18.$	$L'' = - \ 20. \ 7. \ 59.$
$C''' = 101. \ 0. \ 54.$	$L''' = - \ 22. \ 5. \ 2.$
$C'''' = 112. \ 38. \ 35.$	$L'''' = - \ 23. \ 20. \ 52.$
$C''''' = 124. \ 19. \ 22.$	$L''''' = - \ 23. \ 43. \ 55.$

En prenant pour époque le moment de la troisième observation, 8 Septembre, 14 heures, & τ étant égal à deux jours, la formule pour la longitude fera

$$101^d \ 0' \ 54'' + \zeta \ 20297'',7 + \zeta^2 \ 429'',8.$$

Il faut donner maintenant à ζ , telle valeur qu'on jugera à propos, de manière cependant que le troisième terme $429'',8 \ \zeta^2$ n'excède pas quatre ou cinq minutes. Si le mouvement apparent de la Comète étoit fort lent, on feroit $\zeta =$ cinq ou six jours, & même plus; mais ici que ce mouvement est très-prompt, nous ne pouvons donner à ζ que 16 heures, ou deux tiers de jour de valeur. Donnant donc à ζ successivement les deux valeurs $\zeta = - \frac{2}{3}$, & $\zeta = + \frac{2}{3}$, nous aurons les longitudes de la Comète pour

trois instans; 1.^o pour celui qui précède de 16 heures la troisième observation; 2.^o pour celui de la troisième observation; 3.^o pour celui de 16 heures après cette même troisième observation; ces longitudes feront donc

$$1.^{\circ} 101^d 0' 54'' - 3^d 45' 32'' + 3' 11'' = 97^d 18' 33''.$$

$$2.^{\circ} 101. 0. 54.$$

$$3.^{\circ} 101. 0. 54 + 3 45 32 + 3 11 = 104. 49. 37.$$

Ce sont ces trois longitudes que nous désignerons dorénavant par les caractères C' , C'' , C''' .

Quant aux latitudes, la formule deviendra

$$- 22^d 5' 2'' - 2977'' \zeta + 315,6 \zeta^2;$$

& donnant à ζ les mêmes valeurs, on aura les trois latitudes correspondantes aux trois longitudes déjà déterminées.

$$1.^{\circ} - 22^d 5' 2'' + 33' 4'',7 + 2' 20'',3 = - 21^d 29' 37''.$$

$$2.^{\circ} - 22. 5. 2.$$

$$3.^{\circ} - 22. 5. 2. - 33. 4,7 + 2. 20,3 = - 22. 35. 46.$$

Nous désignerons ces trois latitudes par L' , L'' , L''' .

Reprenons maintenant les coefficients de ζ & de ζ^2 ; ceux de ζ sont pour les longitudes, $20297'',7$, & pour les latitudes, $- 2977''$; & ceux de ζ^2 sont pour les longitudes, $429'',8$ (ou même pour plus de précision $429'',75$), & pour les latitudes, $315,6$.

Du logarithme du premier coefficient de ζ , ôtez le logarithme constant $3,5500081$, le reste sera le logarithme d'une quantité que nous nommerons β . Du double du second coefficient de ζ , ôtez pareillement le logarithme constant $1,7855911$, le reste sera le logarithme d'un nombre que nous désignerons par γ .

Pratiquez les mêmes opérations sur les coefficients de ζ^2 ; du logarithme du premier, ôtez $3,5500081$, & du logarithme du double du second, ôtez $1,7855911$; cette opération nous procurera les logarithmes de deux nouveaux nombres que nous nommons μ & ν .

Dans

Dans notre exemple, on trouve

Logarithme de $\beta + 0,7574389$.

Logarithme de $\gamma + 1,1486548$.

Logarithme de $\mu - 9,9237705$.

Logarithme de $\nu + 1,0145759$.

Si l'on avoit procédé par ascensions droites & déclinaisons, on trouveroit de même les coefficients respectifs de ζ & de ζ^2 , & au lieu de déterminer trois longitudes & trois latitudes, on parviendroit à trois ascensions droites & à trois déclinaisons qu'il faudroit convertir par les analogies connues en longitudes & en latitudes. Désignant ces longitudes & ces latitudes par $C', C'', C''', L', L'', L'''$, on auroit

$$\text{Logarithme de } \beta = \log. \frac{C''' - C'}{2\zeta} - 3,5500081.$$

$$\text{Logarithme de } \gamma = \log. \frac{C' - 2C'' + C'''}{\zeta^2} - 1,7855911.$$

$$\text{Logarithme de } \mu = \log. \frac{L''' - L'}{2\zeta} - 3,5500081.$$

$$\text{Logarithme de } \nu = \log. \frac{L' - 2L'' + L'''}{\zeta^2} - 1,7855911.$$

Dans ces formules, ζ doit toujours être regardé comme positif.

Il faut mettre toute la précision possible dans la détermination de ces logarithmes, c'est de leur précision que dépend principalement le succès de toute l'opération.

Calculez T , c'est-à-dire, le lieu de la Terre à l'instant choisi pour époque, ou pour le 8 Septembre, à 14 heures, R rayon vecteur de la Terre au même moment, & R' rayon vecteur de la Terre, lorsqu'elle sera de 90 degrés plus avancée dans l'Écliptique. Ce calcul des R peut se faire sans le secours des Tables. Soit

E , l'excentricité de la Terre = 0,01680;

H , le lieu de l'aphélie de la Terre;

il étoit en 1769, en $9^{\text{h}} 8^{\text{d}} 58'$, il avance par an, de $1' 6''$.

Tome II.

Tt

On aura

$$R = \frac{1 - E^2}{1 - E \cos.(T - H)}, \text{ \& } R' = \frac{1 - E^2}{1 + E \sin.(T - H)}.$$

Il est vrai que dans ces formules, on néglige l'action de la Lune & des Planètes qui peut modifier cette distance; mais l'effet de cette action est peu considérable; il ne paroît pas qu'on puisse risquer beaucoup en la négligeant. Le 8 Septembre, à 14 heures, on avoit

$$C = 101^d \ 0' \ 54''.$$

$$L = - \ 22. \ 5. \ 2.$$

$$T = 346. \ 35. \ 31.$$

$$\text{Logar. de } R \ 0,0026636. R = 1,0061521.$$

$$\text{Logar. de } R' \ 9,9931810. R' = 0,98442136.$$

Les recherches de M. de la Place l'ont conduit à deux équations en D , l'une du huitième degré, mais qui s'abaisse facilement au septième, & l'autre seulement du sixième. Combinant, décomposant en quelque sorte ces deux équations, il en a tiré les quatre équations suivantes, dans lesquelles y désigne un rapport des élémens de la distance Δ aux élémens du temps, ou $\frac{d\Delta}{dt}$.

$$(1) \ r^2 = \frac{\Delta^2}{\cos.^2 L} + 2 R \Delta \cos.(T - C) + R^2.$$

$$(2) \ y = \frac{R \sin.(T - C)}{2 \beta} \left(\frac{1}{R^3} - \frac{1}{r^3} \right) - \frac{2 \Delta}{2 \beta}.$$

$$(3) \ y^2 + \beta^2 \Delta^2 + \left(y \tan. L + \frac{\mu \Delta}{\cos.^2 L} \right)^2 \\ + 2 y \left[(R' - 1) \cos.(T - C) - \frac{\sin.(T - C)}{R} \right] \\ + 2 \beta \Delta \left[(R' - 1) \sin.(T - C) + \frac{\cos.(T - C)}{R} \right] \\ + \frac{1}{R^2} - \frac{2}{r} = 0.$$

$$(4) \ y = - \Delta \left(\mu \tan. L + \frac{\nu}{2 \mu} + \frac{\beta^2 \sin. L \cos. L}{2 \mu} \right) \\ + \frac{R \sin. L \cos. L}{2 \mu} \cos.(T - C) \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{R^3} \right).$$

Ces quatre équations ne renferment que trois inconnues r , Δ & γ ; il paroît donc que trois équations devroient suffire, nous verrons bientôt à quoi sert la quatrième.

Ces équations peuvent facilement se résoudre par des essais. On peut, comme nous l'avons dit plus haut, juger de la proximité de la Comète à la Terre, par sa grandeur, son éclat, la promptitude de son mouvement, &c. on peut aussi employer quelqu'une des solutions précédentes, pour avoir un D ou un Δ approché. Si c'est un D que l'on a trouvé, on aura le Δ correspondant par la formule $\Delta = D \cos. L$. Quoi qu'il en soit, on supposera dans l'équation (1), une valeur à Δ ; cette équation donnera la valeur correspondante de r , & l'équation (2) donnera celle de γ . Faisant usage de ces valeurs dans la troisième équation, si cette équation se réduit à 0, la valeur supposée de Δ est sa véritable valeur; si l'équation (3) donne un reste, il faut supposer à Δ une autre valeur; une valeur plus petite que la première, si le reste est positif; une plus grande au contraire, si le reste est négatif. Ce tâtonnement ne peut être bien long, & d'ailleurs dès la première opération on a tous les coefficients de Δ , r & γ , qui restent les mêmes pour toutes les opérations subséquentes.

Comme ces équations sont une décomposition d'une équation d'un degré plus élevé, il se pourroit absolument faire que cette équation eût plusieurs racines réelles & positives; pour s'assurer si la valeur de Δ , qui a satisfait à l'équation (3), est réellement la véritable, on résoudra l'équation (4); si la valeur de γ , trouvée par cette équation (4), diffère peu de celle qui a été donnée par l'équation (2), ce qui, je pense, arrivera au moins presque toujours, la valeur supposée de Δ est absolument sa véritable valeur.

Dans ce qui précède, nous avons supposé γ plus grand que r : si r étoit plus grand que γ , il faudroit trouver d'abord la valeur de r par l'équation (1), puis celle de γ par l'équation (4); l'équation (3), réduite à 0, prouveroit que la valeur qu'on a supposée à Δ , est réellement une de ses véritables

valeurs ; enfin, si l'équation (2) donnoit à y à peu-près la même valeur qu'on a trouvée par l'équation (4), on seroit assuré que la valeur qu'on a donnée à Δ , est son unique & véritable valeur, au moins extrêmement approchée.

Dans notre exemple, en supposant $\Delta = 0,3$, l'équation (3) donne un reste négatif assez sensible ; il faut donc augmenter la valeur de Δ . Supposons $\Delta = 0,31$, l'équation (3) donne un reste positif un peu plus grand que n'étoit le premier reste négatif ; concluons-en que Δ est entre $0,30$ & $0,31$, un peu plus près de $0,30$ que de $0,31$. Soit $\Delta = 0,3048$, le reste sera négatif, & en prenant des parties proportionnelles, nous parviendrons bientôt à $\Delta = 0,3048303$. Dans cette hypothèse, on trouvera par l'équation (1), $r = 0,9310919$; puisque γ est plus grand que r , nous passerons à l'équation (2) ; elle nous donnera $y = -0,31842352$; l'équation (3) se réduira à $-0,000001$, reste extrêmement petit, & qu'on peut regarder comme nul. Enfin, l'équation (4) donne $y = -0,354$, &c. ce qui ne diffère pas extrêmement de $y = -0,318$, &c. La différence auroit peut-être été encore moindre, si nos cinq observations n'eussent pas embrassé dans le ciel un arc de plus de 40 degrés.

Donc, le 8 Septembre 1769, à 14 heures, temps moyen, Méridien de Paris, la distance accourcie Δ de la Comète à la Terre, étoit $0,3048303$, & le rayon vecteur r de la Comète, $0,9310919$. On connoît d'ailleurs les élémens de l'orbite de cette Comète ; nous avons calculé Δ & r pour l'instant donné sur plusieurs théories de ces élémens, & Δ & r que nous venons de trouver par la méthode de M. de la Place, tiennent à peu-près le milieu entre les résultats de nos calculs.

PROBLÈME X.

Un Δ & un r étant donnés par le Problème précédent, trouver la distance périhélie de la Comète, & le temps de son passage au périhélie.

CECI est la suite de la méthode de M. de la Place, les lettres ont la même valeur.

Faites

$$B = \frac{\Delta y + \Delta^2 \mu \text{ tang. } L}{\text{cof.}^2 L} + R y \text{ cof. } (T - C),$$

$$+ \Delta [(R' - 1) \text{ cof. } (T - C) - \frac{\text{fin. } (T - C)}{R}]$$

$$+ \Delta R \beta \text{ fin. } (T - C) + R (R' - 1).$$

On aura π , ou distance périhélie $= r - \frac{1}{2} B^2$.

Si B est positif, la Comète a déjà passé son périhélie; elle ne l'a pas encore passé, si B est négatif.

On a de plus, $\text{cof. } v = \frac{2\pi}{r} - 1$.

Connoissant v ou l'anomalie vraie, on trouvera par la *Table générale du mouvement des Comètes dans un orbe parabolique*, le temps correspondant à cette anomalie; ajoutant au logarithme de ce temps, celui de π plus la moitié de ce même logarithme de π , on aura le logarithme des jours compris entre l'époque & le passage au périhélie: on ajoutera ces jours à l'époque, ou on les en retranchera, suivant que B aura été trouvé négatif ou positif.

Nous avons trouvé dans notre exemple, $B = -1,2768976$; donc B étant négatif, la Comète n'avoit pas encore passé par son périhélie.

La distance périhélie π , est 0,1158582.

L'anomalie vraie v , est 138^d 41' 20".

Le temps correspondant dans la Table générale, est 729,60151.

À son logarithme 2,8630857, ajoutez $\frac{3}{2}$ du logarithme

de π , ou 8,5958902, la somme sera 1,4589759, logarithme de 28,77239 jours. A l'époque, Septembre 8,58333 jours, ajoutez ces 28,77239 jours, vous aurez pour le temps du passage au périhélie, Octobre 7,35572 jours.

Ces élémens ainsi déterminés ne sont qu'approchés; nous verrons au Problème XVIII, comment on peut leur donner toute la précision possible, & en conclure les autres élémens de l'orbite de la Comète.

A V E R T I S S E M E N T.

D'APRÈS une observation quelconque de la longitude & de la latitude géocentrique d'une Comète, on peut imaginer quatre triangles, *fig. 14*; *S* est le Soleil; *T* la Terre; *K* le lieu de la Comète dans son orbite; *C* la projection de ce point sur le plan de l'Écliptique. Tirez les lignes $ST = R$, $SC = \varphi$, $SK = r$, $TC = \Delta$, $TK = D$, & CK perpendiculaire abaissée de la Comète *K* sur le plan de l'Écliptique. Cette construction donne quatre triangles rectilignes, 1.^o SCT sur le plan de l'Écliptique; on connoît dans ce triangle l'angle d'élongation $CTS = \zeta$, l'observation donne directement cet angle; on y connoît de plus le côté $ST = R$, c'est la distance actuelle du Soleil à la Terre, donnée par les Tables solaires: le reste du triangle est inconnu.

2.^o Dans le triangle KST , on connoît pareillement le côté $ST = R$; l'observation conduit naturellement à la connoissance de l'angle KTS . En effet, qu'on suppose le triangle rectiligne KCS projeté dans l'étendue du ciel, il y formera un triangle sphérique rectangle en *C*; le côté CS sera la mesure de l'angle connu $CTS = \zeta$; le côté KC sera pareillement la mesure de l'angle $KTC = L$, latitude géocentrique, donnée par l'observation; connoissant donc les deux côtés du triangle rectangle KCS , on en connoitra l'hypothénuse KS par l'analogie $\cos. KS = \cos. \zeta \cos. L$; ce côté KS projeté dans le ciel est la mesure de l'angle KTS . Dans tout ceci, il faut supposer les triangles KCS ,

KCT relevés sur le plan du papier, ou sur le plan de l'Écliptique, de manière que le point K réponde verticalement au-dessus du point C . Fig. 14.

3.^o Dans le triangle KCT , rectangle en C , on connoît l'angle $CTK = L$, & par conséquent KCT son complément.

4.^o Enfin dans le triangle CKS , rectangle en C , on ne connoît que l'angle droit C .

Dans ces quatre triangles, on ne connoît donc, soit par observation, soit par les Tables, outre les angles droits, que $TS = R$, $CTS = \zeta$, $KTS = \tau$ & $KTC = L$; on voit que l'angle CSK est la latitude héliocentrique $= \lambda$.

P R O B L È M E X I.

Une seule des quantités inconnues des quatre triangles précédens, étant donnée, déterminer toutes les autres.

QUE dans le triangle CST , outre R & ζ qui sont connus, on donne, ou un autre côté, ou un autre angle, on connoîtra tout le triangle, & par conséquent $CS = p$, & $CT = \Delta$. Dans CKT , outre l'angle droit C , on aura l'angle $T = L$, & le côté $CT = \Delta$, on calculera $KT = D$ & CK . Dans le triangle CSK , rectangle en C , les deux côtés étant maintenant connus, on calculera l'angle $CSK = \lambda$, & l'hypothénuse $SK = r$.

Si c'est un angle, ou un côté du triangle TSK , qui soit donné, outre le côté $TS = R$, & l'angle en $T = \tau$; on calculera CT ou Δ , & le reste de l'opération procédera, comme si on étoit parti du triangle CSK .

Il en sera de même, si dans le triangle CTK , outre l'angle droit en C , l'angle $CTK = L$ & l'angle CKT complément de L , on donne un des trois côtés; si ce n'est pas CT , le calcul conduira du moins à la connoissance de CT , & de-là à celle de toutes les autres inconnues.

Enfin, si dans le triangle CKS , outre l'angle droit C ,

Fig. 14. on donne l'angle $CSK = \lambda$, ou son complément CKS , on connoîtra l'angle S du triangle CTS par l'analogie tang. $L : \text{tang. } \lambda :: \text{fin. d'élong. } CTS : \text{fin. de commut. } CST$. Si c'est un des côtés du triangle CKS qui est donné, ce quatrième cas se réduit à l'un des trois premiers; puisque le côté CS appartient au triangle CTS , le côté KS fait aussi partie du triangle KST , & qu'enfin le côté CK est aussi un des côtés du triangle CTK .

Il est à remarquer que dans cette suite de triangles, il se rencontre quelquefois des cas indéterminés, tel que celui où seroient donnés deux côtés, & un angle opposé à l'un de ces côtés; car alors, si l'angle donné est aigu, il arrive souvent que l'angle opposé à l'autre côté donné peut être indifféremment pris aigu ou obtus; le Problème est également satisfait des deux manières. Nous tâcherons, lorsque l'occasion s'en présentera, de proposer des règles certaines sur le choix qu'il est alors à propos de faire.

P R O B L È M E XII.

Déterminer les rapports qui existent entre les différentes parties de la trajectoire d'une Comète.

Le rapport entre l'anomalie vraie v , les rayons vecteurs r , & les angles ϕ & χ formés par les rayons vecteurs, se détermine ainsi, les v , ϕ & χ devant toujours être pris dans le même sens.

Par la propriété des sections coniques, on a

$$\begin{aligned} r' &= \frac{p}{1 + \varepsilon \cos. v'}, \\ r'' &= \frac{-p}{1 + \varepsilon \cos. v''} = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos. (v' + \phi)}, \\ r''' &= \frac{p}{1 + \varepsilon \cos. v'''} = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos. (v' + \chi)}; \end{aligned}$$

donc

$$p = r' + r' \varepsilon \cos. v' = r'' + r'' \varepsilon \cos. (v' + \phi) = r''' + r''' \varepsilon \cos. (v' + \chi).$$

Donc

Donc

$$e = \frac{r'' - r'}{r' \cos. v' - r'' \cos. (v' + \varphi)} = \frac{r''' - r'}{r' \cos. v' - r''' \cos. (v' + \chi)}.$$

Donc substituant $\cos. \varphi \cos. v' - \sin. \varphi \sin. v'$ à $\cos. (v' + \varphi)$, & mettant pareillement $\cos. \chi \cos. v' - \sin. \chi \sin. v'$, au lieu de $\cos. (v' + \chi)$, & divisant ensuite les deux dénominateurs par $\cos. v'$, on aura

$$\frac{r'' - r'}{r' - r'' \cos. \varphi + r'' \sin. \varphi \tan g. v'} = \frac{r''' - r'}{r' - r''' \cos. \chi + r''' \sin. \chi \tan g. v'};$$

d'où l'on tire

$$\tan g. v' = \frac{r' (r''' - r') \cos. \varphi - r'' (r'' - r') \cos. \chi - r' (r''' - r'')}{r'' (r''' - r') \sin. \varphi - r''' (r'' - r') \sin. \chi}.$$

Voilà donc une équation qui fera connoître l'anomalie vraie, si trois rayons vecteurs sont donnés avec les angles qu'ils forment entr'eux; on peut aussi parvenir aux deux équations suivantes, & choisir. Soit $\beta = \frac{\sin. \frac{1}{2} \chi}{\sin. \frac{1}{2} \varphi}$.

$$\tan g. v' = \frac{\beta (r' - r'') r''' \sin. \frac{1}{2} \chi - (r' - r''') r'' \sin. \frac{1}{2} \varphi}{(r' - r''') r'' \cos. \frac{1}{2} \varphi - \beta (r' - r'') r''' \cos. \frac{1}{2} \chi}.$$

$$\tan g. v' = \frac{(r' - r'') r''' \sin. \frac{3}{2} \chi - (r' - r''') r'' \sin. \frac{3}{2} \varphi}{(r' - r''') r'' \cos. \frac{1}{2} \varphi \sin. \frac{1}{2} \varphi - (r' - r'') r''' \cos. \frac{1}{2} \chi \sin. \frac{1}{2} \chi}.$$

Si au temps de la première observation, la Comète n'a point encore passé par son périhélie, ce dont il est toujours facile de s'assurer, on emploiera les mêmes équations, mais il faudra changer le signe du numérateur.

Voyez au *Problème XXI*, une autre formule pour conclure v de deux r & de l'angle compris φ , formule qui n'a lieu que pour la parabole.

Dans la parabole, on a le rapport de π , distance périhélie, à un rayon vecteur quelconque, & à son anomalie vraie correspondante, par l'analogie connue,

$$1 : \cos. \frac{1}{2} v :: r : \pi.$$

Donc $\pi = r \cos^2 \frac{1}{2} v$. Or p , demi-paramètre $= 2\pi$. On a aussi $\cos v = \frac{2\pi - r}{r}$.

Les rapports ne sont pas si simples dans l'ellipse; on a d'abord ci-dessus celui de ε , excentricité comparée au demi-grand axe.

$$\varepsilon = \frac{r'' - r'}{r' \cos v' - r'' \cos v''}, \text{ ou } = \frac{r' - r''}{r'' \cos v'' - r' \cos v'},$$

$$p = r + r \varepsilon \cos v.$$

Quant à la distance périhélie π , on a l'analogie

$$1 : 1 + \varepsilon :: \pi : p.$$

Donc

$$\pi = \frac{p}{1 + \varepsilon} = \frac{p r \cos v}{p + r + r \cos v}.$$

Si $\pi = p$, donc $\varepsilon = 0$, & la trajectoire est un cercle.

Si $p = 2\pi$, ε est $= 1$, & la trajectoire est une parabole.

Si p est plus grand que π , mais moindre que 2π , l'orbite est elliptique.

Enfin la trajectoire est hyperbolique, si p est plus grand que 2π .

L'excentricité ε décide donc de la nature de la trajectoire; cette trajectoire est parabolique, si $\varepsilon = 1$; elliptique, si $\varepsilon < 1$; hyperbolique, si $\varepsilon > 1$. Nous ne parlons pas de $\varepsilon = 0$, aucune orbite cométaire n'est circulaire.

Dans l'ellipse, on a de plus

$$A, \text{ demi-grand axe, } = \frac{\pi}{1 - \varepsilon} = \frac{4\pi\pi}{2\pi - p},$$

$$a, \text{ demi-petit axe, } = \sqrt{pA} = \pi a,$$

$$e, \text{ excentricité rapportée au rayon moyen de l'orbite terrestre, } = A\varepsilon = A - \pi.$$

$$a, \text{ distance aphélie, } = A + e.$$

PROBLÈME XIII.

Déterminer le rapport des temps avec les différentes parties de l'orbite.

ON peut distinguer trois sortes de temps; le temps \odot de la révolution entière d'une Comète autour de son orbite; le temps t écoulé entre une observation & le passage de la Comète par son périhélie; & le temps θ écoulé entre deux observations.

Le temps \odot n'a lieu que dans le cercle & dans l'ellipse; on sait que sa formule est $\odot = A^{\frac{3}{2}}$, la révolution ou l'année fidérale de la Terre étant prise pour unité.

Dans la parabole, Lambert a prouvé que le temps écoulé depuis le périhélie jusqu'à une observation quelconque, *Insign. orb.
Comet. propr. S.
131 & 134.*

$$t = \frac{n}{3\sqrt{2}} (r + 2\pi) \sqrt{(r' - \pi)} = \frac{np\sqrt{p}}{12} (\text{tang.}^{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}v + 3 \text{ tang.}^{\frac{1}{2}}v);$$

n , comme nous l'avons vu, page 245, est $= 116,2648$; son logarithme est 2,0654481. Mais il est plus court de consulter la Table générale; si cependant l'anomalie vraie excédoit 90 degrés, elle varieroit beaucoup moins que le temps; le temps étant donné, on trouveroit facilement dans la Table, l'anomalie vraie correspondante; mais l'anomalie étant donnée, on ne trouveroit pas avec la même précision le temps t qui y répond. Il faut avoir alors recours à la formule $4t = 3t' \text{ tang.}^{\frac{1}{2}}v + t' \text{ tang.}^{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}v$; t' dénote ici le temps écoulé depuis le passage de la Comète par son périhélie, jusqu'à ce qu'elle ait atteint 90 degrés d'anomalie vraie. Si l'on applique donc cette formule à la Comète de 109,615, &c. jours, on aura $t = \frac{3}{4}109$, &c. $\text{tang.}^{\frac{1}{2}}v + \frac{1}{4}109$, &c. $\text{tang.}^{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}v$; donc ajoutant 1,9149328 au logarithme de la tangente de la moitié de l'anomalie vraie, &c. 1,4378116 au triple de ce même logarithme, on aura les logarithmes de deux nombres, dont la somme sera le t de la Table, ou de la Comète de 109 jours. La somme du

Uu ij

logarithme de ce t & des $\frac{3}{2}$ du logarithme de la distance périhélie, sera le logarithme du véritable t . Voyez-en un exemple, au *Problème XXII*; notre *Table IV* offre un autre moyen de déterminer ce même temps t . Par-tout ici, l'on suppose t & θ exprimés en jours naturels.

Dans l'ellipse & l'hyperbole, peu différentes de la parabole, si v ne surpasse pas beaucoup 90 degrés, on ne peut guère déterminer t que par une série; en voici une qui est de M. Euler.

Soit

$$b = \text{tang. } \frac{1}{2} v,$$

$$\gamma = \frac{n \pi^2}{\sqrt{p}},$$

$$q = \frac{2 \pi - p}{p},$$

$$\begin{aligned} \delta = b - \frac{2}{3} q b^3 + \frac{3}{5} q^2 b^5 - \frac{4}{7} q^3 b^7 + \frac{5}{9} q^4 b^9 - \&c. \\ + \frac{1}{3} b^3 - \frac{2}{5} q b^5 + \frac{3}{7} q^2 b^7 - \frac{4}{9} q^3 b^9 + \&c. \end{aligned}$$

Dans l'hyperbole, q étant une quantité négative, tous les termes de la série deviennent positifs. Dans l'une & l'autre courbe $t = \gamma \delta$.

Si v excède beaucoup 90 degrés, la série peut devenir divergente; il faut alors recourir à une méthode directe, proposée pareillement par M. Euler, mais qui, vu la petitesse de l'angle ω , n'est praticable que lorsque la trajectoire diffère sensiblement de la parabole, ou quand v excède de beaucoup 90 degrés.

Pour l'ellipse, on cherche d'abord l'anomalie excentrique ω par la formule, $\text{tang. } \frac{1}{2} \omega = \frac{\sqrt{(2 \pi + p)}}{\sqrt{p}} \text{ tang. } \frac{1}{2} v$. On

aura le temps $t = \frac{n \pi^3}{2 (2 \pi - p)^{\frac{3}{2}}} (\omega - \text{é fin. } \omega)$. Dans

cette formule, ω doit être exprimé en parties du rayon, ce qui se fera facilement par le secours de notre *Table V*; au défaut de cette Table, il faudroit réduire ω en secondes, &

au logarithme d' ω ainsi réduit, ajouter le logarithme constant 4,685574867; la somme feroit le logarithme d' ω réduit en parties du rayon.

Soit

p d'une Comète.....	1,2026629.
π	0,6853470.
<hr/>	
Log. tang. $\frac{1}{2}v$	0,0052075.
Log. $\sqrt{(2\pi - p)}$	9,6126948.
Log. $\sqrt{(2\pi - p)}$ tang. $\frac{1}{2}v$	9,6179023.
— log. \sqrt{p}	0,0400719.
Log. tang. $\frac{1}{2}\omega$	9,5778304.
$\frac{1}{2}\omega$	20 ^d 43' 17"
ω	41. 26. 34.
Table IV, 41 ^d en parties du rayon.....	0,71558499.
26'.....	0,00756309.
34".....	0,00016484.
Somme, ou ω en parties du rayon.....	0,72331292.
<hr/>	
Log. $\epsilon = \frac{p - \pi}{\pi}$	9,8778453.
Log. fin. ω	9,8207738.
Log. $\frac{p - \pi}{\pi}$ fin. $\omega = \epsilon$ fin. ω	9,6986191.
<hr/>	
ω en parties du rayon.....	0,7233129.
— ϵ fin. ω	0,4995964.
$\omega - \epsilon$ fin. ω	0,2237165.
Son logarithme.....	9,3496978.
Log. de $\frac{n\pi^3}{2(2\pi - p)^{\frac{1}{2}}}$	2,4340654.
Log. de t	1,7837632.
t	60,780361.

Dans l'hyperbole, on a tang. $\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(p - 2\pi)}}{\sqrt{p}}$ tang. $\frac{1}{2}v$,

$$\& t = \frac{n\pi^3}{2(p - 2\pi)^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{p - \pi}{\pi} \text{tang. } \omega - \log. \text{tang. } (45^{\text{d}} + \frac{1}{2}\omega) \right].$$

On voit que cette dernière équation est transcendante ; pour la résoudre, ce n'est pas le logarithme des Tables ordinaires, mais le logarithme hyperbolique de $\text{tang. } (45^{\text{d}} + \frac{1}{2}\omega)$ qu'il faut employer ; au défaut d'une Table de logarithmes hyperboliques, on peut y suppléer avec les Tables ordinaires de la manière suivante. Soit le logarithme hyperbolique cherché $= x$; on aura $\log. x = \log. \text{ du log. tang. de } (45^{\text{d}} + \frac{1}{2}\omega) + 0,3622157$. Ce cas n'arrive peut-être jamais, c'est-à-dire, qu'il n'est peut-être aucune Comète dont la trajectoire soit une hyperbole. Cependant comme dans la multitude de calculs que nous avons faits sur les Comètes, il s'est présenté quelquefois des hypothèses qui conduisoient à une orbite hyperbolique, & que d'ailleurs nous ne prétendons pas nier décidément la possibilité d'une trajectoire hyperbolique, nous allons donner un exemple de ce cas.

Suivant une hypothèse que nous avons faite sur la Comète de 1769, hypothèse fautive, il est vrai, mais qui s'écartoit peu de la vérité, nous avons trouvé, pour le 21 Août, son anomalie vraie de $144^{\text{d}} 42' 2''$, 1 ; d'autre part son excentricité e étoit 1,0000402 ; elle excédoit l'unité, donc l'orbite dans cette hypothèse devoit être hyperbolique. Le calcul nous avoit donné d'ailleurs, $p = 0,24265620$, & $\pi = 0,12132553$.

Donc

Log. de $\frac{\sqrt{p} - 2\pi}{\sqrt{p}}$	7,6629858.
+ Log. tang. $\frac{1}{2}\nu$	0,4973356.
Log. tang. $\frac{1}{2}\omega$	8,1603214.
$\frac{1}{2}\varphi$	$0^{\text{d}} 49' 43'' 43$.
ω	1. 39. 26,86.
$45^{\text{d}} + \frac{1}{2}\omega$	45. 49. 43,43.
Log. tang. de $(45^{\text{d}} + \frac{1}{2}\omega)$	0,0125651.
Log. de ce logarithme.....	8,0991660.
Log. constant.....	0,3622157.

Log. du log. hyperb. tang. $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$	8,4613817.
Log. hyperb. tang. de $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$	0,028932213.
<hr/>	
Log. tang. ω	8,4614419.
Log. de ϵ	0,0000175.
<hr/>	
Log. de ϵ tang. ω	8,4614594.
<hr/>	
ϵ tang. ω	0,028937393.
— log. tang. $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$	0,028932213.
<hr/>	
ϵ tang. ω — log. tang. $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$	0,000005180.
<hr/>	
Son logarithme.....	4,7143298.
Log. de $\frac{n\pi^3}{2(p - 2\pi)^{\frac{3}{2}}}$	6,9498301.
<hr/>	
Log. de t	1,6641599.
t	46,14874 ^j .

Dans ces fortes de calculs, on auroit sans doute des résultats plus exacts, en employant les grandes Tables d'Ulacq, à dix décimales, préférablement à celles de Gardiner qui n'en ont que sept; alors le logarithme constant est 0,3622156886.

Il nous reste à déterminer les θ , ou les temps écoulés d'une observation à l'autre. Deux r & l'angle compris ϕ suffisent pour cette détermination, au moins dans la parabole. De ces données, on conclut aisément la corde c qui soutend l'arc parcouru, par les analogies connues de la trigonométrie rectiligne, & nommément par la formule

$$c = \sqrt{r'^2 + r''^2 - r' r'' \cos. \frac{1}{2} \phi}.$$

Or

$$\theta = n \frac{\left(\frac{r' + r'' + c}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r' + r'' - c}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{2}} = \frac{n}{12} (r' + r'' + c)^{\frac{3}{2}} - (r' + r'' - c)^{\frac{3}{2}} = \frac{n}{3\sqrt{2}} [r' + r'' + \sqrt{r' r'' \cos. \frac{1}{2} \phi}]$$

$\sqrt{[r' + r'' - 2\sqrt{r' r'' \cos. \frac{1}{2} \phi}]}]$. Ce théorème de Lambert *Infign. orb. &c.*
5.79, 80, &c.

est très-curieux; il s'ensuit que le temps qu'une Comète emploie à parcourir un arc de sa trajectoire ne dépend, ni de la longueur de cet arc, ni de la position du périhélie, ni de la distance périhélie, mais seulement des deux rayons vecteurs & de l'angle qu'ils comprennent, ou de la somme de ces deux rayons & de la corde de l'arc parcouru.

Lambert,
§. 210.

Pour l'ellipse, soit $\beta = \frac{1}{2}(r' + r'' + c)$, $\gamma = \frac{1}{2}(r' + r'' - c)$, & A l'axe entier; on aura $\theta = \frac{n}{3\sqrt{2}}(\beta^{\frac{3}{2}} - \gamma^{\frac{3}{2}}) + \frac{n}{10A\sqrt{2}}(\beta^{\frac{5}{2}} - \gamma^{\frac{5}{2}}) + \frac{3n}{56A^2\sqrt{2}}(\beta^{\frac{7}{2}} - \gamma^{\frac{7}{2}}) + \frac{5n}{144A^3\sqrt{2}}(\beta^{\frac{9}{2}} - \gamma^{\frac{9}{2}}) + \frac{35n}{1408A^4\sqrt{2}}(\beta^{\frac{11}{2}} - \gamma^{\frac{11}{2}}) + \&c.$ La formation des coefficients est $\frac{1}{3} + \frac{1}{2.5} + \frac{1.3}{2.4.7} + \frac{1.3.5}{2.4.6.9} + \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8.11} \&c.$

En général, pour toute sorte de courbe, on a $\theta = t'' - t'$, ou si la Comète a passé par son périhélie dans l'intervalle des observations, $\theta = t' + t''$. Or dans ce dernier cas, si l'on veut connoître θ par la série précédente, il faut partout mettre $+$ γ , au lieu de $- \gamma$; & dans la formule pour la parabole, $+(r' + r'' - c)^{\frac{3}{2}}$, au lieu de $-(r' + r'' - c)^{\frac{3}{2}}$.

P R O B L È M E X I V.

Étant donnés deux r & le foyer, construire la parabole, &c.

Lambert,
§. 26 & seq.
Fig. 23. Soit F (fig. 23) le foyer, FM & FN les deux rayons vecteurs connus, ainsi que l'angle compris NFM . Portez FN de F en n sur FM ; sur MN , comme diamètre, décrivez le demi-cercle MVN . Portez $nM = r' - r''$, de N en V sur le demi-cercle, & tirez MVH . Par le foyer F , tirez $A FH$ parallèle à NV , & par conséquent perpendiculaire à MH , qu'elle rencontre en H ; faites $AF = \frac{1}{2}(FM - FH)$; AH sera l'axe de la parabole, & A son sommet.

Abaissez

Abaissez la perpendiculaire ou l'ordonnée NK ; soit l'ab- Fig. 23.
scisse $AH = x$, $AK = X$, l'ordonnée $MH = y$, $NK = Y$.

L'aire du segment parabolique AMH sera $= \frac{2}{3}xy$, & celle du segment $ANK = \frac{2}{3}XY$; l'aire du quadrilatère $KNMH = \frac{1}{2}(x - X)(y + Y)$; donc l'aire du segment $NQM = AMH - ANK - KNMH = \frac{2}{3}xy - \frac{2}{3}XY - \frac{1}{2}(x - X)(y + Y) = \frac{1}{6}(xy - XY - 3xY + 3Xy)$; mais $x = \frac{y^2}{2p}$; $X = \frac{Y^2}{2p}$. Donc l'aire du segment

$$NQM = \frac{1}{12p}(y^3 - 3y^2Y + 3yY^2 - Y^3) = \frac{(y - Y)^3}{12p} = \frac{MV^3}{24AF} = \frac{1}{3}V(r'r'') \sin. \frac{1}{2}\phi [r' + r'' - 2V(r'r'') \cos. \frac{1}{2}\phi];$$

donc l'aire du secteur $FMQN = \frac{1}{3}V(r'r'') \sin. \frac{1}{2}\phi [r'r'' + V(r'r'') \cos. \frac{1}{2}\phi] = \frac{1}{6}V[c^2 - (r'' - r')^2] [r' + r'' + \frac{1}{2}V(r' + r'' - c^2)]$
 $= \frac{1}{3}V\pi [(\frac{r' + r'' + c}{2})^{\frac{3}{2}} - (\frac{r' + r'' - c}{2})^{\frac{3}{2}}]$. Mais

soit m le secteur parabolique $FMQN$, parcouru par le rayon vecteur dans l'intervalle des deux observations, on aura toujours $\theta = \frac{nm}{\sqrt{lp}}$; c'est le fondement des valeurs que nous avons données à θ dans le Problème précédent.

Si $\phi = 180^\circ$, ce qui auroit nécessairement lieu, si la Comète étoit observée dans l'un & l'autre nœud, on auroit $\theta = \frac{n}{3\sqrt{2}}(r' + r'')^{\frac{3}{2}}$; le temps θ étant donc connu par observation, on connoîtroit la somme des rayons vecteurs = la ligne des nœuds, $= \sqrt[3]{(\frac{18\theta^2}{n^2})}$, & l'on auroit même alors $\pi = \frac{r'r''}{r' + r''} = \frac{r'r''}{c}$.

Déterminer la différence du mouvement d'une Comète dans une orbite parabolique & dans une orbite elliptique.

*Simpson,
Miscellaneous
tracts, pag. 58.*

Fig. 24.

Que PNG (fig. 24) soit une parabole, & PBH une ellipse fort excentrique, ayant le même sommet P & le même foyer S que la parabole. Que deux Comètes partent en même temps du sommet P pour décrire l'une la parabole, l'autre l'ellipse; & qu'en un même instant, elles se trouvent la première en N , la seconde en n ; le Problème se réduit à déterminer, 1.^o la différence des deux anomalies vraies PSN & PSn ; 2.^o la différence des deux rayons vecteurs SN & Sn .

Menez NBC perpendiculaire à l'axe PS ; soit $PC = x$, $PS = \pi$, le grand axe entier de l'ellipse $= A$; donc le petit axe $= 2\sqrt{[\pi(A - \pi)]}$; le paramètre $= \frac{4A\pi - 4\pi^2}{A}$; & l'ordonnée $BC = \frac{2\sqrt{[(A\pi - \pi^2)(Ax - x^2)]}}{A}$ par la propriété de l'ellipse, $= 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}(1 - \frac{\pi}{A})^{\frac{1}{2}}(1 - \frac{x}{A})^{\frac{1}{2}}$ $= 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}(1 - \frac{\pi}{2A} - \frac{x}{2A})$ à très-peu-près. Otez cette dernière quantité de $CN = 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}$ par la nature de la parabole; il restera $BN = \pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}(\frac{\pi + x}{A})$. Multipliez par ∂x cette valeur de BN , & intégrez; il viendra $\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}(\frac{2\pi x}{3A} + \frac{2xx}{5A})$ pour valeur de l'aire NPB , ou de l'aire NPv à très-peu-près, v étant le point où le rayon vecteur parabolique SN coupe l'orbite elliptique. Otez l'aire NPv de l'aire $NSP = CN \times \frac{2}{3}PC = CN \times \frac{1}{2}CS = 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} \times \frac{2}{3}x - 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\pi)$,

$$= \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\pi + \frac{1}{3}x), \text{ il reste l'aire } \nu PS = \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \text{ Fig. 24.} \\ (\pi + \frac{1}{3}x - \frac{2\pi x}{3A} - \frac{2xx}{5A}).$$

Le paramètre de la parabole est $= 4\pi$, & celui de l'ellipse $= \frac{4A\pi - 4\pi\pi}{A}$, on a $\sqrt{4\pi} : \sqrt{\frac{4A\pi - 4\pi\pi}{A}}$,
 :: l'aire parabolique $NSP = \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\pi + \frac{1}{3}x)$: aire elliptique correspondante ou simultanée $nSP = \sqrt{(1 - \frac{\pi}{A})}$,
 $\pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\pi + \frac{1}{3}x) = \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (1 - \frac{\pi}{2A}) (\pi + \frac{1}{3}x)$,
 à très-peu-près $= \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\pi + \frac{1}{3}x - \frac{\pi\pi}{2A} - \frac{\pi x}{6A})$,
 ce qui étant retranché de l'aire νPS , il reste l'aire νSn
 $= \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\frac{\pi\pi}{2A} - \frac{\pi x}{2A} - \frac{2xx}{5A}).$

Tirez maintenant la tangente NA & la normale MN ;
 par la nature de la parabole $SM = SN = SA$, & l'angle $PMN = \frac{1}{2}PSN$; soit la tangente de cet angle $PMN = \tau$.
 Donc $1 : \tau :: MC = 2\pi : CN = 2\pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$; donc $x = \pi\tau^2$.
 Substituant cette valeur dans celle de l'aire νSn , on aura
 cette aire $\nu Sn = \pi\tau (\frac{\pi\pi}{2A} - \frac{\pi^2\tau^2}{2A} - \frac{2\pi^2\tau^4}{5A})$,
 $= \frac{\pi^3\tau}{2A} (1 - \tau^2 - \frac{4}{5}\tau^4)$; & divisant cette dernière
 valeur par $\frac{1}{2}S\nu^2 = \frac{1}{2}(\pi + x)^2 = \frac{1}{2}\pi^2(1 + \tau\tau)^2$,
 le quotient $\frac{\pi\tau}{A} \times \frac{(1 - \tau^2 - \frac{4}{5}\tau^4)}{(1 + \tau\tau)^2}$ fera la mesure de l'angle
 νSn en parties du rayon; donc si l'on fait $m = 3437$
 $=$ le nombre de minutes contenu dans un arc égal au rayon,
 & $q = \frac{2(1 - \tau^2 - \frac{4}{5}\tau^4)}{(1 + \tau\tau)^2}$, il est évident que $\frac{\pi}{A} m q$
 exprimera le même angle νSn en minutes de degré. Or cet

Xx ij

Fig. 24. angle νSn , est la différence cherchée des deux anomalies vraies dans la parabole & dans l'ellipse.

Il ne nous reste plus qu'à trouver le rapport des rayons vecteurs SN , Sn ; dans le triangle $BN\nu$, on a $N\nu = \frac{\sin. NB\nu}{\sin. B\nu N} \times BN = \frac{\sin. ANC}{\sin. ANS} \times BN$, vu que AN & $B\nu$ sont sensiblement parallèles, $= \frac{\sin. AMN}{\cos. AMN} \times BN$, parce que les triangles ANC , MNC sont semblables, & que l'angle CAM est égal à l'angle CNM ; donc $N\nu = \text{tang. } AMN \times BN = z \times \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\pi + x}{A} \right) = \frac{\pi^2 z^2}{A} \times (1 + z\zeta)$. Tirez bn perpendiculaire à $S\nu$, vous aurez, $1 : \frac{\pi q}{A}$ (mesure de l'angle $nS\nu$) :: $\pi(1 + z\zeta)$ ($= Sn$ à très-peu près) : $bn = \frac{\pi \pi q}{A} (1 + z\zeta)$; mais les triangles MNC & nvb sont semblables; donc $1 : z :: CM : CN :: nb = \frac{\pi \pi q}{A} (1 + z\zeta) : b\nu = \frac{\pi \pi z q}{A} (1 + z\zeta)$. Mais $N\nu = \frac{\pi \pi z \zeta}{A} (1 + z\zeta)$; donc $Nb = N\nu + b\nu = \frac{\pi \pi z}{A} (q + \zeta) (1 + z\zeta)$. Donc $Nb : SN = \pi(1 + z\zeta) :: \frac{\pi z}{A} (q + \zeta) : 1$; donc $Sn = Sb : SN :: 1 - \frac{\pi z}{A} (q + \zeta) : 1$.

C'est sur ces principes que Simpson a calculé notre *III.^e Table pour déterminer la différence entre les anomalies vraies & les rayons vecteurs dans la parabole & dans l'ellipse*; cette Table, quoique fort utile, n'est cependant pas de la plus extrême précision; parce que dans la précédente analyse, Simpson a été forcé de négliger des termes fort petits, il est vrai, mais cependant finis, comme s'ils étoient infiniment petits. On peut cependant, quand on se propose de calculer un grand nombre de lieux d'une Comète dans l'ellipse, employer cette Table, & parvenir à des résultats précis. On

choisit pour cela dans la parabole des anomalies vraies, par lesquelles on suppose que la Comète a passé; au-dessous de 90 degrés, on peut les prendre de 20 en 20 degrés, & seulement de 10 en 10, au-delà de 90 degrés; on applique à ces anomalies vraies & aux logarithmes des rayons vecteurs correspondans, les corrections indiquées par la Table, & dont nous avons fait voir l'usage aux *Problèmes VI & VII*; on obtient ainsi les anomalies vraies & les rayons vecteurs, corrigés par la Table. On calcule ensuite ces mêmes anomalies vraies & ces rayons vecteurs, par la méthode stricte exposée dans les mêmes *Problèmes*, & l'on a les anomalies & les rayons vecteurs véritables. Comparant les deux résultats, on reconnoît la quantité de l'erreur de la Table, pour toutes les anomalies paraboliques qu'on avoit choisies, & l'on en conclut avec la plus grande facilité les erreurs de la Table pour tous les degrés d'anomalie vraie, intermédiaires entre ceux qu'on a choisis. On dresse une Table qui comprend tous les degrés d'anomalie vraie que la Comète a parcourus, & l'on écrit vis-à-vis chaque degré, les erreurs des résultats de la Table, tant sur l'anomalie, que sur le logarithme du rayon vecteur. Cela fait, si l'on veut avoir dans l'ellipse, l'anomalie vraie d'une Comète à un instant donné, on cherche d'abord par la *Table générale*, son anomalie vraie dans la parabole, & l'on calcule son rayon vecteur par le *Problème II*; par la *Table III*, & par la méthode indiquée, *Problèmes VI & VII*, on corrige cette anomalie & le logarithme du rayon vecteur, pour les approprier à l'ellipse; enfin, on applique à ces élémens, ainsi corrigés, la correction des erreurs de la *Table III*, qui dans la petite Table particulière qu'on a dressée, correspondent au degré donné d'anomalie vraie dans la parabole.

Fig. 24.
La Caille,
Leçons d'Astr.
n.º 806.

Trois observations étant données, avec le rapport des trois Δ , déterminer le lieu du nœud ascendant & l'inclinaison de l'orbite à l'Écliptique.

CE Problème qui est de M. Hennert, m'a paru assez curieux pour l'insérer ici, nous parlerons plus bas de son utilité.

Nous supposons qu'en Août 1769, on ait fait les observations suivantes de la Comète, qui paroïssoit alors.

	S.			ζ éloignement.			L.			R.
Jours.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	
14,52352	142.	21.	26	102.	33.	3	3.	11.	55	0,0052440
21,54485	149.	6.	28	102.	7.	35	6.	0.	24	0,0045720
28,57679	155.	54.	15	97.	10.	19	10.	38.	27	0,0038720

Dans la troisième colonne, au lieu de la longitude observée de la Comète, nous avons marqué son éloignement ζ au Soleil; cette éloignement est occidentale dans les trois observations. Nous faisons les latitudes L positives, quoiqu'elles soient australes, parce qu'elles le sont toutes les trois; or qu'elles soient toutes les trois boréales, ou toutes les trois australes, le résultat est toujours le même; enfin, à la dernière colonne, au lieu des rayons vecteurs de la Terre, nous marquons, comme à l'ordinaire, leurs logarithmes.

Fig. 27. Soit (fig. 27) S le Soleil; $\infty \times \gamma$ l'orbite de la Terre; T' , T'' , T''' les lieux de la Terre, au moment des trois observations; nK partie de l'orbite de la Comète; P sommet de cette orbite, ou lieu du périhélie; K' , K'' , K''' les lieux de la Comète sur son orbite; C' , C'' , C''' les mêmes lieux projetés sur l'Écliptique, donc les lignes KC perpendiculaires

à l'Écliptique & aux lignes TC, SC ; Nn ligne des nœuds; $C'I$ & $K'I$ perpendiculaires sur la ligne des nœuds; donc l'angle $C'IK'$ mesure de l'inclinaison I de l'orbite sur l'Écliptique; X intersections des rayons visuels TC , ou des Δ avec la ligne des nœuds. L'angle NST' que fait la ligne des nœuds avec le premier rayon vecteur de la Terre, sera désigné par V .

Dans le triangle $C'IK'$ rectangle en C' , on a $C'K' = C'I \tan. I$, & dans le triangle $T'C'K'$, on a pareillement $C'K' = C'T' \tan. L'$; donc $C'I = \frac{C'T' \tan. L'}{\tan. I}$. Dans

le triangle $T'SX'$, $T'X' = \frac{R \sin. V}{\sin. (V + \zeta')}$, vu que $\sin. (V + \zeta') = \sin. SXT$; d'ailleurs dans le triangle $X'C'I$, $X'C' = \frac{C'I}{\sin. (V + \zeta')}$, & mettant pour $C'I$ sa valeur, $X'C' = \frac{C'T' \tan. L'}{\sin. (V + \zeta') \tan. I}$; donc $C'T'$ ou $\Delta' =$

$$X'C' + X'T' = \frac{\Delta' \tan. L'}{\tan. I \sin. (V + \zeta') - \tan. L'} + \frac{R \sin. V}{\sin. (V + \zeta')}.$$

Donc $\Delta' = \frac{R \sin. V \tan. I}{\tan. I \sin. (V + \zeta') - \tan. L'}$. Nous supposons

que la ligne des nœuds est entre la Terre & la Comète, & elle y est en effet dans notre exemple; si la Comète étoit entre la Terre & la ligne des nœuds, on auroit

$$\Delta' = X'T' - X'C' = \frac{R \sin. V \tan. I}{\tan. I \sin. (V + \zeta') + \tan. L'}.$$

Enfin, si la Terre étoit entre la ligne des nœuds & la Comète, on auroit

$$\Delta' = C'X' - T'X' = \frac{R \sin. V \tan. I}{\tan. L' - \tan. I \sin. (V + \zeta')}.$$

A la seconde observation, la Terre se fera avancée de T' en T'' ; soit $m =$ le petit arc $T'T''$, ou plutôt l'angle TST'' ; l'angle du rayon vecteur de la Terre ST'' avec la ligne des nœuds Nn , sera $V - m$. Si la Terre, au lieu de s'approcher de la ligne des nœuds, comme dans notre exemple,

Fig. 27. s'en étoit au contraire écartée, il faudroit traiter m comme une quantité négative; si dans l'intervalle des observations la Terre avoit traversé la ligne des nœuds, l'angle seroit $m - V$. Soit $\beta = \zeta'' - m$ (ou $\zeta'' + m$, si la Terre a traversé la ligne des nœuds) en suivant la même marche qu'à la première

observation, on trouvera $\Delta'' = \frac{R'' \sin. (V - m) \operatorname{tang.} I}{\operatorname{tang.} I \sin. (V + \beta) - \operatorname{tang.} L''}$.

Nous supposons, & nous supposerons toujours dorénavant, la ligne des nœuds entre la Terre & la Comète, quelqu'attention sur ce que nous avons dit, suffira pour appliquer aux différens cas les équations convenables.

Dé la première à la troisième observation, la Terre a été de T' en T''' ; soit l'angle $T' S T''' = q$; l'angle $T''' S N$, fera donc $= V - q$ (ou $q - V$, si la Terre dans l'intervalle a traversé la ligne des nœuds). Soit de plus $\gamma = \zeta''' - q$ (ou $\zeta''' + q$ dans la même circonstance),

on trouvera $\Delta''' = \frac{R''' \sin. (V - q) \operatorname{tang.} I}{\operatorname{tang.} I \sin. (V + \gamma) - \operatorname{tang.} L'''}$.

Nous avons donc les trois équations,

$$\Delta' = \frac{R' \sin. V \operatorname{tang.} I}{\operatorname{tang.} I \sin. (V + \zeta') - \operatorname{tang.} L'}$$

$$\Delta'' = \frac{R'' \sin. (V - m) \operatorname{tang.} I}{\operatorname{tang.} I \sin. (V + \beta) - \operatorname{tang.} L''}$$

$$\Delta''' = \frac{R''' \sin. (V - q) \operatorname{tang.} I}{\operatorname{tang.} I \sin. (V + \gamma) - \operatorname{tang.} L'''}$$

Faisons

$$\frac{\Delta'}{\Delta''} = \mathcal{J}, \quad \frac{\Delta'}{\Delta'''} = \mathcal{N}, \quad \frac{R'}{R''} = f, \quad \& \quad \frac{R'}{R'''} = h.$$

Divisons la première équation par la seconde & par la troisième; nous aurons les deux quotiens

$$\mathcal{J} = \frac{f \sin. V [\operatorname{tang.} I \sin. (V + \beta) - \operatorname{tang.} L'']}{\sin. (V - m) [\operatorname{tang.} I \sin. (V + \zeta') - \operatorname{tang.} L']}$$

$$\mathcal{N} = \frac{h \sin. V [\operatorname{tang.} I \sin. (V + \gamma) - \operatorname{tang.} L''']}{\sin. (V - q) [\operatorname{tang.} I \sin. (V + \zeta') - \operatorname{tang.} L']}$$

De

De ces deux équations, on tire

Fig. 27.

$$\text{Tang. } I = \frac{\delta \sin. (V - m) \text{ tang. } L' - f \sin. V \text{ tang. } L''}{\delta \sin. (V - m) \sin. (V + \zeta') - f \sin. V \sin. (V + \beta)},$$

$$\text{Tang. } I = \frac{\delta' \sin. (V - q) \text{ tang. } L' - h \sin. V \text{ tang. } L'''}{\delta' \sin. (V - q) \sin. (V + \zeta') - h \sin. V \sin. (V + \gamma)}.$$

Égalant ces deux valeurs de tang. I , & mettant $\sin. V \cos. m - \sin. m \cos. V$ au lieu de $\sin. (V - m)$, & $\sin. V \cos. \zeta' + \cos. V \sin. \zeta'$ au lieu de $\sin. (V + \zeta')$; faisant de pareilles substitutions pour $\sin. (V + \beta)$, $\sin. (V - q)$, $\sin. (V + \gamma)$, on aura l'équation

$$\begin{aligned} & \frac{\delta \sin. V \cos. m \text{ tang. } L' - \delta \sin. m \cos. V \text{ tang. } L' - f \sin. V \text{ tang. } L''}{\delta \sin.^2 V \cos. m \cos. \zeta' + \delta \sin. V \cos. V \cos. m \sin. \zeta' - \delta \sin. V \cos. V \sin. m \cos. \zeta' - \delta \cos.^2 V \sin. m \sin. \zeta' - f \sin.^2 V \cos. \beta - f \sin. V \cos. V \sin. \beta} \\ & = \frac{\delta' \sin. V \cos. q \text{ tang. } L' - \delta' \sin. q \cos. V \text{ tang. } L' - h \sin. V \text{ tang. } L'''}{\delta' \sin.^2 V \cos. q \cos. \zeta' + \delta' \sin. V \cos. V \cos. q \sin. \zeta' - \delta' \sin. V \cos. V \sin. q \cos. \zeta' - \delta' \cos.^2 V \sin. q \sin. \zeta' - h \sin.^2 V \cos. \gamma - h \sin. V \cos. V \sin. \gamma}. \end{aligned}$$

Divisant les deux numérateurs par $\sin. V$, & les deux dénominateurs par $\sin.^2 V$, & mettant par-tout $\cotang. V$ pour $\frac{\cos. V}{\sin. V}$, il viendra

$$\begin{aligned} & \frac{\delta \cos. m \text{ tang. } L' - \delta \sin. m \cotang. V \text{ tang. } L' - f \text{ tang. } L''}{\delta \cos. m \cos. \zeta' + \delta \cotang. V \cos. m \sin. \zeta' - \delta \cotang. V \sin. m \cos. \zeta' - \delta \cotang.^2 V \sin. m \sin. \zeta' - f \cos. \beta - f \cotang. V \sin. \beta} \\ & = \frac{\delta' \cos. q \text{ tang. } L' - \delta' \sin. q \cotang. V \text{ tang. } L' - h \text{ tang. } L'''}{\delta' \cos. q \cos. \zeta' + \delta' \cotang. V \cos. q \sin. \zeta' - \delta' \cotang. V \sin. q \cos. \zeta' - \delta' \cotang.^2 V \sin. q \sin. \zeta' - h \cos. \gamma - h \cotang. V \sin. \gamma}. \end{aligned}$$

Si l'on fait évanouir les fractions, qu'on efface les termes qui se détruisent, qu'on écrive $\sin. (m - \gamma)$, $\sin. (\zeta' - m)$, $\sin. (\beta - q)$, $\sin. (q - \zeta')$ au lieu de $(\sin. m \cos. \gamma - \sin. \gamma \cos. m)$, $(\sin. \zeta' \cos. m - \sin. m \cos. \zeta')$, &c. & qu'on ordonne tout par rapport à $\cotang. V$, on aura pour équation finale

Fig. 27. $\text{Cotang.}^2 V [\delta h \sin. m (\sin. \gamma \text{ tang. } L' - \sin. \zeta' \text{ tang. } L''') + \delta' f \sin. q (\sin. \zeta' \text{ tang. } L'' - \sin. \beta \text{ tang. } L')] + \text{cotang. } V [\delta h \text{ tang. } L' \sin. (m - \gamma) + \delta h \text{ tang. } L''' \sin. (\zeta' - m) + \delta' f \text{ tang. } L' \sin. (\beta - q) + \delta' f \text{ tang. } L'' \sin. (q - \zeta) + fh (\sin. \gamma \text{ tang. } L'' - \sin. \beta \text{ tang. } L''')] + \delta h \cos. m (\cos. \zeta' \text{ tang. } L''' - \cos. \gamma \text{ tang. } L') + \delta' f \cos. q (\cos. \beta \text{ tang. } L' - \cos. \zeta' \text{ tang. } L'') + fh (\cos. \gamma \text{ tang. } L'' - \cos. \beta \text{ tang. } L''') = 0.$

Si l'on fait H égal au coefficient de $\text{cotang.}^2 V$, $M =$ au coefficient de $\text{cotang. } V$ & $Q =$ à la partie qui n'est pas affectée de la cotangente de V , l'équation sera réduite à

$$\text{Cotang.}^2 V \times H \pm \text{cotang. } V \times M = Q.$$

D'où l'on tire

$$\text{Cotang. } V = -\frac{M}{2H} \pm \sqrt{\frac{M^2}{4H^2} - \frac{Q}{H}};$$

ou bien

$$\text{Tang. } V = \frac{M}{2Q} \pm \sqrt{\frac{M^2}{4Q^2} + \frac{H}{Q}}.$$

Connoissant V , on connoîtra le lieu du nœud $= T' +$ ou $- V$, selon la situation de la ligne des nœuds par rapport au rayon ST' ; on connoîtra aussi l'inclinaison I , par une des deux valeurs $\text{tang. } I$ exposées plus haut.

Supposons dans l'exemple que nous avons choisi, que les savantes recherches des la Grange, des du Séjour, &c. nous aient conduit, non pas à la connoissance de la valeur précise des Δ , mais à celle de leur rapport; que 0,1095214 soit le logarithme du rapport de Δ du 14 Août, à Δ du 21 Août, ou de $\frac{\Delta'}{\Delta''} = \delta$, & que 0,2438645 soit pareillement le logarithme de $\frac{\Delta'}{\Delta'''} = \delta'$, Δ''' étant le Δ du 28 Août.

On a d'après les Observations & les Tables du Soleil, Fig. 27.

$\zeta' = \text{l'angle } ST'C' = \dots\dots\dots$	$102^d \ 33' \ 3''.$
$m = T'ST'' = \dots\dots\dots$	$6. \ 45. \ 2.$
$q = T'ST''' = \dots\dots\dots$	$13. \ 32. \ 49.$
$\beta = \zeta'' - m = 102^d \ 7' \ 35'' - m =$	$95. \ 22. \ 33.$
$\gamma = \zeta''' - q = 97. \ 10. \ 19 - q =$	$83. \ 37. \ 30.$
$m - \gamma = \dots\dots\dots$	$- \ 76. \ 52. \ 28.$
$\zeta' - m = \dots\dots\dots$	$95. \ 48. \ 1.$
$q - \zeta' = \dots\dots\dots$	$- \ 89. \ 0. \ 14.$
$\beta - q = \dots\dots\dots$	$81. \ 49. \ 44.$
Log. tang. de L'	$8,7472916.$
Log. tang. de L''	$9,0221067.$
Log. tang. de L'''	$9,2738913.$
Log. de f	$0,0006720.$
Log. de h	$0,0013720.$

D'après ces données, on trouvera

$\delta h \sin. m \sin. \gamma \text{ tang. } L' = \dots\dots\dots$	$0,008427580.$
$- \delta h \sin. m \sin. \zeta' \text{ tang. } L''' = \dots\dots\dots$	$- \ 0,027828660.$
$+ \delta' f \sin. q \sin. \zeta' \text{ tang. } L'' = \dots\dots\dots$	$0,042247784.$
$- \delta' f \sin. q \sin. \beta \text{ tang. } L' = \dots\dots\dots$	$- \ 0,022886453.$
Donc $H = \dots\dots\dots$	$- \ 0,000039749.$

$\delta h \text{ tang. } L' \sin. (m - \gamma) = \dots\dots\dots$	$0,07025676.$
$+ \delta h \text{ tang. } L''' \sin. (\zeta' - m) = \dots\dots\dots$	$0,24129900.$
$+ \delta' f \text{ tang. } L' \sin. (\beta - q) = \dots\dots\dots$	$0,09713967.$
$+ \delta' f \text{ tang. } L'' \sin. (q - \zeta') = \dots\dots\dots$	$0,18474711.$
$+ f h \text{ tang. } L'' \sin. \gamma. \dots\dots\dots$	$0,10506472.$
$- f h \text{ tang. } L''' \sin. \beta. \dots\dots\dots$	$- \ 0,18794074.$

Donc $M = \dots\dots\dots + \ 0,00055878.$

$\delta h \cos. m \cos. \zeta \text{ tang. } L''' \dots\dots\dots$	$0,052340108.$
$- \delta h \cos. m \cos. \gamma \text{ tang. } L' \dots\dots\dots$	$0,007954718.$
$+ \delta' f \cos. q \cos. \beta \text{ tang. } L' \dots\dots\dots$	$0,008938398.$
$- \delta' f \cos. q \cos. \zeta \text{ tang. } L'' \dots\dots\dots$	$0,039035550.$

Yy ij

Fig. 27. $+ f h \cos. \gamma \text{ tang. } L'' \dots\dots\dots + 0,011738478.$
 $- f h \cos. \beta \text{ tang. } L''' \dots\dots\dots + 0,017685649.$

Donc $- Q = \dots\dots\dots - 0,000773547.$
Ou $Q = \dots\dots\dots + 0,000773547.$

$$\frac{M^2}{4Q^2} \dots\dots\dots = + 0,13045123.$$

$$\frac{H}{Q} \dots\dots\dots = - 0,05138537.$$

$$\frac{M^2}{4Q^2} + \frac{H}{Q} \dots\dots\dots = + 0,07906586.$$

$$\text{Sa racine quarrée} \dots\dots\dots = \pm 0,28118652.$$

$$\frac{M}{2Q} \dots\dots\dots = + 0,36118033.$$

$$\text{Tangente de } V \dots\dots\dots = \begin{cases} 0,07999381. \\ 0,64236685. \end{cases}$$

Donc $V = 4^d 34' 25''$, ou $= 32^d 42' 55''$; si V ou l'angle $T'SN$ n'étoit que de $4^d 34' 25''$, la Terre ayant parcouru $6^d 45' 2''$ en allant de T' en T'' , auroit dépassé la ligne des nœuds, ce qui est contre l'hypothèse, que dans les trois observations la ligne des nœuds a été constamment entre la Terre & la Comète; d'ailleurs, si l'on admettoit cette valeur de V , & qu'on voulût calculer la seconde distance accourcie de la Terre à la Comète, à l'aide de la formule $\Delta'' = \frac{R'' \sin. V - m \text{ tang. } I}{\text{tang. } I \sin. (V + \beta) - \text{tang. } L''}$, on trouveroit cette distance négative, ainsi que Δ''' . La première valeur de V n'est donc pas admissible; donc V ou l'angle $T'SN = 32^d 42' 55''$. Or T' , premier lieu de la Terre, est $322^d 21' 26''$, & l'on suit l'ordre des signes pour aller de T' à la ligne des nœuds; donc le nœud est en $322^d 21' 26'' + 32^d 42' 55''$, ou en $355^d 4' 21''$. Il est manifeste que ce nœud est le nœud descendant; donc le nœud ascendant est en $175^d 4' 21''$, ou en $5^h 25^m 4' 21''$.

Maintenant on peut avoir l'inclinaison par la formule Fig. 27.

$$\text{Tang. } I = \frac{\delta \sin. (V - m) \text{ tang. } L' - f \sin. V \text{ tang. } L''}{\delta \sin. (V - m) \sin. (V + \zeta') - f \sin. V \sin. (V + \beta)}$$

On aura

$$V - m = 25^{\text{d}} 57' 53'',$$

$$V + \zeta' = 135. 15. 58,$$

$$V + \beta = 128. 5. 28.$$

$$\delta \sin. (V - m) \text{ tang. } L' = \dots\dots\dots 0,031485188.$$

$$- f \sin. V \text{ tang. } L'' = \dots\dots\dots - 0,056956921.$$

$$\text{Numérateur} \dots\dots\dots - 0,025471733.$$

$$\text{Son logarithme} \dots\dots - 8,4060585.$$

$$\delta \sin. (V - m) \sin. (V + \zeta') \dots\dots 0,39653327.$$

$$- f \sin. V \sin. (V + \beta) \dots\dots\dots - 0,42602147.$$

$$\text{Dénominateur} \dots\dots\dots - 0,02948820.$$

$$\text{Son logarithme} \dots\dots - 8,4696482.$$

$$\text{Logarithme tang. } I \dots\dots\dots + 9,9364103.$$

$$I \text{ ou inclinaison de l'orbite} \dots\dots\dots 40^{\text{d}} 49' 13''.$$

On pourroit trouver ensuite les Δ par les trois équations en Δ rapportées ci-dessus, puis les r , puis tous les autres élémens de l'orbite; mais nous ne pouvons nous dissimuler que si ce Problème nous a paru curieux, nous n'y avons pas trouvé toute l'utilité que nous avons cru d'abord y entrevoir; 1.^o il est des circonstances où l'on ne peut savoir où la ligne des nœuds est placée, si elle est en-deçà de la Comète ou au-delà, si elle est entre la Terre & la Comète, ou au-delà de la Terre; on fait toujours si dans l'intervalle des observations, la Comète a traversé la ligne des nœuds, sa latitude alors aura changé de dénomination; mais il n'en est pas de même de la Terre; 2.^o la multiplicité des cas, qui exigent des changemens de signes dans les équations, est peut-être seule capable de décourager les plus infatigables Calculateurs; 3.^o mais le plus grand inconvénient de cette méthode, c'est qu'elle suppose les observations parfaites, &

Fig. 27. elles ne le sont presque jamais; l'exemple que nous venons de proposer, nous a donné le lieu du nœud & l'inclinaison assez précisément; cela devoit être, vu que nos calculs ont été fondés, non sur des lieux observés, mais sur des lieux calculés. A ces lieux calculés, nous avons substitué les lieux observés, nous avons trouvé pour tangente de V des valeurs imaginaires. Nous avons fait plusieurs essais d'après diverses observations, faites au mois d'Août 1769; nous avons obtenu des résultats, tantôt imaginaires, tantôt réels, il est vrai, mais fort éloignés de la vérité, connue d'ailleurs. M. Hennert a appliqué sa méthode à un exemple tiré des observations de la même Comète de 1769, au même mois d'Août; l'erreur du lieu du nœud qu'il a conclu, est de 21 degrés en excès. M. Hennert attribue cette erreur à la supposition qu'il a faite, pour trouver les rapports des Δ , que le mouvement de la Comète avoit été rectiligne durant treize jours. Cette supposition, à 140 degrés & plus d'anomalie vraie, où étoit alors la Comète, s'écartoit peu de la vérité; elle s'en écartoit cependant, & devoit effectivement occasionner quelque erreur dans le résultat; mais la principale cause de l'erreur étoit l'imperfection des observations. Dans notre exemple, & dans plusieurs autres que nous ne rapportons point, nous avons altéré les elongations & les latitudes calculées de la Comète, d'un très-petit nombre de minutes; il n'en a pas fallu davantage pour nous procurer des résultats, prodigieusement différens de ceux que nous avions obtenus d'abord. Si l'intervalle entre les observations est considérable, il n'est pas facile de déterminer, même à-peu-près, les rapports des Δ ; si cet intervalle n'est que d'un petit nombre de jours, les H , M , Q sont extrêmement petits, comme dans notre exemple, où les intervalles étoient cependant de sept jours, & le mouvement géocentrique de la Comète fort précipité; alors la plus légère erreur dans les latitudes & les elongations de la Comète, en occasionne nécessairement de très-grandes dans le lieu du nœud & dans l'inclinaison de l'orbite.

PROBLÈME XVII.

Étant données trois observations faites à des intervalles de temps peu considérables, & la distance de la Comète à la Terre au moment de la seconde observation, déterminer l'orbite.

LA solution de ce Problème, est de M. Euler; nous continuerons de prendre pour exemple la Comète de 1769, nous choisissons les trois observations suivantes, faites en Septembre, & réduites à 14 heures temps moyen.

*Theor. motuum
Plan. & Com.
Pr. XI. n. 47.*

Jours.	C.			S.			L.			R.
	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	
Sept. 8	101.	0.	54	166.	35.	31	22.	5.	2	0,0026648
10	112.	38.	35	168.	32.	22	23.	20.	52	0,0024242
12	124.	19.	22	170.	29.	20	23.	43.	55	0,0021838

Les latitudes sont toutes les trois australes; pour les *R*, nous mettons leurs logarithmes. Des données, on conclut

$$C'' - C' = 11^d 37' 41''. \quad C' - S' = 65^d 34' 37''.$$

$$C''' - S'' = 44. 13. 0.$$

$$C''' - C'' = 11. 40. 47. \quad C' - S'' = 67. 31. 28.$$

$$C''' - S''' = 46. 9. 58.$$

$$C''' - C' = 23. 18. 28. \quad C'' - S'' = 55. 53. 47.$$

Les signes + & —, dont ces quantités pourroient être affectées, sont ici indifférens.

On suppose qu'on connoît la seconde distance de la Terre à la Comète.

$$D'' = 0,323802. \quad \text{Son log. } 9,5102795.$$

Donc

$$'' = D'' \cos. L'' = 0,2972879. \quad \text{son log. } 9,4731772.$$

Il est nécessaire de faire une figure pour se guider dans divers cas, qu'il seroit très-long & très-difficile de distinguer autrement.

Fig. 28.

Soit (*fig. 28*) S le Soleil; $\chi\gamma$ une douzième partie de l'orbite de la Terre, représentant le signe des Poissons, où est la Terre en T' , T'' , T''' , au temps des trois observations. Tirez les lignes $T' C'$, $T'' C''$, $T''' C'''$, qui fassent avec les rayons vecteurs de la Terre ST' , ST'' , ST''' des angles égaux à $C' - S'$, $C'' - S''$, $C''' - S'''$. Ces angles, en partant de S , s'ouvrent sur notre figure d'orient en occident, parce que la Comète a été observée à l'occident du Soleil.

Des lignes que nous venons de tirer, les deux premières se coupent au point m ; la seconde & la troisième au point n ; la première & la troisième au point k . Ces intersections peuvent se faire entre la Terre & la Comète, comme dans notre exemple, ou du côté de la Terre à l'opposite de la Comète, ou enfin du côté de la Comète à l'opposite de la Terre; cela forme divers cas, qu'une figure bien faite fera facilement distinguer.

C' , C'' , C''' sont les lieux de la Comète réduits à l'Écliptique; K' , K'' , K''' les mêmes lieux dans l'orbite de la Comète, desquels sont abaissées les lignes KC perpendiculaires à l'Écliptique; SK sont les rayons vecteurs r , & SC les rayons vecteurs projetés sur l'Écliptique g . Tirez les cordes $C' C'''$ & $K' K'''$.

Tirez $T'x$ parallèle à $T'' C''$, & rencontrant ST'' en x ; dans le triangle $ST'x$, on connoît l'angle en $S = S'' - S'$, l'angle SxT'' supplément de $T'xT'' = ST'' C'' = C'' - S''$, l'angle $ST'x = C'' - S'$, & le côté ST' . Donc

$$Sx = \frac{\sin.(C'' - S')}{\sin.(C'' - S'')} R'; \quad T'x = \frac{\sin.(S'' - S')}{\sin.(C'' - S'')} R'; \quad \text{donc}$$

$$T''x = R'' - Sx \text{ (ou } Sx - R'') = R'' - \frac{\sin.(C'' - S')}{\sin.(C'' - S'')} R'$$

$$R' \text{ (ou } = \frac{\sin.(C'' - S')}{\sin.(C'' - S'')} R' - R'').$$

$T' C'$

$T'C'$ coupe ST'' au point p , & dans le triangle $T'px$, Fig. 28. on connoît le côté $T'x$, & les trois angles; on aura

$$T'p = \frac{\sin.(C'' - S'')}{\sin.(C' - S'')} T'x = \frac{\sin.(S'' - S')}{\sin.(C' - S'')} R';$$

$$px = \frac{\sin.(C'' - C')}{\sin.(C' - S'')} T'x. \text{ Donc } px : T'p :: \sin.(C'' - C'),$$

$$: \sin.(C'' - S'') :: T''x : T'm; \text{ donc } T'm = \frac{\sin.(C'' - S'')}{\sin.(C'' - C')} R''$$

$$- \frac{\sin.(C'' - S')}{\sin.(C'' - C')} R'; \text{ donc } pm = \frac{\sin.(S'' - S')}{\sin.(C' - S'')} R'$$

$$+ T'm; \text{ donc } \sin.(C'' - S'') : pm :: \sin.(C' - S'') : T''m;$$

$$\text{donc } T''m = \frac{\sin.(C' - S'')}{\sin.(C'' - S'')} T'm + \frac{\sin.(S'' - S')}{\sin.(C'' - S'')} R'; \text{ ou}$$

$$T''m = \frac{\sin.(C'' - S') \sin.(C' - S'') + \sin.(S'' - S') \sin.(C'' - C')}{\sin.(C'' - S'') \sin.(C'' - C')} R'$$

$$+ \frac{\sin.(C' - S'')}{\sin.(C'' - C')} R''. \text{ Mais } \sin.(C'' - S') \sin.(C' - S'')$$

$$+ \sin.(S'' - S') \sin.(C'' - C') = \sin.(C' - S') \sin.(C'' - S'').$$

$$\text{Donc } T''m = \frac{\sin.(C' - S'')}{\sin.(C'' - C')} R'' - \frac{\sin.(C' - S')}{\sin.(C'' - C')} R'.$$

Par une marche absolument semblable, on trouvera la valeur de $T''n$ & de $T'''n$, & l'on aura finalement les équations suivantes, sur lesquelles il faut remarquer que selon les diverses positions de m & de n , à l'égard des T & des C , la partie négative des équations peut être plus forte que la partie positive; c'est que dans ces cas, cette partie négative auroit dû être positive, & l'autre négative. En général, la valeur des Tm & des Tn , est la différence des deux termes du second membre de chaque équation, quel que soit le terme le plus fort,

$$T'm = \frac{\sin.(C'' - S'')}{\sin.(C'' - C')} R'' - \frac{\sin.(C'' - S')}{\sin.(C'' - C')} R',$$

$$T''m = \frac{\sin.(C' - S'')}{\sin.(C'' - C')} R'' - \frac{\sin.(C' - S')}{\sin.(C'' - C')} R',$$

$$T''n = \frac{\sin.(C''' - S'')}{\sin.(C''' - C'')} R''' - \frac{\sin.(C''' - S')}{\sin.(C''' - C'')} R'',$$

$$T'''n = \frac{\sin.(C'' - S'')}{\sin.(C''' - C'')} R''' - \frac{\sin.(C'' - S')}{\sin.(C''' - C'')} R''.$$

Fig. 28. Dans notre exemple, on trouve

$$T' m = 4,1311267 - 4,0359111 = 0,0952156.$$

$$T'' m = 4,6101726 - 4,5452095 = 0,0649631.$$

$$T'' n = 3,5812314 - 3,4641112 = 0,1171202.$$

$$T''' n = 4,2031413 - 4,1131038 = 0,0900375.$$

Dans le triangle $C'' K'' T''$, rectangle en C'' , on aura $C'' K'' = D'' \sin. L''$, on trouvera $9,1083159$ pour logarithme de $C'' K''$.

$C'' m = \Delta''$ ou $C'' T'' - T'' m$ (ou selon la situation de $m = \Delta + T'' m$, ou $= T'' m - \Delta$). Ici $C'' m = 0,2323248$.

$C'' n = \Delta'' - T'' n$ (ou $\Delta'' + T'' n$ ou $T'' n - \Delta$, la figure fait distinguer tous ces cas) $= 0,1801677$.

Dans le triangle $ST''C''$, on connoît le côté $ST'' = R''$, le côté $T'' C'' = \Delta$, & l'angle compris $ST'' C'' = C'' - S''$, le calcul donnera l'angle $T'' C'' S'' = 107^d 45' 1''$, l'angle $T'' S'' C'' = 16^d 21' 12''$, & le côté $SC'' = \vartheta'' = 0,8742806$.

Dans le triangle $SK''C''$, rectangle en C , on connoît $C'' K''$ trouvé ci-dessus, & SC'' ou ϑ'' qu'on vient de trouver; on aura l'angle $K'' SC'' = \lambda''$, en disant $\tan. \lambda'' = C'' K'' \times \vartheta''$; on aura aussi l'hypothénuse $SK'' = r'' = \vartheta'' \cos. \lambda''$. Dans notre exemple, la latitude héliocentrique λ'' est de $8^d 21' 1''$, & le rayon vecteur r'' a pour logarithme $9,9462794$.

mn dans notre exemple, est $= T'' n - T'' m = 0,0521571$. En d'autres cas, mn pourroit être $= T'' m - T'' n$, ou même $T'' m + T'' n$.

Dans le triangle kmn , on a

$$\sin. mkn(C'' - C') : mn :: \sin. knm(C'' - C') : km = \frac{\sin. (C'' - C')}{\sin. (C'' - C')} mn;$$

donc ici $km = 0,02668566$; on a aussi dans le même triangle,

$$\sin. mkn : mn :: \sin. kmn(C'' - C') : kn = \frac{\sin. (C'' - C')}{\sin. (C'' - C')} mn.$$

Le rayon vecteur SK'' coupe la corde $K'K'''$ au point O ; Fig. 28.

& vu la petitesse de l'intervalle du temps qui sépare les observations, on peut supposer, sans erreur sensible, que ce rayon vecteur coupe la corde proportionnellement aux temps; $K'O : K'''O :: \theta' : \theta''$. Il en doit donc être de même des parties de la corde projetée $C'C'''$, coupée dans la même proportion, par le rayon projeté SC'' en o ; $C'o : C'''o :: \theta' : \theta''$. M. Euler combinant la force attractive du Soleil avec le temps, &c. a prouvé que si les intervalles de temps sont peu considérables & presque égaux, la flèche $K''O$ est

$$= \frac{2c^3 \sin.\theta' \tau \sin.\theta'' \tau}{r''^2 \cos.(\theta'' - \theta') \tau}; \text{ par } c, \text{ M. Euler entend le rayon}$$

moyen de l'orbite terrestre, qu'il fait $= 100000$. Comme nous faisons ce rayon $= 1$, & que d'ailleurs dans notre

exemple $\theta' = \theta''$, la formule se réduit à $K''O = \frac{2 \sin.^2 \theta' \tau}{r''^2}$.

Cette quantité τ , de M. Euler, est un petit angle qui répond sur notre figure à $\frac{1}{2(\theta' + \theta'')} T'ST'''$, & qui peut par consé-

quent passer pour constant (a), il est de $29' 34'', 098$ ou de $1774'', 098$. Les θ doivent être ici comptés en jours; si donc on multiplie $\tau = 1774'', 098$, par $\theta' = 2$, on aura $\theta' \tau = 3548'', 196 = 59' 8'', 196$. Cherchez le logarithme finus de cet arc, doublez-le, ajoutez-y le logarithme de 2, & de la somme ôtez le double du logarithme de r'' , il restera $6,8795934$, logarithme de $K''O$. Or $1 : K''O :: \cos. K''SC'' : C''o = K''O \cos. K''SC'' = 0,00074983$, son logarithme $6,8749648$; car $K''SC'' = \lambda''$.

$$So = SC'' \text{ ou } p'' - C''o = 0,87353077.$$

Le rayon SC'' coupe la ligne $C'''T'''$ au point l ; par C' tirez $C'l$ parallèle à $C''l$. L'angle $C'''lo = C'''nC'' +$

(a) Il est clair que cet angle est la moitié du mouvement diurne moyen de la Terre; nous l'avons fait de $29' 34'', 098$, à l'exemple de M. Euler; selon les Tables de Mayer, il seroit de $29' 34'', 1655$.
Zz ij

Fig. 28. $SC''T'' = 11^d 40' 47'' + 107^d 45' 01'' = 119^d 25' 48''$;
donc dans le triangle $C''ln$, on a

$$\sin. C'''lo : C''n :: \sin. C'''nC'' = C''' - C'' : C''l = \frac{\sin. (C''' - C'')}{\sin. C'''lo} C''n,$$

&

$$\sin. C'''lo : C''n :: \sin. T''C''S : nl = \frac{\sin. SC''T''}{\sin. C'''lo} C''n.$$

Donc

$$C''l = 0,04187726 \text{ \& } nl = 0,19701405.$$

$$lo = C''l - C''o = 0,04112743;$$

& puisque

$$\lambda C' = \frac{\theta' + \theta''}{\theta''} lo = 2lo, \lambda C' = 0,08225486.$$

Dans le triangle $C'''lo$,

$$\sin. C'KC''' (\sin. C''' - C') : \lambda C' :: \sin. C'''lo : kC' = \frac{\sin. C'''lo}{\sin. (C''' - C')} \lambda C' \\ = 0,1810610.$$

$$\lambda C'k = C'''lo - C'kC''' = 96^d 7' 20''.$$

Dans le triangle $kC'\lambda$,

$$\sin. C'kC''' (C''' - C') : \lambda C' :: \sin. \lambda C'k : k\lambda = \frac{\sin. \lambda C'k}{\sin. (C''' - C')} \lambda C' \\ = 0,20670181.$$

$$l\lambda = nl + kn - kl = 0,19701405 + 0,02656924$$

$$- 0,20670181 = 0,01688148. lC''' = \frac{\theta''}{\theta'} l\lambda = l\lambda,$$

$$kC''' = kn + nl + lC''' = 0,02656924 + 0,19701405 \\ + 0,01688148 = 0,24046477.$$

Les parties qui composent λl & kC''' peuvent être affectées de signes différens, dans des cas différens de celui de notre exemple; mais, comme nous l'avons dit, l'inspection de la figure suffira pour déterminer les signes qu'il conviendra d'employer.

Dans le triangle $C'kC'''$, on connoît maintenant le côté kC' , dont le logarithme est 9,2578249, le côté kC''' qui a pour logarithme 9,3810514, & l'angle compris $C'kC'''$.

$= C''' - C' = 23^d 18' 28''$; le calcul donnera l'angle Fig. 28.
 $kC'C''' = 112^d 41' 24''$; l'angle $kC'''C' = 44^d 0' 8''$,
 & le côté $C'C''' = 0,10312613$.

$$T'''C''' = \Delta''' = nl + lC''' + nT''' = 0,19701405 + 0,01688148 \\ + 0,0900375 = 0,30393303,$$

&

$$T'C' = \Delta' = kC' + km + nT' = 0,18106100 + 0,02668566 \\ + 0,0952156 = 0,30296226.$$

Quelques-uns de ces termes, tous positifs, pourroient dans d'autres cas devenir négatifs.

Voilà donc tous les Δ , ou toutes les distances accourcies de la Terre à la Comète connues, & l'on aura facilement les distances de la Comète au plan de l'Écliptique, ou les CK par la formule $CK = \Delta \text{ tang. } L$. On trouvera $C'K' = 0,12292099$, & $C'''K''' = 0,13361911$.

Prolongez $C'''C'$ & $K'''K'$ jusqu'à leur intersection N qui représentera le lieu du nœud de l'orbite avec l'Écliptique, & l'on aura $\text{tang. } K'''NC''' = \frac{K'''C''' - K'C'}{C'C'''}; \text{ donc}$
 l'angle $K'''NC'''$ sera de $5^d 55' 21''$.

On a d'ailleurs,

$$\text{tang. } K'''NC''' : 1 :: K'''C''' : C'''N = \frac{K'''C'''}{\text{tang. } K'''NC'''} = 1,2880442.$$

$$C'''o = \frac{\theta''}{\theta' + \theta''} C'C''' = \frac{1}{2} C'C''' = 0,05156306.$$

Or $No = C'''N - C'''o$, au moins dans notre exemple; donc $No = 1,2364811$.

Dans le triangle SNo , on connoît No , dont le logarithme est $0,0921875$, So qui a pour logarithme $9,9412782$. L'angle SoN est le supplément de l'angle loC''' ; or dans le triangle loC''' , l'angle $oC'''l$, ou $kC'''C'$ a été trouvé de $44^d 0' 8''$; l'angle $C'''lo$ est de $119^d 25' 48''$; donc le troisième angle loC''' est de $16^d 34' 4''$; donc SoN son

Fig. 28. supplément est de $163^{\text{d}} 25' 56''$. Ainsi dans le triangle SN_o , outre les deux côtés No , So , on connoît l'angle compris; le calcul trigonométrique donnera l'angle NS_o de $9^{\text{d}} 43' 7''$, & l'angle SN_o de $6^{\text{d}} 50' 57''$.

En combinant sur la figure le lieu du Soleil S'' au moment de la seconde observation; celui de la Terre $T'' = S'' + 180^{\text{d}}$; l'angle $T''SC''$ différence de longitude héliocentrique entre la Terre & la Comète; ou angle de commutation déterminé ci-dessus; & enfin l'angle NSC'' ou NS_o qu'on vient de déterminer; il sera toujours facile de conclure la longitude du nœud N . Dans notre exemple, on voit que cette longitude doit être $S'' + 180^{\text{d}} + T''SC'' - NS_o = 168^{\text{d}} 32' 22'' + 180^{\text{d}} + 16^{\text{d}} 21' 12'' - 9^{\text{d}} 43' 7'' = 355^{\text{d}} 10' 27''$. Les latitudes sont australes, & la Comète, en allant de K' en K'' & en K''' , s'éloigne de ce nœud; donc elle a passé ce nœud, & sa latitude est devenue australe en ce passage; donc ce nœud est le nœud descendant, & le nœud ascendant est en $175^{\text{d}} 10' 27''$ ou en $5^{\text{d}} 25' 10' 27''$.

On peut déterminer l'inclinaison I de l'orbite à l'Écliptique, par l'analogie

$$\sin. SN_o : 1 :: \text{tang. } K'''NC'' : \text{tang. } I = \frac{\text{tang. } K'''NC''}{\sin. SN_o}.$$

On trouve l'inclinaison de $41^{\text{d}} 1' 9''$.

Nous n'irons pas plus loin; connoissant le lieu du nœud, l'inclinaison, les trois Δ & les trois KC , c'est plus qu'il n'en faut pour déterminer les autres élémens de l'orbite, par les *Problèmes XI & XII*.

La position du nœud & l'inclinaison que nous venons de trouver, ne diffèrent que de quelques minutes des mêmes élémens déterminés par les autres méthodes; on pourroit en conclure que celle que nous venons de proposer, seroit utile, si l'on pouvoit parvenir à déterminer un D ou un Δ avec précision; car il faut ici une très-grande précision, & dans le D & dans les observations qu'on emploie. *Tum verò hoc*

maximè *requiritur, ut observationes summâ curâ sint institutæ, atque ut distantia Cometæ à Terra in observatione media a veritate quàm minimùm aberrant.* Ce sont les paroles du N.º 58. célèbre Géomètre, auteur de cette méthode. Mais peut-on se flatter d'une telle précision ? Le même Géomètre n'exige pas que les intervalles de temps soient fort petits, il se contente de demander qu'ils ne soient pas trop grands, *observationes non nimis à se invicem distent.* Nous avons essayé la méthode sur les observations des 14, 21 & 28 Août 1769., nous avons trouvé un degré & demi d'erreur sur le lieu du nœud, & près de 23 degrés sur l'inclinaison ; donc sept jours forment un trop grand intervalle, à moins qu'on ne veuille dire que les observations d'Août pouvoient être moins précises que celles de Septembre.

Lambert va encore plus loin que M. Euler ; pour déterminer l'orbite, il ne demande que deux observations & une distance Δ données ; les deux observations doivent être extrêmement voisines, *sibi admodum vicinæ*, & cela afin de pouvoir supposer que les deux distances de la Comète à la Terre sont sensiblement égales ; mais dans la supposition d'un intervalle de temps aussi court, il seroit nécessaire que les observations fussent de la précision la plus extrême. On parvient d'ailleurs à une équation du second degré, elle a deux racines, & Lambert avertit lui-même, que pour se déterminer sur le choix, il faut recourir à une troisième observation. De tels Problèmes sont curieux sans doute, mais je ne vois pas de quelle utilité pratique ils peuvent être. Lambert pense que le sien peut servir à assigner les limites entre lesquelles la vraie valeur de Δ doit être renfermée. Nous en convenons, mais pourvu encore une fois qu'on puisse répondre de la très-grande précision des observations ; & même dans cette hypothèse, on ne réussiroit à déterminer les limites des Δ , que par de longs tâtonnemens, & en parvenant à une équation, au moins du sixième degré.

Orbit. Comet,
S. 159.

La distance périhélie π d'une Comète, & le temps de son passage au périhélie étant à peu-près déterminés par le Problème X, déterminer tous les élémens de la trajectoire parabolique de la Comète.

CECI est la suite du *Problème X*, & de la méthode de M. de la Place. Nous avons déterminé dans ce Problème, la distance périhélie de la Comète de 1769, de 0,1231459, & le temps du passage au périhélie, en Octobre 7,54438 jours (*a*), & nous avons averti que ces élémens n'étoient qu'approchés.

Choisissez trois observations les plus éloignées que faire se pourra. Pour la Comète de 1769, nous choisissons les trois suivantes.

	<i>S.</i>	<i>C.</i>	<i>L.</i>	<i>R.</i>
<i>Jours.</i>	<i>D. M. S.</i>	<i>D. M. S.</i>	<i>D. M. S.</i>	
14 Août, 52352	142.21.26	39.58.16	— 3.17.13	0,005244
15 Sept., 69398	173.31.30	140.39.17	— 22.43.34	0,001810
2 Déc., 21413	250.54.12	276.41.20	+ 23.33.25	9,993496

Il faut aussi prendre les elongations ζ du Soleil à la Comète, & l'on aura

$$\zeta' = 102^{\text{d}} 23' 10'', \quad \zeta'' = 32^{\text{d}} 52' 13'', \quad \zeta''' = 25^{\text{d}} 47' 8''.$$

(a) Les élémens déterminés dans le Problème X, diffèrent peu de ceux-ci. Nous avions d'abord employé les premiers, ils nous ont conduits à une solution peu satisfaisante, sans doute à cause de quelque erreur dans les observations voisines qui nous avoient procuré ces

premiers élémens; mais si ces élémens n'ont pas été parfaitement corrigés par notre première opération, ils ont du moins été beaucoup plus approchés qu'ils ne l'étoient d'abord; ce sont ces élémens approchés que nous substituons à ceux qui nous avoient été fournis par le Problème X.

On

On ne peut guère se dispenser de construire une figure, Fig. 29. sur laquelle les T représenteront les trois lieux de la Terre; S le Soleil; les lignes TC formeront avec les lignes TS des angles égaux aux élongations ζ ; les C sont les lieux réduits de la Comète qu'il s'agit de déterminer. Les X sont d'autres lieux qui conviendroient au calcul aussi-bien que les C , nous allons voir comment on peut se déterminer sur le choix. Enfin les K représentent les lieux de la Comète dans son orbite; K' & K'' doivent être censés abaissés sous le plan de l'Écliptique, & K''' relevé au contraire sur ce plan, vu que les deux premières latitudes sont australes & la troisième boréale. Les lignes KC sont perpendiculaires sur le plan de l'Écliptique, & par conséquent sur les lignes SC , TC .

La différence entre le temps du passage au périhélie, & celui de chaque observation, donnera (*Problème I*) l'anomalie vraie correspondante à chaque observation, vu qu'on est aussi censé connoître la distance périhélie π . Dans notre exemple, où $\pi = 0,1231459$, & où la Comète a été périhélie en Octobre 7,54438 jours, on trouvera les anomalies vraies suivantes, & les rayons vecteurs correspondans par la formule $r = \frac{\pi}{\cos.^2 \frac{1}{2} v}$. Les φ sont calculés d'après le *Problème XI*.

$$v' = - 146^d 13' 24''. \log. r' 0,1641057. \rho' 1,458.$$

$$v'' = - 132. 23. 36. \log. r'' 9,8785207. \rho'' 0,743.$$

$$v''' = + 146. 35. 35. \log. r''' 0,1733903. \rho''' 1,205.$$

Nous regardons les deux premières anomalies vraies, comme négatives, la Comète n'ayant pas encore passé par son périhélie.

$$\varphi = v'' - v' = 13^d 49' 48''.$$

$$\chi = v''' - v' = 292. 48. 59.$$

Du point S comme centre, & d'une ouverture $= \rho$, marquez sur les lignes TC , les points C , ou les points C & X s'il y a lieu, & achevez les triangles en tirant les rayons

Fig. 29. vecteurs accourcis SC & SX ; les C ou les X représenteront les lieux de la Comète projetés sur l'Écliptique, au moment des trois observations.

L'angle $STC = \zeta$ étant connu par observation, on connoîtra l'angle STK par l'analogie, $\cos. STK = \cos. STC \cos. L$, ce qui servira pour toutes les hypothèses.

Dans le triangle SKT , on a

$$SK(r) : \sin. STK :: ST(R) : \sin. SKT = \frac{R \sin. STK}{r}.$$

Il est à remarquer que le numérateur $R \sin. STK$, est une quantité constante, qui servira pour toutes les hypothèses. Les angles STK , SKT étant déterminés, l'angle $KST = 180^\circ - STK - SKT$ le sera pareillement.

Si l'angle STK est aigu, l'angle SKT pourra souvent être ou aigu, ou obtus; mais le plus léger raisonnement suffira presque toujours pour décider de quelle espèce il doit être. On trouvera dans notre exemple.

	Du 14 AOÛT.	Du 15 SEPTEMBRE.	Du 2 DÉCEMBRE.
STC	$102^\circ 23' 10''$	$32^\circ 52' 13''$	$25^\circ 47' 8''$.
L	$3. 17. 13$	$22. 43. 34$	$23. 33. 25.$
STK	$102. 21. 55$	$39. 13. 22$	$34. 22. 19.$
SKT	$42. 39. 10\frac{1}{2}$	$57. 7. 54$	$21. 54. 23\frac{1}{2}$.
ou	$122. 52. 6$	$158. 5. 36\frac{1}{2}$.
KST	$34. 58. 54\frac{1}{2}$	$83. 38. 44$	$123. 43. 17\frac{1}{2}$.
ou	$17. 54. 32$	

Le triangle du 14 Août, ne souffre point de difficulté; l'angle STC étant obtus, les deux autres angles sont nécessairement aigus.

Il n'y a pas non plus de difficulté sur le triangle du 2 Décembre; si l'on prend l'angle SKT obtus, les deux

angles STK , SKT excéderont 180 degrés, ce qui ne Fig. 29.
se peut.

Il reste donc le triangle du 15 Septembre; ce triangle sera également résolu, soit qu'on place la Comète en K'' , soit qu'elle, ou sa projection soit placée en X'' . Mais si le triangle $ST''X''$ est substitué au triangle $ST''C''$ ou $ST''K''$, l'angle $C'SX''$ sera alors la projection de l'angle $K'SK''$; mais nous avons vu que l'angle $K'SK'' = \varphi$, n'est que de 13 à 14 degrés, & l'on voit par la figure que l'angle $C'SX''$ est presque de 90 degrés; donc l'angle $C'SX''$ ne peut être la projection de $K'SK''$ ou de φ . Donc la Comète n'étoit point en X'' , mais en K'' ; l'angle $SK''T''$ doit être pris obtus, ou de $122^{\text{d}} 52' 6''$, & par conséquent l'angle $K''ST''$, est de $17^{\text{d}} 54' 32''$.

Il est des Comètes, dont les observations donnent trois triangles indéterminés; nous l'avons éprouvé par rapport à la Comète de 1763; mais il est très-rare qu'on puisse rester long-temps indécis. Pour peu qu'on réfléchisse sur la grandeur, sur le mouvement géocentrique de la Comète, sur la direction, sur la proportion de son mouvement vrai, quelque rayon de lumière vient bientôt éclairer l'esprit, & le décide sur le choix. Supposons que nous n'ayons pas eu pour nous déterminer entre K'' & X'' , une raison aussi péremptoire que celle que nous avons rapportée, nous aurions pu du moins faire réflexion qu'au mois de Septembre, la Comète étoit très-grande, qu'elle traînoit une queue fort longue, que son mouvement géocentrique étoit très-précipité, circonstances qui prouvent qu'elle étoit alors voisine de la Terre; donc elle étoit en K'' , & non pas en X'' . La détermination d'un seul triangle suffit souvent pour déterminer les deux autres; supposons le premier triangle $T'SK'$ bien déterminé, l'esprit indécis entre C'' & X'' du second triangle, & qu'enfin le triangle du 2 Décembre, $C'''ST'''$ puisse être $X'''ST'''$. Nous avons un point donné C' ; une courbe qui iroit de C' à X''' , en passant par C'' présenteroit la convexité au Soleil, ce qui ne peut se dire d'une trajectoire

Fig. 29. de Comète, soit qu'on la considère en elle-même, soit qu'on la regarde comme projetée sur le plan de l'Écliptique. Donc la Comète n'a pu passer par C'' pour aller de C' à X''' ; il n'étoit pas plus possible qu'elle passât par X'' ; alors elle auroit passé ou en-deçà ou au-delà du Soleil, & l'on ne peut dire ni l'un, ni l'autre. Si la Comète eût passé en-deçà du Soleil, sa trajectoire eût encore tourné sa convexité du côté de cet Astre; si elle eût passé au-delà, on auroit cessé de la voir vers la conjonction, vu sur-tout que sa latitude étoit australe; on auroit même dû la voir à l'orient du Soleil. Or, depuis le 14 Août jusqu'au 15 Septembre, on n'a pas cessé de l'observer, & elle est constamment restée à l'occident du Soleil. De plus, il n'est pas possible qu'en un mois elle ait été de C' à X'' , en faisant le tour du Soleil, & qu'en deux mois & demi qui se sont écoulés, depuis le 15 Septembre jusqu'au 2 Décembre, elle n'ait été que de X'' à X''' . Donc elle n'a pu aller de C' à X''' , ni par C'' , ni par X'' , donc elle n'a point été à X''' , mais à C''' . Il reste à déterminer, si pour aller de C' à C''' , elle a passé par C'' , ou par X'' . Outre ce que nous avons dit pour exclure X'' , on peut observer que si sa route a été par C' , X'' , C''' , elle n'avoit pas encore passé par son périhélie, lorsqu'elle étoit en X'' ; donc son mouvement s'accéléroit encore. Or, comment dans cette supposition est-il possible qu'elle n'ait mis qu'un mois à aller de C' à X'' , & qu'elle ait employé deux mois & demi à aller de X'' à C''' ? Donc elle n'a pas passé par X'' , mais par C'' , & par conséquent son mouvement étoit direct. Un seul cas ici peut être embarrassant, c'est lorsque les points C & X se trouvent fort près l'un de l'autre; l'angle SKC approche fort de 90 degrés, & il n'est pas facile de décider si on le prendra aigu ou obtus. Nous avons rencontré ce cas, nous avons pris l'angle & aigu & obtus, nous avons poursuivi le calcul dans les deux suppositions, & le résultat final nous a appris laquelle de ces deux suppositions étoit la plus légitime; on pourroit aussi dans ce cas choisir une autre observation.

On connoîtra la latitude héliocentrique λ , par l'analogie Fig. 29. ordinaire,

$$\sin. KTS : \sin. KST :: \sin. L : \sin. \lambda = \frac{\sin. KST \sin. L}{\sin. KTS}.$$

L'angle de commutation TSC fera pareillement connu en se représentant dans le ciel un triangle sphérique rectangle, dont l'hypothénuse seroit un arc de grand cercle qui, vu du Soleil, joindroit les centres de la Terre & de la Comète, & qui par conséquent seroit la mesure de l'angle KST . Un des côtés seroit un arc de cercle partant du centre de la Comète, & perpendiculaire sur l'Écliptique, il seroit la mesure de la latitude héliocentrique; enfin, l'autre côté seroit l'arc du cercle écliptique, compris entre l'arc précédent & le centre de la Terre, il seroit évidemment la mesure de l'angle de commutation TSC ; on connoîtroit donc cet angle, en disant

$$\cos. \lambda : 1 :: \cos. KST : \cos. CST = \frac{\cos. KST}{\cos. \lambda}.$$

On voit par la figure, si la Comète est à l'orient ou à l'occident de la Terre; dans le premier cas, ajoutez l'angle de commutation au lieu de la Terre; dans le second, du lieu de la Terre, ôtez l'angle de commutation, & vous aurez les lieux ou longitudes héliocentriques de la Comète.

DU 14 AOÛT.	DU 15 SEPTEMB.	DU 2 DÉCEMBRE.
λ — 1 ^d 55' 43"	— 10 ^d 49' 42" ¹ / ₂	+..... 36 ^d 4' 19"
Commutation TSC 34. 56. 7	14. 21. 2	133. 22. 49
Lieu de la Terre.. 322. 21. 26	353. 31. 30	70. 54. 12
Lieu de la Com. C' 357. 17. 33	C'' 7. 52. 32	C''' ... 297. 31. 23
C'' 7. 52. 32		C' 357. 17. 33
$C'' - C'$ 10. 34. 59.		$C''' - C'$ 300. 13. 50

Fig. 29. D'après les longitudes & latitudes héliocentriques trouvées, il faut calculer le mouvement de la Comète sur son orbite; 1.^o entre la première & la seconde observation; 2.^o entre la première & la troisième; nous appellerons le premier Φ , & le second X . Si la supposition que nous avons faite de la distance périhélie, & du temps du passage de la Comète par son périhélie, est juste, il est clair que Φ & X doivent être les mêmes que ϕ & χ déjà déterminés. S'il y a de la différence, il faudra en tenir compte; nous désignerons ϕ — Φ par m , & χ — X par n . Quant à Φ & X , on peut les trouver par les formules ordinaires de la trigonométrie, ou par les formules suivantes,

$$\cos. \Phi = \cos. (C'' - C') \cos. \lambda' \cos. \lambda'' + \sin. \lambda' \sin. \lambda'',$$

$$\cos. X = \cos. (C''' - C') \cos. \lambda' \cos. \lambda''' + \sin. \lambda' \sin. \lambda'''. \quad \text{On trouvera}$$

$$\cos. (C'' - C') \cos. \lambda' \cos. \lambda'' \dots \dots \dots + 0,96493978.$$

$$\sin. \lambda' \sin. \lambda'' \dots \dots \dots + 0,00632231.$$

$$\cos. \text{ de } \Phi \dots \dots \dots + 0,97126209.$$

$$\text{Son logarithme} \dots \dots \dots 9,9873364.$$

$$\Phi \dots \dots \dots 13^d 46' 9''.$$

$$\phi \text{ trouvée ci-dessus} \dots \dots \dots 13. 49. 48.$$

$$\phi - \Phi = m' \dots \dots \dots + 3. 39.$$

$$\cos. (C''' - C') \cos. \lambda' \cos. \lambda''' \dots \dots \dots + 0,40672206.$$

$$\sin. \lambda' \sin. \lambda''' \dots \dots \dots - 0,01981472.$$

$$\cos. \text{ de } X \dots \dots \dots + 0,38690734.$$

$$\text{Son logarithme} \dots \dots \dots 9,5876069.$$

$$X \dots \dots \dots 292^d 45' 44''.$$

$$\chi \text{ trouvé ci-dessus} \dots \dots \dots 292. 48. 59.$$

$$\chi - X = n' \dots \dots \dots + 3. 15.$$

On voit, sans qu'il soit besoin d'en avertir, que Φ & X doivent être pris dans le même quartier que $C'' - C'$ & $C''' - C'$.

Le Φ & le X que nous venons de trouver, ne sont pas Fig. 29.
les mêmes que nous avons déterminés ci-dessus; donc l'hypothèse de $\pi = 0,1231459$, & du passage au périhélie en Octobre 7,54438 jours, n'est pas exacte. Il faut donc en tenter une seconde.

SECONDE HYPOTHÈSE.

J'ALTÈRE la distance périhélie seulement de $+0,001$, parce que la différence entre les ϕ & Φ , & entre les χ & X de la première hypothèse, étoit peu considérable, & je laisse l'instant du passage au périhélie en Octobre 7,54438; π sera $= 0,1241459$. D'après ces deux élémens, j'opère comme dans la première hypothèse, & je trouve,

$$\begin{aligned} v' &= -146^d \ 4' \ 20'' & \text{Log. } r' &= 0,1638544. \\ v'' &= -132. \ 9. \ 58. & \text{Log. } r'' &= 9,8781393. \\ v''' &= +146. \ 26. \ 42. & \text{Log. } r''' &= 0,1731718. \\ \phi &= v'' - v' = 13^d \ 54' \ 22''. \\ \chi &= v''' - v' = 292. \ 31. \ 2. \end{aligned}$$

DU 14 AOÛT.	DU 15 SEPTEMBRE.	DU 2 DÉCEMBRE.
<i>STK</i> $102^d \ 21' \ 55''$	$39^d \ 13' \ 22''$	$34^d \ 22' \ 19''$
<i>SKT</i> $42. \ 41. \ 1$	$122. \ 47. \ 25$	$21. \ 55. \ 5$
<i>KST</i> $34. \ 57. \ 4$	$17. \ 59. \ 13$	$123. \ 42. \ 36$
λ $- \ 1. \ 55. \ 37\frac{1}{2}$	$- \ 10. \ 52. \ 29$	$+ \ 36. \ 4. \ 39$
Commutation <i>TSC</i> $34. \ 54. \ 17$	$14. \ 24. \ 53$	$133. \ 22. \ 5$
Lieu de la Terre <i>T</i> $322. \ 21. \ 26$	$353. \ 31. \ 30$	$70. \ 54. \ 12$
Lieu de la Com. <i>C'</i> $357. \ 15. \ 43$	<i>C''</i> $7. \ 56. \ 23$	$297. \ 32. \ 7$
<i>C''</i> $7. \ 56. \ 23$		$357. \ 15. \ 43$
<i>C'' - C'</i> $10. \ 40. \ 40$		<i>C''' - C'</i> $300. \ 16. \ 24$

Fig. 29.

Cof. ($C'' - C'$) cof. λ' cof. λ''	+	0,96449900.
Sin. λ' sin. λ''	+	0,00634424.
Cof. de Φ	+	0,97084324.
Son logarithme.....		9,9871491.
Φ		13 ^d 52' 11".
ϕ trouvé ci-dessus.....		13. 54. 22.
$\phi - \Phi = m''$	+	2. 11.

Cof. ($C''' - C'$) cof. λ' cof. λ'''	+	0,40815330.
Sin. λ' sin. λ'''	-	0,01980267.
Cof. X	+	0,38835063.
Son logarithme.....		9,5892240.
X		292 ^d 51' 7".
χ déterminé plus haut.....		292. 31. 2.
$\chi - X = n''$	-	20. 5.

Cette seconde hypothèse se trouve donc en défaut, puisque les Φ & X ne s'accordent point avec les ϕ & χ .

TROISIÈME HYPOTHÈSE.

RÉTABLISSONS π , comme il étoit dans la première hypothèse, 0,1231459, mais faisons varier le temps du passage de — 0,01 de jour; fixons-le en Octobre 7,53438 jours. Dans cette hypothèse, on aura

$v' = - 146^d 13' 17''$.	Log. r' 0,1640571.
$v'' = - 132. 23. 6.$	Log. r'' 9,8783775.
$v''' = + 146. 35. 47.$	Log. r''' 0,1734745.
$\phi = v'' - v' = 13^d 50' 11''$	
$\chi = v''' - v' = 292. 49. 4.$	

Du 14

DU 14 AOÛT.	DU 15 SEPTEMBRE.	DU 2 DÉCEMBRE.
SKT $42^d 39' 32''$	$122^d 50' 20''$	$21^d 54' 8''$
λ' — $1. 55. 42$	— $10. 50. 45$	+ $36. 4. 12$
TSC $34. 55. 46$	$14. 22. 29$	$133. 23. 7$
T $322. 21. 26$	$353. 31. 30$	$70. 54. 12$
C' $357. 17. 12$	$C'' 7. 53. 59$	$C'''.... 297. 31. 5$
C'' $7. 53. 59$		$C'.... 357. 17. 12$
$C'' - C'$ $10. 36. 47$		$C''' - C' 300. 13. 53$
Φ $13. 48. 12$		
ϕ $13. 50. 11$		
$\phi - \Phi = m'''... + 1. 59$		
X $292. 45. 49$		
χ $292. 49. 4$		
$\chi - X = n''.. + 3. 15$		

Cette troisième hypothèse est encore défectueuse; mais de ces trois hypothèses défectueuses, il est facile de conclure quelle est la véritable distance périhélie π , & l'instant où la Comète a été périhélie, instant que nous désignerons par la lettre τ . Fig. 29.

Nous avons d'abord supposé π de $0,1231459$; à la seconde hypothèse, nous l'avons augmenté de $0,001$; donc $d\pi = + 0,001$; à la troisième hypothèse rétablissant π tel qu'il étoit précédemment, nous avons diminué τ de $0,01$; donc $d\tau = - 0,01$.

Ces deux variations s'étant trouvées insuffisantes, nous avons marqué les erreurs de chaque hypothèse par des m & des n ; il est clair que les véritables variations qu'il falloit employer, doivent être proportionnées aux différens rapports de ces m & de ces n ; & nommant ces véritables variations $x d\tau$ & $y d\pi$; on parviendra facilement aux équations suivantes,

$$x (m' - m'') + y (m' - m''') = m',$$

$$x (n' - n'') + y (n' - n''') = n'.$$

Tome II.

BbB

Fig. 29. D'où l'on tire

$$x = \frac{m' (n' - n'') - n' (m' - m'')}{(m' - m'') (n' - n'') - (m' - m'') (n' - n'')},$$

$$y = \frac{m' - x (m' - m'')}{m' - m''}.$$

Nous avons

$$\begin{aligned} m' &= +219''. \quad n' = +195''. \quad m' - m'' = +88. \quad n' - n'' = +1400. \\ m'' &= +131. \quad n'' = -1205. \quad m' - m''' = +100. \quad n' - n''' = 0. \\ m''' &= +119. \quad n''' = +195. \end{aligned}$$

Donc

$$x = +0,1392857;$$

mais

$$d\pi = +0,001;$$

donc

$$x d\pi = +0,0001393.$$

Telle est donc la véritable variation qu'il faut ajouter à π de la première hypothèse, pour avoir la vraie distance périhélie, ou le véritable $\pi = 0,1231459 + 0,0001393 = 0,1232852$.

On trouvera pareillement

$$y \dots \dots \dots = 2,067429.$$

$$\text{Mais } d\tau \dots \dots \dots = -0,01.$$

$$\text{Donc } y d\tau \dots \dots \dots = -0,02067.$$

$$\tau \text{ de la première hypothèse, Octobre..} \quad 7,544381.$$

$$\text{Donc } \tau \text{ véritable, Octobre..} \quad 7,52371.$$

$$\text{Ou passage au périhélie, le 7 Octobre à } 12^h 34' 9''.$$

Pour preuve de l'exactitude des opérations, on peut partir de ce π & de ce τ ainsi déterminés, comme d'une quatrième hypothèse; on trouvera

$$v' = \dots - 146^d 11' 51''. \quad \text{Log. } r' 0,1639520.$$

$$v'' = \dots - 132. 20. 39. \quad \text{Log. } r'' 9,8781678.$$

$$v''' = \dots + 146. 34. 40. \quad \text{Log. } r''' 0,1734956.$$

$$\phi = v'' - v' = 13. 51. 12.$$

$$\chi = v''' - v' = 292. 46. 31.$$

DU 14 AOÛT.	DU 15 SEPTEMBRE.	DU 2 DÉCEMBRE.
λ — 1 ^d 55' 39"	— 10 ^d 52' 16"	+ 36 ^d 4' 9 ["] ₂
TSC 34. 55. 0	14. 24. 36	133. 23. 11
C 357. 16. 26	7. 56. 6	297. 31. 1
C'' 7. 56. 6		C' 357. 16. 26
$C'' - C'$ 10. 39. 40		$C''' - C'$ 300. 14. 35
Φ 13. 51. 22		
ϕ 13. 51. 12		
Différence 10		
X 292. 46. 31		
χ 292. 46. 31		
Différence 0		

La différence entre X & χ est absolument nulle; il y en Fig. 29.
a une entre Φ & ϕ , mais elle est très-légère; pour être
assuré de n'en trouver aucune, il faudroit pousser les calculs
jusqu'à la précision des décimales de secondes.

Dans cette quatrième hypothèse, on peut quelquefois
trouver des différences sensibles entre Φ & ϕ , & entre X
& χ , sans que cela vienne d'aucune erreur de calcul. Cela
peut venir de ce que dans la huitième solution du *Problème*
IX, on a embrassé un trop grand mouvement géocentrique
de la Comète; l'imperfection des observations, choisies pour
cette solution, peut aussi y contribuer. Dans ce cas, si l'on
se propose d'atteindre à la plus grande perfection possible,
il faut regarder cette quatrième hypothèse comme première,
en former deux autres comme auparavant, en faisant varier
 π , ensuite τ ; & ces trois nouvelles hypothèses donneront
 π & τ , aussi exacts que les observations le comportent.

Ayant ainsi déterminé π & τ , on calculera le nœud
ascendant N & l'inclinaison I , par les formules suivantes,

$$\text{Tang. } N = \frac{\text{tang. } \lambda'' \text{ fin. } C' - \text{tang. } \lambda' \text{ fin. } C''}{\text{tang. } \lambda'' \text{ cof. } C' - \text{tang. } \lambda' \text{ cof. } C''},$$

Bbb ij

Fig. 29.

$$\text{Tang. } I = \frac{\text{tang. } \lambda''}{\text{fin. } (C'' - N)}$$

Ou par celles-ci

$$\text{Tang. } N = \frac{\text{tang. } \lambda''' \text{ fin. } C' - \text{tang. } \lambda' \text{ fin. } C'''}{\text{tang. } \lambda''' \text{ cof. } C' - \text{tang. } \lambda' \text{ cof. } C'''},$$

$$\text{Tang. } I = \frac{\text{tang. } \lambda'''}{\text{fin. } (C''' - N)}$$

La tangente de N peut appartenir à deux angles, différens entr'eux de 180 degrés. Pour savoir lequel des deux on doit choisir, il faut se ressouvenir de ce que nous avons dit au *Problème I*, que l'inclinaison d'une Comète rétrograde, étoit censée négative. Donc si la Comète est directe, tang. I

& par conséquent $\frac{\text{tang. } \lambda'''}{\text{fin. } (C''' - N)}$ doivent être positifs,

ainsi que $\frac{\text{tang. } \lambda''}{\text{fin. } (C'' - N)}$; il faut donc choisir N de telle manière que tang. λ''' & fin. $(C''' - N)$, ou tang. λ'' & fin. $(C'' - N)$ soient, ou tous les deux positifs, ou tous les deux négatifs. Il faudroit au contraire que l'un fût négatif & l'autre positif, si la Comète étoit rétrograde.

Notre Comète est directe, & nous employons les deux dernières formules. Nous trouvons pour logarithme tangente de N , — 8,9384494; cette tangente appartient, ou à 175^d 2' 24'', ou à 355^d 2' 24''. Si nous faisons $N = 355^{\text{d}} 2' 24''$, nous aurons $C''' - N = 302^{\text{d}} 28' 37'$, dont le sinus est négatif, & ce sinus doit être positif, puisque tang. λ''' est positive, & que la Comète est directe. Donc $N = 175^{\text{d}} 2' 24''$, & tang. $I = \frac{\text{tang. } 36^{\text{d}} 4' 9''}{\text{fin. } 122, 28, 37'}$; donc $I = 40^{\text{d}} 48' 29''$.

Figurons-nous dans le ciel un triangle sphérique rectangle, au moment d'une des observations, comme, par exemple, de la troisième; un arc de cercle partant de la Comète & perpendiculaire à l'Écliptique, est un des côtés, il est manifestement égal à λ''' . L'arc de l'Écliptique, depuis l'arc précédent jusqu'au nœud, forme le second côté, sa valeur est

$C''' - N$. Enfin, l'hypothénuse est la distance de la Comète au nœud sur l'orbite de la Comète $= u$; on connoîtra cette hypothénuse, par la formule $\cos. u = \cos. (C''' - N) \cos. \lambda'''$.

Nous avons donc la distance de la Comète au nœud ascendant de son orbite $= u$, & sa distance au lieu de son périhélie, ou son anomalie vraie $= v'''$. La différence entre ces deux distances, sera la distance du nœud au périhélie, ou U ; d'où il sera facile de conclure le lieu du périhélie.

Appliquons ceci à notre exemple, & nous trouverons

u	=	115 ^d 43' 24".
v''' troisième anomalie vraie.....	=	146. 34. 40.
Différence U entre N & P	= -	30. 51. 16.
N		175. 2. 24.
Donc P ou lieu du périhélie.....		144. 11. 8.

Nous avons fait la différence U négative, parce que la Comète ayant une latitude boréale avoit passé son nœud ascendant; elle avoit aussi passé son périhélie, & sa distance au périhélie étoit plus grande que sa distance au nœud; donc il falloit, puisque la Comète étoit directe, que le périhélie fût moins avancé que le nœud.

Récapitulant donc le résultat de nos calculs, on trouve que, d'après les observations des 14 Août, 15 Septembre & 2 Décembre, l'orbite de la Comète de 1769, devoit être telle que nous la donnons ici.

Lieu du nœud ascendant.....	5 ^f 25 ^d 2' 24".
Inclinaison.....	40. 48. 29.
Lieu du périhélie.....	4. 24. 11. 8.
Distance périhélie.....	0,1232852.
Son logarithme.....	9,0909110.
Passage au périhélie, Octobre.....	7 ⁱ 12 ^h 34' 9".
Sens du mouvement.....	Direct.

P R O B L È M E X I X.

Le lieu du nœud & l'inclinaison étant à peu-près connus, déterminer la nature & tous les élémens de la trajectoire.

Il faut choisir trois observations les plus parfaites & les plus distantes entr'elles qu'il est possible. La Comète de 1770, nous servira d'exemple, & nous choisissons les trois observations suivantes.

	<i>S.</i>	<i>C.</i>	<i>L.</i>	<i>R.</i>
<i>Jours.</i>	<i>D. M. S.</i>	<i>D. M. S.</i>	<i>D. M. S.</i>	
Juin 15, 47456	84.43.52	272.51.49	+6.57.15	0,006984
Août 19, 60646	147. 0.19	104.35.52	-1.19.18	0,004794
Oct. 2, 65529	189.56.30	130.40.51	-1.10. 4	9,999737

Fig. 30. *S* (fig. 30) est le Soleil; les *T, C, K* ont la même signification que dans la figure précédente; *N'SN''* est la ligne des nœuds. Les lignes *CT* sont prolongées, jusqu'à leur rencontre avec la ligne des nœuds en *N*; *CI, KI* sont des perpendiculaires sur la ligne des nœuds, abaissées des lieux *C* & *K* de la Comète, & formant entr'elles des angles égaux à l'inclinaison *I* de l'orbite.

Il faut d'abord déterminer les angles traversés $KSN = u$, & les rayons vecteurs $SK = r$.

Puisqu'on suppose le lieu du nœud connu, ainsi que l'inclinaison, dans le triangle *SCN*, dont on connoît les trois angles & le côté $TS = R$, on aura

$$\sin. SNT : R :: \sin. NST (V) : TN = \frac{R \sin. V}{\sin. SNT}.$$

Dans le triangle *SKI*, rectangle en *I*,

$$1 : SK (r) :: \sin. KSI (u) : KI = r \sin. u.$$

Dans le triangle KCI , rectangle en I ,

Fig. 30.

$$1 : KI (r \sin. u) :: \text{cof. } KIC (\text{cof. } I) : CI = r \sin. u \text{ cof. } I.$$

Dans CNI , pareillement rectangle en I ,

$$\sin. CNI \text{ ou } SNT : CI :: 1 : CN = \frac{CI}{\sin. SNT} = \frac{r \sin. u \text{ cof. } I}{\sin. SNT}.$$

Donc

$$CT = TN \pm CN = \frac{R \sin. V \pm r \sin. u \text{ cof. } I}{\sin. SNT}.$$

D'autre part, dans le triangle KCI , l'on a

$$1 : KI (r \sin. u) :: \sin. I : CK = r \sin. u \sin. I.$$

Dans KCT , rectangle en C ,

$$1 : CT (\Delta) :: \text{tang. } CTK (L) : CK = \Delta \text{ tang. } L.$$

Dans TCS & KCT ,

$$\sin. CTS : \sin. CST :: SC : CT :: \text{tang. } CTK (L) : \text{tang. } CSK = \frac{\text{tang. } L \sin. CST}{\sin. CTS}.$$

Dans CKS , rectangle en C ,

$$SC : 1 :: CK : \text{tang. } CSK = \frac{CK}{CS} = \frac{r \sin. u \sin. I}{CS}.$$

Mais dans CSI ,

$$\sin. CSI (v) : CI :: 1 : CS = p = \frac{CI}{\sin. v}.$$

Donc

$$\text{tang. } CSK = \frac{r \sin. u \sin. I \sin. v}{CI} = \frac{r \sin. u \sin. I \sin. v}{r \sin. u \text{ cof. } I} = \text{tang. } I \sin. v.$$

Égalant les deux valeurs de $\text{tang. } CSK$, on a

$$\begin{aligned} \text{tang. } I \sin. v &= \frac{\text{tang. } L}{\sin. CTS} \sin. CST = \frac{\text{tang. } L}{\sin. CTS} \sin. (CSI \pm TSN) \\ &= \frac{\text{tang. } L}{\sin. CTS} \sin. (v \pm V) = \frac{\text{tang. } L}{\sin. CTS} (\sin. v \text{ cof. } V \pm \sin. V \text{ cof. } v), \end{aligned}$$

Donc

$$\text{tang. } I \sin. v \sin. CTS = \sin. v \text{ cof. } V \text{ tang. } L \pm \sin. V \text{ cof. } v \text{ tang. } L.$$

Donc

$$\text{tang. } I \sin. CTS = \text{cof. } V \text{ tang. } L \pm \text{cotang. } v \sin. V \text{ tang. } L.$$

Fig. 30.

Donc

$$\text{tang. } \nu = \frac{\text{fin. } V \text{ tang. } L}{\text{tang. } I \text{ fin. } CTS \pm \text{cof. } V \text{ tang. } L}.$$

Or, dans SCI ,

$$SI : 1 :: CI : \text{tang. } CSI (\nu) = \frac{CI}{SI} = \frac{r \text{ fin. } u \text{ cof. } I}{SI}.$$

& comme dans le triangle SKI ,

$$1 : r :: \text{cof. } u : SI = r \text{ cof. } u,$$

on aura

$$\text{tang. } \nu = \frac{r \text{ fin. } u \text{ cof. } I}{r \text{ cof. } u} = \text{tang. } u \text{ cof. } I;$$

d'où l'on tire finalement, en mettant pour $\text{tang. } \nu$ sa valeur,

$$\text{tang. } u = \frac{\text{fin. } V \text{ tang. } L}{\text{fin. } I \text{ fin. } CTS \pm \text{cof. } V \text{ cof. } I \text{ tang. } L}.$$

Les signes doubles ne peuvent causer aucun embarras. Puisqu'on connoît la position des nœuds, le sens du mouvement de la Comète (que la figure indiqueroit suffisamment, quand on ne le connoîtroit pas d'ailleurs), l'espèce de la latitude de la Comète, & le lieu de la Terre, on doit conclure de toutes ces connoissances, quelle est la position de la Comète relativement à la ligne des nœuds, à la Terre, & spécialement au point N . Que $I'SN'$ soit la ligne des nœuds, & le nœud ascendant, & le mouvement de la Comète direct, la latitude de la Comète sera nécessairement boréale, tant que la Comète parcourra les signes m , α , np , &c; elle sera australe, si la Comète parcourt les signes opposés. Si donc la Terre est dans les signes où la Comète doit avoir une latitude boréale, & qu'on observe la Comète par le rayon visuel $T'N'$, si la latitude de la Comète est boréale, on peut être assuré que l'Astre est en-deçà de la ligne des nœuds, entre N' & T' , comme en X . Si au contraire la Comète est observée avec une latitude australe, elle est nécessairement au-delà de la ligne des nœuds, comme en Z , & N est entre la Comète & la Terre. Quant au cas où la Terre T se trouve entre la Comète C & le point N , on n'a

n'a besoin d'aucune réflexion pour le distinguer. Voilà donc Fig. 30. trois cas, & voici les équations de tang. u , ou tangente de l'angle CSN , correspondantes à ces trois cas.

I.^{er} cas, N est entre C & T ,

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{fin. } V \text{ tang. } L}{\text{fin. } I \text{ fin. } CTS - \text{cof. } V \text{ cof. } I \text{ tang. } L}.$$

II.^e cas, T est entre C & N ,

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{fin. } V \text{ tang. } L}{\text{cof. } V \text{ cof. } I \text{ tang. } L - \text{fin. } I \text{ fin. } CTS}.$$

III.^e cas, C est entre T & N ,

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{fin. } V \text{ tang. } L}{\text{cof. } V \text{ cof. } I \text{ tang. } L + \text{fin. } I \text{ fin. } CTS}.$$

Dans ces formules, au lieu de fin. CTS , on peut toujours mettre fin. STN , ce dernier angle étant ou $= CTS$, ou son supplément à 180 degrés. Si l'angle TSN est obtus, cof. V devient négatif.

Nous avons plus haut trouvé deux valeurs de CK ; si nous les égalons, nous aurons

$$r \text{ fin. } u \text{ fin. } I = \Delta \text{ tang. } L.$$

Donc

$$\Delta = \frac{r \text{ fin. } u \text{ fin. } I}{\text{tang. } L} = \frac{R \text{ fin. } V \pm r \text{ cof. } I \text{ fin. } u}{\text{fin. } SNT}.$$

D'où enfin on tire la valeur du rayon vecteur

$$r = \frac{R \text{ fin. } V \text{ tang. } L}{\text{fin. } u \text{ fin. } I \text{ fin. } SNT \mp \text{fin. } u \text{ cof. } I \text{ tang. } L}.$$

On peut aussi parvenir à la formule suivante, & l'employer, si on la juge plus commode,

$$r = \frac{R \text{ fin. } V}{\text{cof. } I \text{ fin. } u (1 \mp \cot. L \text{ tang. } I \text{ fin. } SNT)}.$$

La duplicité des signes est relative aux trois cas mentionnés ci-dessus. Dans les deux premiers cas, il faut le signe —

Fig. 30. dans l'une & l'autre formule ; mais il faut renverser la première formule dans le second cas, & la seconde formule dans le premier ; c'est-à-dire, qu'il faut ôter la première partie du dénominateur, de la seconde. Dans le troisième cas, il faut ajouter les deux parties.

On voit qu'avec le secours des équations que nous avons parcourues, on pourroit déterminer les Δ , les p , les distances de la Comète au plan de l'Écliptique, &c ; mais nous n'avons ici besoin que des valeurs des z & des r .

On peut aussi remarquer que l'espèce de la latitude est absolument indifférente pour toutes nos équations ; ainsi les latitudes peuvent, doivent même être toutes regardées comme positives ; mais les cosinus & les tangentes des angles obtus sont toujours censés négatifs.

Pour parvenir à la détermination des vrais élémens & de la nature de l'orbite, d'après cette connoissance approchée du lieu du nœud ascendant N & de l'inclinaison I , il faut former trois hypothèses, qu'on appliquera à chacune des trois observations choisies. On supposera d'abord N & I , tels qu'on suppose qu'ils sont à peu-près ; ensuite sans toucher à I , on fera varier N de cinq ou six minutes, ou même plus, proportionnellement au doute que l'on peut avoir sur la précision de N , tel qu'on l'avoit supposé d'abord. Enfin, on rétablira N , comme dans la première supposition, & l'on fera varier I . Dans l'exemple suivant, nous faisons peu varier I & N , parce que par un essai précédent, nous étions assurés d'avoir atteint à très-peu-près leur vraie valeur.

DES COMÈTES. 387
OBSERVATION du 15 Juin.

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.	II. ^{re} HYPOTHÈSE.	III. ^{re} HYPOTHÈSE.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Lieu du Soleil <i>S</i>	84. 43. 52		
Lieu de la Terre <i>T</i>	264. 43. 52		
Lieu observé de la Comète <i>C</i>	272. 51. 49		
Latitude observée <i>L'</i>	6. 57. 15		
<i>N</i> lieu du Ω	132. 15. 37	132. 18. 37	132. 15. 37
Inclinaison <i>I</i>	1. 34. 20	1. 34. 20	1. 35. 20
<i>V'</i> , angle $T'SN' = T - N$	132. 28. 15	132. 25. 15	132. 28. 15
$ST'N' = C - T$	8. 7. 57	8. 7. 57	8. 7. 57
$SN'T' = 180^d + N - C$	39. 23. 48	39. 26. 48	39. 23. 48
Tang. <i>L'</i>	9,0862624	9,0862624	Comme
Sin. <i>V'</i>	9,8678333	9,8681800	à la
Log. du numérateur.	+8,9540957	+8,9544424	I. ^{re} Hypothèse.
Cof. <i>V'</i>	-9,8294420	-9,8290276	-9,8294420
Cof. <i>I</i>	9,9998365	9,9998365	9,9998330
Tang. <i>L'</i>	9,0862624	9,0862624	9,0862624
Log. de la 1. ^{re} p. du dén.	-8,9155409	-8,9151265	-8,9155374
Sin. <i>I</i>	8,4383368	Comme	8,4429152
sin. $ST'N'$	9,1506422	à la	9,1506422
Log. de la 2. ^e p. du dén.	+7,5889790	I. ^{re} Hypothèse.	+7,5935574
I. ^{re} partie du dénom.	-0,082326736	-0,082248226	-0,082326075
II. ^e partie.	+0,003881316	+0,003881316	+0,003922450
Dénominateur, <i>I. p</i> - <i>II. p</i>	-0,086208052	-0,086129542	-0,086248525
Log. du dénominateur.	-8,9355478	-8,9351521	-8,9357517
Log. du numérateur.	+8,9540957	+8,9544424	+8,9540957
Log. tang. de <i>u'</i>	-0,0185479	-0,0192903	-0,0183440
<i>u'</i>	133. 46. 36 $\frac{1}{4}$	133. 43. 40,6	133. 47. 25,1

Suite de l'OBSERVATION du 15 Juin.

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.	II. ^{re} HYPOTHÈSE.	III. ^{re} HYPOTHÈSE.
R'	0,0069840	0,0069840	Comme
Sin. V'	9,8678333	9,8681800	à la
Logarithme du numérateur....	9,8748173	9,8751640	I. ^{re} Hypothèse.
Cotang. L'	0,9137376	0,9137376	0,9137376
Tang. I'	8,4385003	8,4385003	8,4430822
Sin. $SN'T'$	9,8025586	9,8030197	9,8025586
Logar. d'un nombre.....	9,1547965	9,1552576	9,1593784
Ce nombre.	0,14282245	0,1429742	0,14433724
1 — ce nombre.....	0,85717755	0,8570258	0,85566276
Logar. de 1 — ce nombre...	9,9330708	9,9329939	9,9323026
Col. I'	9,9998365	9,9998365	9,9998330
Sin. u'	9,8585610	9,8589161	9,8584636
Log. du dénominateur.....	9,7914683	9,7917465	9,7905992
Log. du numérateur.	9,8748173	9,8751640	9,8748173
Log. de r'	0,0833490	0,0834175	0,0842181
r'	1,2115714	1,2117626	1,2139985

Comme nous nous sommes trouvés dans le second cas, où T est entre C & N , nous avons employé les formules convenables à ce cas,

$$\text{tang. } u' = \frac{\text{fin. } V' \text{ tang. } L'}{\text{col. } V' \text{ col. } I \text{ tang. } L' - \text{fin. } I \text{ fin. } ST'N'}$$

&

$$r' = \frac{R' \text{ fin. } V'}{\text{enf. } I \text{ fin. } u' (1 - \text{cot. } L' \text{ tang. } I \text{ fin. } SN'T')}$$

u' , comme on le voit par la figure, est compté depuis le nœud ascendant jusqu'à la Comète, selon l'ordre des signes. Si on vouloit le rapporter au nœud descendant, comme il nous sera plus commode de le faire, on auroit pour les trois hypothèses,

$$u' = -46^d 13' 23''\frac{1}{2}; \quad -46^d 16' 19''\frac{1}{4}; \quad -46^d 12' 34''\frac{9}{10}$$

OBSERVATION du 19. Août.

Nous n'entrerons point dans un aussi grand détail de calculs sur cette observation & sur la suivante ; nous nous contenterons d'en indiquer les principaux résultats. Les hypothèses sur N & sur I , sont & doivent être les mêmes qu'au 15 Juin.

	I. ^{re} HYPOTH.	II. ^e HYPOTH.	III. ^e HYPOTH.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
V'' , angle $T''SN'' = S - N$	14. 44. 42	14. 41. 42	Comme à la I. ^{re} hypothèse.
$ST''N'' = C - T$	137. 35. 33	137. 35. 33	
$SN''T'' = N - C$	27. 39. 45	27. 42. 45	
Log. du numérateur.....	8,2361998	8,2359597	
I. ^{re} partie du dénominateur.....	0,02230334	0,02230846	0,02230316
II. ^e partie.....	0,01850350	0,01850350	0,01869960
Dénom. $I.p. - II.p.$	0,00379984	0,00380496	0,00360356
Log. tang. u''	0,1890287	0,1870014	0,2120622
u''	57. 5. 35,15	56. 58. 15,5	58. 27. 49,1
Log. du num. pour r''	9,4105117	9,4090692	9,4105117
Nombre trouvé.....	0,55231589	0,55323525	0,55817378
1 — ce nombre.	0,44768411	0,44676475	0,44182622
Log. du dénominateur.	9,5748570	9,5733640	9,5756812
Log. de r''	9,8356547	9,8357052	9,8348305
r''	0,6849434	0,6850231	0,6836448

L' u'' que nous avons trouvé ou l'angle $C''SN''$ est manifestement compté depuis le nœud descendant, suivant l'ordre des signes ; si on veut le compter depuis le nœud ascendant, il faut ajouter 180 degrés à cet angle.

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.	II. ^e HYPOTHÈSE.	III. ^e HYPOTHÈSE.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
V''' , angle $T'''SN''' = S - N$.	57. 40. 53	57. 37. 53	Comme à la I. ^{re} Hypothèse.
$ST'''N''' = C - T$	120. 44. 21	120. 44. 21	
$SN'''T''' = N - C$	1. 34. 46	1. 37. 46	
Log. du numérateur.....	8,2361998	8,2359597	
I. ^{re} partie du dénominateur..	0,01089394	0,01090897	0,01089385
II. ^e partie.....	0,02358220	0,02358220	0,02383212
Dénom. I. p. — II. p.....	—0,01268826	—0,01267323	—0,01293827
Log. tang. u'''	—0,1327977	—0,1330724	—0,1243236
u'''	126. 22. 24,6	126. 21. 22,35	126. 54. 31,9
Log. du numér. pour r''' ..	9,9266391	9,9263990	9,9266391
Nombre trouvé.....	0,03711327	0,03828785	0,03750690
1 — ce nombre.....	0,96288673	0,96171215	0,96249310
Log. du dénom.....	9,8892983	9,8888648	9,8860989
Log. de r'''	0,0373408	0,0375342	0,0405402
r'''	1,0897849	1,0902704	1,0978429

Fig. 30. L' u''' ou l'angle $N'''SC'''$ part pareillement du nœud descendant, & s'ouvre jusqu'à la Comète, selon l'ordre des signes; si on vouloit le rapporter au nœud ascendant, il faudroit aussi lui ajouter 180 degrés.

On aura les angles ϕ & χ que forment les rayons vecteurs r'' & r''' avec le rayon r' , en ôtant u' de u'' & de u''' . Connoissant donc trois rayons vecteurs, & les angles qu'ils forment entr'eux, il sera facile de déterminer tous les élémens de l'orbite, par quelques-unes des formules que nous avons proposées, *Problème XII.*

Par exemple, on pourra trouver la première anomalie vraie par la formule

$$\frac{\frac{\sin. \frac{1}{2} \chi}{\sin. \frac{1}{2} \phi} (r' - r'') r''' \sin. \frac{1}{2} \chi - (r' - r''') r'' \sin. \frac{1}{2} \phi}{(r' - r''') r'' \cos. \frac{1}{2} \phi - \frac{\sin. \frac{1}{2} \chi}{\sin. \frac{1}{2} \phi} (r' - r'') r''' \cos. \frac{1}{2} \chi} = \text{tang. } v'.$$

Nous avons averti au *Problème XII*, que si au moment de la première observation, la Comète n'a pas encore passé par son périhélie, il faut changer les signes du numérateur de la formule précédente. Si la Comète est directe, il faut faire v' négative avant le passage au périhélie, & positive après ce passage; & l'on aura $v'' = v' + \phi$, $v''' = v' + \chi$. Si la Comète est rétrograde, v' sera au contraire positive avant, & négative après le passage au périhélie; les équations seront alors, $v'' = v' - \phi$, $v''' = v' - \chi$. Dans notre exemple, outre que l'on fait d'ailleurs que la Comète a été périhélie entre les observations, les v ne permettroient pas d'en douter; car autrement v''' auroit été de plus de 306 degrés; c'est-à-dire, que si la Comète n'eût pas passé par son périhélie, elle auroit passé par son aphélie dans l'intervalle des observations, ce qui est absurde.

On déterminera l'excentricité ϵ par la formule

$$\frac{r' - r''}{r'' \cos. v'' - r' \cos. v'} = \epsilon.$$

Si $\epsilon = 1$, la trajectoire sera une parabole, elle sera une hyperbole, si ϵ est plus grand que 1, ou enfin une ellipse, si ϵ est moindre que l'unité.

Le demi-paramètre p sera donné par l'équation

$$r' (1 + \epsilon \cos. v') = p.$$

Et la distance périhélie π , par

$$\frac{p}{1 + \epsilon} = \pi.$$

Le demi-grand axe sera

$$\frac{\pi}{1 - \epsilon} = A, \text{ ou } \frac{\pi^2}{2\pi - p} = A.$$

L'excentricité e , rapportée au rayon moyen de l'orbite terrestre, $Ae = e = A - \pi$.

Le demi-petit axe a

$$\frac{p}{\sqrt{1 - e^2}} = a = \sqrt{pA} = \pi a.$$

La distance aphélie α , $A + e = \alpha$.

Enfin le temps de la révolution périodique Θ ,

$$A^{\frac{3}{2}} = \Theta \text{ d'années sidérales.}$$

Nous avons trouvé par rapport à notre Comète, rapportant les u au nœud descendant.

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.			II. ^e HYPOTHÈSE.			III. ^e HYPOTHÈSE.		
	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
u'	—	46.	13. 23,25	—	46.	16. 19,4	—	46.	12. 34,9
u''	+	57.	5. 35,15	+	56.	58. 15,5	+	58.	27. 49,1
u'''	+	126.	22. 24,6	+	126.	21. 22,35	+	126.	54. 31,9
Donc $\phi = u'' - u'$		103.	18. 58,4		103.	14. 34,9		104.	40. 24,0
Et $\chi = u''' - u'$		172.	35. 47,85		172.	37. 41,75		173.	7. 6,8
Numér. pour v^*	—	0,66325239		0,66430924			0,67000481		
Dénominateur. . .		0,004604716		0,004673273			0,004457619		
Log. tang. de v' ..	—	2,1584761		2,1527491			2,1769749		
v'	—	90.	23. 52	—	90.	24. 11	—	90.	22. 52,3
+ ϕ	+	103.	18. 58,4		103.	14. 34,9		104.	40. 24
$v'' = v' + \phi$	+	12.	55. 6,4		12.	50. 23,9		14.	17. 31,7
+ χ	+	172.	35. 47,8		172.	37. 41,8		173.	7. 6,8
$v''' = v' + \chi$	+	82.	11. 55,8		82.	13. 30,8		82.	44. 14,5
Log. de ϵ		9,8915456		9,8913807			9,8981265		
$\epsilon < 1$		0,77901464		0,77871891			0,79090891		
Log. de $p, \frac{1}{2}$ param.		0,0809939		0,0810319			0,0819270		
p		1,2050191		1,20512444			1,2076108		
Log. de π		9,8308144		9,8309246			9,8288535		
π distance périhélie.		0,6773520		0,6775239			0,6743005		

* Ce numérateur devrait être positif selon la formule; mais nous changeons son signe, parce qu'au moment de la première observation, la Comète n'avoit pas encore passé son périhélie.

Avant

Avant que d'aller plus loin, il faut vérifier, d'après les élémens que nous venons d'établir, jusqu'à quel point nos hypothèses sont exactes; si elles ne nous représentent pas bien précisément la vérité, elles nous mettront du moins dans la voie d'y parvenir immédiatement, pourvu toutefois qu'elles ne s'en écartent pas trop elles-mêmes.

Nous connoissons l'intervalle de temps écoulé entre les observations; calculons quel intervalle a dû s'écouler selon nos différentes suppositions; si les intervalles calculés sont les mêmes que les intervalles observés, l'hypothèse qui nous aura fourni ces intervalles, sera la véritable. Nous avons proposé, *Problème XIII*, différentes manières de calculer les temps écoulés, soit depuis le périhélie, soit entre les observations. Si ϵ différoit peu de l'unité, ou, ce qui revient au même, si la trajectoire différoit peu de la parabole, on ne pourroit guère se dispenser d'employer une des séries que nous avons indiquées, & le calcul seroit un peu long; mais comme ici l'unité excède ϵ de 0,22, nous pouvons avec confiance employer la méthode directe exposée au même Problème, pour trouver les t ou les intervalles de temps écoulés entre le périhélie & chaque observation.

Pour le 15 Juin.

	I. ^{re} HYPOTH.	II. ^e HYPOTH.	III. ^e HYPOTH.
Tang. $\frac{1}{2} v' \sqrt{2\pi - p}..$	9,5906042	9,5909899	9,5774839
$\sqrt{p}.....$	0,0404970	0,0405160	0,0409635
Log. tang. $\frac{1}{2} \omega.....$	9,5501072	9,5504739	9,5365204
$\frac{1}{2} \omega.....$	19 ^d 32' 23",4	19 ^d 33' 18",3	18 ^d 58' 54",0
ω , anomalie excentrique.	39. 4.46,8	39. 6.36,6	37.57.48,0

Voici une autre manière de trouver l'anomalie excentrique par son cosinus; il est peut être des circonstances où elle pourra paroître préférable à la précédente.

$$\cos. \omega = \epsilon + \frac{\pi r \cos. v}{1 - \epsilon}.$$

Tome II.

D d d

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.	II. ^c HYPOTHÈSE.	III. ^c HYPOTHÈSE.
ε	0,77901464	0,77871891	0,79090891
π ι' cof. v'	-0,00274417	-0,00278405	-0,00250447
$1 - \varepsilon$			
Cof. ω	0,77627047	0,77593486	0,78840444
Son logarithme.....	9,8900131	9,8898252	9,8967490
ω	39 ^d 4' 46",7	39 ^d 6' 36",5	37 ^d 57' 48",1
ω en secondes.....	140686,7	140796,5	136668,1
Son logarithme.....	5,1482530	5,1485919	5,1356672
Logarithme constant.....	4,6855749	4,6855749	4,6855749
Log. de ω en part. du rayon.	9,8338279	9,8341668	9,8212421
Log. de ε fin. ω	9,6911618	9,6912814	9,6871128
ω en parties du rayon....	0,68206841	0,68260079	0,66258576
ε fin. ω	0,49109080	0,49122607	0,48653360
Différence.....	0,19097761	0,19137472	0,17605216
Log. de cette différence...	9,2809824	9,2818846	9,2456413
$+\log.$ de $\frac{\frac{1}{2}}{(2\pi - p)^{\frac{3}{2}}}$	2,4940943	2,4933880	2,5271952
Log. de ι'	1,7750767	1,7752726	1,7728365
ι' en jours.....	59,57674	59,60362	59,27022

Pour le 19 Août.

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.	II. ^c HYPOTHÈSE.	III. ^c HYPOTHÈSE.
On trouvera ω	4 ^d 34' 12",4	4 ^d 32' 43",66	4 ^d 54' 21",41
ω en parties du rayon.....	0,079761759	0,079333273	0,085624941
ε fin. ω	0,062069700	0,061713514	0,067638797
Différence.....	0,017692059	0,017619759	0,017986144
Log. de la différence.....	8,2477784	8,2460000	8,2549381
Log. de $\frac{\frac{1}{2}}{(2\pi - p)^{\frac{1}{2}}}$	2,4940943	2,4933880	2,5271952
Log. de ι''	0,7418727	0,7393880	0,7821333
ι'' en jours.....	5,51916	5,48767	6,05527

Pour le 2 Octobre.

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.	II. ^e HYPOTHÈSE.	III. ^e HYPOTHÈSE.
On trouvera ω	34 ^d 10' 48",9	34 ^d 13' 10"	33 ^d 29' 38"
ω en parties du rayon.....	0,59655795	0,59724205	0,58457865
ε fin. ω	0,43764909	0,43792343	0,43646160
Différence.....	0,15890886	0,15931862	0,14811705
Son logarithme.....	9,2011481	9,2022665	9,1706051
Log. de $\frac{1}{2} \frac{n \cdot \pi^3}{(2\pi - p)^{\frac{3}{2}}}$	2,4940943	2,4933880	2,5271952
Log. de t'''	1,6952424	1,6956545	1,6978003
t''' en jours.....	49,57268	49,61974	49,86552

Ayant trouvé les t , leur somme ou leur différence donnera θ' & \mathfrak{S} , c'est-à-dire, l'intervalle écoulé entre la première observation & les deux autres; puisque la Comète a été périhélie entre les deux premières observations, θ' ou le temps écoulé entre ces deux observations, sera égal à $t' + t''$, & \mathfrak{S} ou le temps écoulé entre la première & la troisième observation, sera $= t' + t'''$. On comparera ces intervalles calculés avec les intervalles observés, & l'on marquera les différences ou les erreurs des intervalles calculés.

	I. ^{re} HYPOTHÈSE.	II. ^e HYPOTHÈSE.	III. ^e HYPOTHÈSE.
t'	59,57674	59,60362	59,27022
t''	5,51916	5,48767	6,05527
$t' + t'' = \theta'$ calculé.....	65,09590	65,09129	65,32549
θ' observé.....	65,13190	65,13190	65,13190
Erreur de θ' calculé.....	— 0,03600	— 0,04061	+ 0,19359
t'	59,57674	59,60362	59,27022
t'''	49,57268	49,61974	49,86552
$t' + t''' = \mathfrak{S}$ calculé.....	109,14942	109,22336	109,13574
\mathfrak{S} observé.....	109,18073	109,18073	109,18073
Erreur de \mathfrak{S} calculé.....	— 0,03131	+ 0,04263	— 0,04499

Ddd ij

Aucune de nos hypothèses ne représente les temps calculés, tels qu'ils ont été observés; le lieu du nœud N & l'inclinaison I que nous avons supposés d'abord, n'étoient donc pas exacts. Nommons $+v$ la variation que nous avons fait subir au nœud N , & $+n$ celle dont nous avons affecté l'inclinaison I , & que le vrai lieu du nœud soit $N + x$, & la véritable inclinaison $I + y$. Considérons d'un autre côté l'effet que les variations v & n ont produit sur θ ; nommons θ' celui de la première hypothèse, $\theta' + m$ celui de la seconde, $\theta' + q$ le θ' de la troisième, & $\theta' + g$ le vrai θ' observé. Laisant pareillement le nom de \mathfrak{S} au \mathfrak{S} de la première hypothèse, appelons $\mathfrak{S} + m'$ celui de la seconde, $\mathfrak{S} + q'$ celui de la troisième, & $\mathfrak{S} + g'$ le \mathfrak{S} observé. Mettant le tout en ordre, nous aurons

$N.$	$N + v.$	$N.$	$N + x.$
$132^d 15' 37''$	$132^d 18' 37''$	$132^d 15' 37''$	$132^d 15' 37'' + x.$
$I.$	$I.$	$I + n.$	$I + y.$
$1. 34. 20$	$1. 34. 20$	$1. 35. 20$	$1. 35. 20 + y.$
$\theta'.$	$\theta' + m.$	$\theta' + q.$	$\theta' + g.$
$65,09590$	$65,09129$	$65,32549$	$65,13190.$
	$\theta' 65,09590$	$\theta' 65,09590$	$\theta' 65,09590.$
	$m = -0,00461$	$q = +0,22959$	$g = +0,03600.$
$\mathfrak{S}.$	$\mathfrak{S} + m'.$	$\mathfrak{S} + q'.$	$\mathfrak{S} + g'.$
$109,14942$	$109,22336$	$109,13574$	$109,18073.$
	$\mathfrak{S} 109,14942$	$\mathfrak{S} 109,14942$	$\mathfrak{S} 109,14942.$
	$m' = +0,07394$	$q' = -0,01368$	$g' = +0,03131.$

On peut maintenant raisonner ainsi. Si v ajouté à N a produit dans θ' & \mathfrak{S} les variations m & m' , quelles variations produira x dans ces mêmes intervalles; & si n y a produit les variations q & q' , quelles variations seront produites par y ? On aura donc quatre proportions

$$v : m :: x : \frac{mx}{v}, \quad v : m' :: x : \frac{m'x}{v},$$

$$n : q :: y : \frac{qy}{n}, \quad n : q' :: y : \frac{q'y}{n}.$$

$\frac{m x}{v}$ & $\frac{q y}{n}$ font donc les variations que x & y doivent produire dans θ' ; mais il est clair que g est la véritable variation que θ' doit subir; donc

$$\frac{m x}{v} + \frac{q y}{n} = g,$$

d'où l'on tire

$$y = \frac{g n}{q} - \frac{m n x}{q v}.$$

On aura de même

$$y = \frac{g' n}{q'} - \frac{m' n x}{q' v}.$$

De ces deux équations, il est facile de conclure la valeur de x & de y . Dans notre exemple, $v = 3' = 180''$, & $n = 1' = 60''$. Donc

$$\frac{g n}{q} = 9,40808,$$

$$\frac{m n x}{q v} = - 0,0066931 x,$$

$$\frac{g' n}{q} = - 137,32459,$$

$$\frac{m' n x}{q' v} = - 1,8016568 x.$$

Donc

$$y = 9,40808 + 0,0066931 x = - 137,32459 + 1,8016568 x.$$

Donc

$$146,73267 = 1,7949637 x.$$

Donc

$$x = \frac{146,73267}{1,7949637} = 81'',746868, \text{ \& } y = 9,955219.$$

Donc

$$N + x = 132^d 15' 37'' + 1' 22'' = 132^d 16' 59'',$$

c'est le vrai lieu du nœud, &

$$I + y = 1^d 34' 20'' + 10'' = 1^d 34' 30''.$$

c'est la véritable inclinaison de l'orbite à l'Écliptique.

Ayant trouvé la véritable position du nœud & la véritable inclinaison, on pourroit partir de ces données & recommencer le calcul; c'est même ce qu'il faudroit faire, si le nœud & l'inclinaison trouvés par le calcul, différoient beaucoup des N & des I supposés dans les trois hypothèses. Si les θ' & ϑ trouvés par ce nouveau calcul, s'accordoient avec les θ' & ϑ déduits des observations, ce seroit une preuve & de l'exactitude des calculs, & de la précision des N & I qu'ils auroient procurés; si ces θ' & ϑ calculés & observés ne s'accordoient pas, il faudroit prendre les N & I conclus des calculs pour une nouvelle première hypothèse, faire varier l'un & l'autre, moins cependant qu'on ne l'avoit fait d'abord, & recommencer toute l'opération sur trois nouvelles hypothèses. Dans le cas présent, où N & I conclus, d'après le calcul, diffèrent peu des N & I primitivement supposés, il n'est nécessaire de recommencer aucun calcul pour trouver les autres élémens; deux légères proportions suffiront pour les conclure de ceux qu'on a déjà déterminés dans les trois hypothèses. Soit un élément quelconque déjà calculé, comme u' , v' , e , p , π ; que β soit $=$ à cet élément conclu de la seconde hypothèse — le même élément conclu de la première, & γ $=$ à une semblable différence de la troisième hypothèse à la première; on pourra toujours dire, si v , variation de N de la première à la seconde hypothèse, a produit x pour véritable variation, que produira la variation β . On en dira autant de γ , par rapport aux variations n & y , & l'on aura les deux analogies suivantes,

$$v : x :: \beta : \frac{\beta x}{v}, \quad n : y :: \gamma : \frac{\gamma y}{n}.$$

Donc la correction qu'il faut appliquer aux élémens conclus de la première hypothèse, est $\frac{\beta x}{v} + \frac{\gamma y}{n} \cdot \frac{x}{v}$ & $\frac{y}{n}$ sont deux constantes, auxquelles il suffit d'appliquer les β & γ de chaque élément, pour avoir la correction compétente à chaque élément de la première hypothèse. Par exemple,

on obtiendra la correction de u' de la manière suivante,

u' de la seconde hypothèse.....	133 ^d 43' 40",6.
— u' de la première.....	133. 46. 36,75.
Reste = β	— 2. 56,15.
u' de la troisième hypothèse.....	133. 47. 25,1.
— u' de la première.....	133. 46. 36,75.
Reste = γ	+ 48,35.
<hr/>	
Log. de $\frac{x}{v}$ constant.....	+ 9,6571986.
Log. de $\beta - 176",15$	— 2,2458826.
Log. de $\frac{\beta x}{v}$	— 1,9030812.
<hr/>	
Log. de $\frac{y}{n}$ constant.....	+ 9,2198995.
Log. de γ	+ 1,6843965.
<hr/>	
Log. de $\frac{\gamma y}{n}$	+ 0,9042960.
<hr/>	

La correction de u' , ou de l'angle du rayon vecteur r' , avec la ligne des nœuds = $\frac{\beta x}{v} + \frac{\gamma y}{n}$, est donc $-80'' + 8'' = -72'' = -1' 12''$. Donc cet angle ou u' , étoit de 133^d 45' 25'', le 15 Juin.

On trouvera par une semblable opération, que $\frac{\beta x}{v} + \frac{\gamma y}{n}$ étoit

Pour l'anomalie vraie, $v' \dots = 8",6 - 9",9 = -1"$.
 Pour l'excentricité, $e \dots = -0,00013430 + 0,00197350$
 $= +0,00183920$.
 Pour le demi-param. $p \dots = +0,0000478 + 0,0004300$
 $= +0,0004778$.
 Pour la distance périh. $\pi \dots = +0,0000781 - 0,0005063$
 $= -0,0004282$.

Pour l'intervalle t' , entre la première observation & le passage au périhélie,

$$= + 0,01221 - 0,05086 = - 0,03865.$$

Appliquant donc ces corrections aux élémens de la première hypothèse, on aura tous les élémens de l'orbite de la Comète, ainsi qu'il suit :

Lieu du nœud ascendant, N	4 ^h 12 ^d 16' 59".
Inclinaison de l'orbite, I	1. 34. 30.
Angle traversé depuis le Ω , suivant l'ordre des signes, ou u'	4. 13. 45. 25.
Lieu héliocentrique sur l'orbite, le 15 Juin, $K' = N + u'$	8. 26. 2. 24.
Anomalie vraie, ou v' , le 15 Juin.....	3. 0. 23. 51.
Lieu du périhélie $= K' + v'$	11. 26. 26. 15.

Nous mettons $+$, parce que la Comète est directe, & qu'elle n'a pas encore passé par son périhélie.

Temps de la première observation....	Juin 15 ^h 47 ^m 45 ^s 6.
Temps écoulé depuis la première observation jusqu'au passage par le périhélie, ou t' ..	59,53809.
Temps du passage au périhélie.....	Août 14,01265.
Ou Août.....	14 ^h 0 ^m 18' 13".
Distance périhélie π	0,6769238.
Son logarithme.....	9,8305398.
Demi-paramètre de l'orbite.....	1,2054969.
Excentricité, e	0,7808538.
Son logarithme.....	9,8925698.
Demi-grand axe, $A = \frac{\pi}{1-e}$	3,0889149.
Distance aphélie, $a = 2A - \pi$	5,5009060.
Demi-petit axe, $a = \sqrt{A\pi} = \sqrt{Ap}$ $= \sqrt{A^2 - e^2}$	1,9296870.
Excentricité $e = Ae$	2,4119911.
Durée de la révolution $\Theta = A^{\frac{3}{2}}$	5,4288625.
Ou.....	5 ans 157 jours.
Sens du mouvement.....	Direct.

Remarques

Remarques sur le Problème précédent.

CE Problème nous paroît présenter une méthode assez simple pour calculer les trajectoires elliptiques des Comètes; nous l'avons plusieurs fois employée, & nous reconnoissons volontiers que nous nous sommes donné une peine assez inutile, quant à la plupart des Comètes que nous avons calculées par cette voie. Nous pensons, comme nous l'avons déjà dit, qu'on ne doit calculer dans l'ellipse que les Comètes, dont une orbite parabolique ne peut représenter les mouvemens d'une manière satisfaisante, telle étoit la Comète de 1770, ou celles dont la révolution périodique est connue, comme celle de 1759. M. Lexell est plus indulgent que nous; il distingue les Comètes en trois classes; 1.^o celles dont la distance périhélie excède considérablement l'unité; 2.^o celles dont la distance périhélie n'est guère plus grande que 1, & n'est pas plus petite que 0,33, ou 0,25; 3.^o celles dont la distance périhélie est moindre que 0,33, ou même que 0,25. Les premières, telles que celles de 1729 & 1747, ne parcourent qu'une très-petite partie de leur orbite, durant le temps de leur apparition, il n'est pas possible d'en conclure la nature de cette orbite. Les troisièmes, telles que celles de 1680, 1744 & 1769, passent fort près du Soleil, leur excentricité est extrêmement grande par rapport à leur distance périhélie, la plus légère erreur dans les observations en occasionne une très-sensible sur l'excentricité, & sur la forme de l'orbite. M. Lexell a cependant essayé de calculer la durée de la révolution de la Comète de 1769, il croit qu'on peut la borner à cinq cents dix-neuf ans au plus, à quatre cents quarante-neuf ans au moins; nos calculs nous l'ont donnée de douze cents trente-un ans; nous croyons devoir nous en tenir au doute général que M. Lexell nous a inspiré sur toutes les Comètes de la troisième classe. Quant à celles de la deuxième classe, il permet de les calculer dans l'ellipse, pourvu toutefois que pendant la durée de leur apparition, elles aient parcouru une partie suffisamment grande de leur

*Acad. de Pétersb.
1778, Part. 1.*

orbite; la Comète de 1773 a paru durant plus de six mois; mais pendant ce long intervalle, elle n'a parcouru que 68 degrés d'anomalie vraie, c'est trop peu pour que l'on puisse répondre avec quelque confiance, de l'orbite elliptique que nous lui avons assignée. Par *orbite elliptique*, nous entendons ici l'orbite entière & complète; le Problème précédent suffira toujours pour déterminer avec assez de précision les principaux élémens de l'orbite, indépendamment de sa nature, tels que le lieu du nœud, celui du périhélie, l'inclinaison, la distance périhélie, &c, mais il n'en sera pas de même de l'excentricité, de la grandeur des axes & de la durée de la révolution; la plus légère erreur dans les observations en occasionnera une sur l'excentricité; celle-ci sera légère, il est vrai, mais l'erreur qu'elle produira sur la longueur des axes & sur la durée de la révolution sera considérable, & d'autant plus grande que l'excentricité se différenciera moins de l'unité. Nous en avons eu une preuve bien frappante par rapport à la Comète de 1759. Nous avons tenté de calculer l'orbite elliptique de cette Comète, sur les observations faites par M. Messier, le 27 Janvier, le 31 Mars (1.^{er} Avril matin) & le 3 Juin; le résultat a été que la Comète parcourait son orbite en cinquante-quatre ans & deux mois. Soupçonnant que ce résultat singulier pouvoit être occasionné par quelque erreur dans les observations, nous avons substitué successivement le 3 Février au 27 Janvier, le 13 Avril & le 1.^{er} Mai au 31 Mars, & le 28 Mai au 3 Juin; la révolution calculée ne s'est trouvée que de cinquante-trois ans & demi, cinquante-quatre ans & demi, soixante-un ans & deux tiers, & enfin de cinquante-six ans & demi. Voulant nous assurer d'où pouvoit provenir une différence aussi énorme, entre la durée calculée de la révolution & sa durée réelle, nous avons calculé sur la seconde orbite de l'Abbé de la Caille, les longitudes & les latitudes de la Comète, pour le 27 Janvier, le 31 Mars & le 3 Juin. La longitude ainsi calculée excédoit la longitude observée le 27 Janvier, de 7' 53", le 31 Mars de 2' 54", & le 3 Juin de 5' 4". La latitude calculée étoit, le 27 Janvier, moins boréale que

l'observée de $1' 11''$, le 31 Mars, elle étoit plus boréale de $3' 4''$, & le 3 Juin, elle étoit plus australe de $10''$ seulement. Partant de ces lieux calculés de la Comète, comme s'ils avoient été réellement observés, nous avons calculé de nouveau l'orbite de la Comète, & nous avons trouvé la durée de la révolution de 76,89937 ans; suivant Clairaut, il falloit la supposer de 76,85147; la différence n'est pas de dix-sept jours & demi. L'erreur des observations étoit, il est vrai, un peu sensible, mais non pas énorme. Or, si de telles erreurs ont pu en causer une de plus de vingt-deux ans & demi sur la durée de la révolution d'une Comète, dont la période n'est pas de soixante-dix-sept ans, quelles énormes erreurs ne doit-on pas craindre, lorsque d'après des observations, moins imparfaites sans doute, mais cependant imparfaites, on veut conclure la révolution périodique d'une Comète dont l'excentricité est presque immense? Nous n'avons pas entrepris de calculer la révolution de la Comète de 1759, sur les observations faites depuis le 31 Mars jusqu'au 3 Juin; durant cet intervalle, la Comète n'a parcouru que 57 à 58 degrés d'anomalie vraie; c'est trop peu pour pouvoir établir sur ces observations la durée de sa révolution périodique.

On peut faire une autre remarque sur le Problème précédent; c'est qu'il est des cas où il est insoluble, il en est un autre défavorable, il en est enfin qui simplifient beaucoup le calcul.

Les cas insolubles sont lorsque $I = 0$, ou lorsque la Terre, au moment d'une des trois observations, se trouve précisément dans la ligne des nœuds. Alors les angles STN & SNT sont $= 0$, & l'angle TSN , ou $V = 180^\circ$, ou 0 , & les numérateurs de nos formules pour trouver u & r se réduisent tous à 0. Fig. 30.

Le cas défavorable est celui où la Terre se trouveroit fort voisine de la ligne des nœuds; le triangle TSN auroit alors au moins un angle extrêmement aigu, les erreurs les plus légères de l'observation agiroient fortement sur cet angle, & l'erreur des résultats pourroit devenir très-considérable.

On ne connoît aucune Comète qui ait parcouru exactement

Fig. 30. l'Écliptique ; une telle Comète n'auroit ni nœuds ni inclination, il ne seroit pas possible de lui appliquer la pratique du Problème précédent. Quant aux inconvéniens qui résulteroient de la coïncidence du lieu de la Terre avec la ligne des nœuds, ou de sa trop grande proximité à cette ligne, il est facile de les prévenir. Puisque l'on est supposé connoître à peu-près la position de la ligne des nœuds, il faut choisir tellement les observations, qu'au moment de chacune d'elle la Terre soit de 5 à 6 degrés au moins éloignée de cette ligne.

Si l'on observe la Comète sans aucune latitude, ou dans l'Écliptique même, le point N se confond avec les points C & K , l'angle $u = 0$, & le rayon vecteur r devient $= \frac{R \sin. STC}{\sin. TNS}$; l'angle $TNS = TCS$ est connu, puisqu'on connoît l'angle $TSN = TSC = V$ par supposition, & l'angle $STN = STC = \zeta$ par observation.

Si la longitude géocentrique observée de la Comète est la même que la longitude héliocentrique supposée du nœud, les lignes CT & SN sont parallèles, l'angle TNS est nul, les angles STN & TSN ou V sont supplémens l'un de l'autre, & l'on a $\text{tang. } u = \frac{\text{tang. } V}{\text{cof. } I} + \frac{\text{tang. } L}{\sin. I}$, & $r = \frac{R \sin. V}{\text{cof. } I \sin. u}$]

Enfin, si l'on observe la Comète en conjonction ou en opposition avec le Soleil, le sinus de STN devient $= 0$, la tangente de l'angle $u = \frac{\text{tang. } V}{\text{cof. } I}$, &

$$r = \frac{R \sin. V \text{ tang. } L}{\sin. u \text{ cof. } I \text{ tang. } L \pm \sin. u \sin. V \sin. I}^2$$

ou

$$\frac{R \sin. V}{\text{cof. } I \sin. u (1 \pm \cotang. L \text{ tang. } I \sin. V)}.$$

La duplicité des signes est relative aux trois cas que nous avons distingués au commencement de ce Problème.

PROBLÈME XX.

Lorsque l'on attend le retour d'une Comète, déterminer d'après une ou deux observations, si une Comète qui paroît est celle que l'on attend.

ON connoît sans doute les élémens de l'orbite de la Comète que l'on attend; il faut avancer le lieu du nœud & celui du périhélie de la quantité dont les équinoxes ont dû rétrograder sur les Étoiles fixes depuis la dernière apparition. On peut aussi, si la Comète est directe, ajouter au lieu de son périhélie, & retrancher de celui de son nœud, ou faire le contraire, si le cours de la Comète est rétrograde; vu que le mouvement du périhélie d'une Comète directe est direct, & celui de son nœud rétrograde, au lieu que celui du périhélie d'une Comète rétrograde est rétrograde, & celui de son nœud direct.

Une Comète est observée; supposons que ce soit celle que l'on attend, donc nous connoissons la position de ses nœuds & l'inclinaison de son orbite. Par le moyen de ces deux élémens, & d'une des formules proposées au Problème précédent, déterminons son angle u , c'est-à-dire, l'angle de son rayon vecteur avec la ligne des nœuds. Soit U l'angle de la ligne des nœuds avec l'axe de la trajectoire, ou la distance du nœud ascendant au périhélie, on aura toujours l'anomalie vraie $v = U \pm u$; la figure qu'on aura faite ne laissera aucun motif de doute sur le signe qu'il faudra choisir. Connoissant l'anomalie vraie v , on calculera par le *Problème I*, la longitude & la latitude héliocentriques de la Comète; son rayon vecteur, par le *Problème II*; sa longitude & sa latitude géocentriques, par le *Problème III*. Si la longitude ou la latitude, ainsi calculée, s'écarte de plus de trois ou quatre degrés de la longitude ou de la latitude observée, la Comète qui paroît n'est pas celle que l'on attend. Si la différence entre les longitudes ou les latitudes calculées & observées, n'est que de trois ou quatre degrés, ou même encore

moindre, la Comète observée pourroit bien être la Comète attendue; la différence des résultats des calculs dans la parabole, tels qu'on les a employés, & des calculs dans l'ellipse, pouvant s'étendre à un ou deux degrés, & d'ailleurs la perturbation que les élémens de l'orbite ont pu éprouver, dans le cours de la révolution qui finit, pouvant aussi être appréciée à deux ou trois degrés; mais quand la différence entre le calcul & l'observation seroit absolument nulle, il ne faudroit pas conclure définitivement que la Comète qui paroît est celle dont on attend le retour, deux Comètes très-différentes pouvant être observées au même instant dans la même partie du ciel. Nous avons acquis, il est vrai, une forte présomption de l'identité des deux Comètes; pour convertir cette présomption en certitude, convertissons d'abord en jours l'anomalie vraie que nous avons déterminée; nous en concluons le temps du passage de la Comète en son périhélie; c'est l'unique élément qui nous manquoit pour connoître parfaitement la situation de son orbite, dans l'hypothèse qu'elle ne diffère pas de celle dont on attend le retour. Cela fait, attendons une seconde observation, calculons sur nos élémens le lieu de la Comète au moment de cette seconde observation; si la différence entre le lieu calculé & le lieu observé est à quelques minutes près la même qu'au moment de la première observation, tout doute sera levé; la Comète qui paroît est décidément la même que celle qu'on attendoit.

P R E M I E R E X E M P L E.

PLUSIEURS attendoient, dès l'an 1757, le retour de la Comète de 1682; on découvre, en effet, le 16 Septembre, à 14^h 50', une Comète en 3^f 14^d 7', avec une latitude boréale de 9^d 38'; étoit-ce la Comète de 1682?

Je suppose que vers 1757, le nœud ascendant de la Comète de 1682, pouvoit être en 1^f 20^d 49' 30", & son périhélie en 10^f 2^d 53' 30"; donc la distance du nœud au périhélie $N - P = 107^d 56' = U$. Le lieu du Soleil étoit en 5^f 24^d 18' 10"; donc celui de la Terre T , en 11^f 24^d 18' 10".

Donc la distance du Soleil à la Comète $= S - C = 70^d 11' 10''$; enfin, la distance du nœud ascendant à la Terre $= N - T = 56^d 31' 20'' = V$.

Je fais une figure (*fig. 31*), la ligne des nœuds passe par $1^f 20^d 49' 30''$, & par le point opposé $7^f 20^d 49' 30''$, le Fig. 31.
 signe du nœud ascendant Ω est marqué du côté de $1^f 20^d 49' 30''$. Le périhélie est placé vers $10^f 3^d$, à une distance du Soleil convenable aux observations de 1682; la Terre T est en $11^f 24^d 18' 10''$; l'angle STN ou STC est de $70^d 11' 10''$, conformément à l'observation, c'est l'angle d'élongation de la Comète; il s'ouvre à l'occident du Soleil, la Comète ayant été observée plus occidentale que le Soleil. Le cours de la Comète de 1682, étoit rétrograde; donc sa latitude est boréale, lorsqu'après avoir traversé la ligne des nœuds du côté de Ω , elle parcourt les signes du Taureau, du Bélier, des Poissons, &c. c'est-à-dire, toute la partie de son orbite qui est au-dessous de la ligne des nœuds sur notre figure. La latitude de la Comète observée étoit boréale, il faut donc la placer au-dessous de la ligne des nœuds, entre T & N , & la formule pour trouver l'angle $u = CSN$ pris sur l'orbite de la Comète, fera

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{fin. } V \text{ tang. } L}{\text{fin. } I \text{ fin. } CTS + \text{cof. } V \text{ cof. } I \text{ tang. } L}.$$

L'angle $V = TSN = N - T$ est de $56^d 31' 20''$.

Log. de fin. V tang. L 9,1509915.

Sin. I fin. CTS 0,2860332.

Cof. V cof. I tang. L 0,0891963.

Dénominateur..... 0,3752295.

Son logarithme..... 9,5742969.

Log. tang. u 9,5766946.

u $20^d 40' 19''$.

$N - P = U$ 107. 56. 0.

Différence $= v$ 87. 15. 41.

Nous prenons la différence de $N - P$ & de u , parce

Fig. 31. qu'il est clair, à la seule inspection de la figure, que l'angle $CSP = v$ est la différence des angles $U = NSP = N - P$, & $NSC = u$.

Après avoir ainsi déterminé l'anomalie vraie que devoit avoir la Comète de 1757, le 16 Septembre, si elle étoit la même que celle de 1682, il faut d'après cette anomalie vraie, les lieux du nœud & du périhélie déterminés ci-dessus, l'inclinaison & la distance périhélie déterminés en 1682, calculer la longitude & la latitude de la Comète. On n'a pas besoin de connoître le temps du passage au périhélie; cet élément ne sert qu'à trouver l'anomalie vraie, & nous l'avons déjà. Calcul fait, suivant la marche des *Problèmes I, II & III*, on trouve que la longitude devoit être de $3^{\circ} 4^{\prime} 29'' 45''$, & la latitude de $9^{\circ} 37' 28''$. La différence entre le calcul & l'observation, n'est que de $32''$ quant à la latitude; mais la longitude calculée diffère de $9^{\circ} 37' 15''$ de la longitude observée, c'est trop, la Comète de 1757 n'étoit pas celle de 1682. Si cependant quelqu'un se persuadoit que l'erreur du calcul parabolique substitué au calcul elliptique, jointe à celle qu'occasionneroit l'altération des élémens pendant le cours d'une révolution, pourroit monter à plus de 9 degrés & demi, il lui faudroit une seconde observation pour détruire son doute. Il trouveroit dans la *Table générale du mouvement des Comètes*, que $87^{\text{d}} 15' 41''$ d'anomalie vraie répondent à 102,0575 jours; au logarithme de 102,0575, il ajouteroit la moitié du triple du logarithme de la distance périhélie de la Comète de 1682, & il auroit le logarithme de 45,4767 jours qui devoient s'écouler depuis l'observation du 16 Septembre jusqu'au passage par le périhélie, qui auroit eu lieu en Novembre 1,0947 jours. Calculant d'après cela le lieu de la Comète au moment de la seconde observation, il trouveroit que le calcul fait parcourir à la Comète une route presque directement opposée à celle qu'elle a réellement parcourue; donc les élémens qu'on a supposés ne sont pas les vrais élémens de son orbite; donc on ne peut reconnoître ici un retour de la Comète de 1682.

SECOND

II.^e E X E M P L E.

LE 21 Août 1758, on découvrit une autre Comète en Fig. 31.
 $0^{\text{h}} 22^{\text{d}} 5' 18''$, avec une latitude boréale de $4^{\text{d}} 9' 39''$, le
 Soleil étant en $4^{\text{h}} 28^{\text{d}} 50' 30''$. Si sur la figure on place la
 Terre en t , en $10^{\text{h}} 28^{\text{d}} 50' 30''$, & que l'on tire la ligne tc ,
 qui fasse avec le rayon St , un angle de $126^{\text{d}} 45' 12''$, égal
 à l'élongation observée de la Comète, il est clair que le lieu
 de la Comète est nécessairement sur la ligne tc . Or la trajec-
 toire $\Omega P \vartheta$ de la Comète de 1682 ne coupe point cette
 ligne; donc sans aucun calcul ultérieur, on est assuré que la
 Comète de 1758 ne peut être la même que celle de 1682.
 Si cependant on desiroit savoir quel seroit le succès du calcul,
 on commenceroit par remarquer que t se trouve ici entre c
 & n ; donc la formule à employer pour trouver u , seroit

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{fin. } V \text{ tang. } L}{\text{cof. } V \text{ cof. } l \text{ tang. } L - \text{fin. } l \text{ fin. } c \text{ } S}$$

V ou l'angle tSn est ici de $98^{\text{d}} 1'$; $\text{cof. } V$ sera donc négatif.
 On trouvera u ou cSn de $164^{\text{d}} 7' 20''$, donc v ou cSP
 de $92^{\text{d}} 3' 20''$. Cette anomalie vraie, combinée avec les
 élémens de l'orbite de la Comète de 1682, donnera 84^{d}
 $15' 35''$ pour longitude de la Comète, le 21 Août 1758,
 & la longitude observée n'étoit que de $22^{\text{d}} 5' 18''$, la diffé-
 rence excède 62 degrés; donc la Comète de 1758, n'étoit
 pas celle qu'on attendoit.

III.^e E X E M P L E.

ENFIN, on observa une troisième Comète au mois de
 Janvier suivant; le 27 Janvier 1759, elle fut observée en
 $11^{\text{h}} 21^{\text{d}} 8' 7''$, avec une latitude boréale de $5^{\text{d}} 0' 7''$. On
 demande si c'étoit le retour de la Comète de 1682? Le
 Soleil étoit en $10^{\text{h}} 7^{\text{d}} 40' 28''$.

Soit (fig. 32) la Terre T en $4^{\text{h}} 7^{\text{d}} 40' 28''$, à l'opposite Fig. 32.
 du Soleil; la ligne TNC faisant avec TS du côté de l'orient
 l'angle STC de $43^{\text{d}} 27' 39''$ égal à l'élongation observée
 de la Comète, ou à $C - S$. Puisque la Comète a une

Fig. 32. latitude boréale, il faut la placer dans la partie où les latitudes sont boréales, c'est-à-dire, comme nous l'avons remarqué plus haut, au-dessous de la ligne des nœuds sur notre figure, comme en *C*. Donc *N* sera entre *C* & *T*, & nous aurons pour formule,

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{fin. } V \text{ tang. } L}{\text{fin. } I \text{ fin. } CTS - \text{cof. } V \text{ cof. } I \text{ tang. } L} \cdot$$

V = *T* — *N* fera ici de 76^d 50' 58".

Log. fin. <i>V</i> tang. <i>L</i>	8,9305656.
Sin. <i>I</i> fin. <i>CTS</i>	0,2091318.
— cof. <i>V</i> cof. <i>I</i> tang. <i>L</i>	0,0189816.
Dénominateur.....	0,1901502.
Son Logarithme.....	9,2790968.
Log. tang. <i>u</i>	9,6514688.
<i>u</i>	24 ^d 8' 30".
88 — <i>P</i>	107. 56. 0.
<i>v</i>	83. 47. 30.

Cette anomalie vraie, jointe au lieu du nœud, à l'inclinaison, au lieu du périhélie, & à la distance périhélie de la Comète de 1682, donnera pour longitude de la Comète au moment de l'observation du 27 Janvier, 11^f 19^d 3' 8"; elle a été observée en 11^f 21^d 8' 7"; la différence n'est guère que de 2 degrés, & l'on peut même remarquer qu'ayant calculé ce lieu de la Comète dans une orbite parabolique, nous devons le trouver moins avancé que si nous l'eussions calculé dans une orbite elliptique. La latitude calculée est de 4^d 48' 28", l'observée de 5^d 0' 7"; la différence ne va pas à 12 minutes. L'on pouvoit donc présumer que la Comète observée, le 27 Janvier 1759, étoit la même que celle qui avoit paru en 1682; cela n'étoit cependant pas rigoureusement certain, deux Comètes différentes pouvant être observées le même jour, à la même heure, au même lieu du ciel. Il falloit donc, pour lever toute espèce de doute, attendre une

seconde observation, & en attendant calculer, d'après l'anomalie vraie déterminée, le temps du passage de la Comète par son périhélie. Le calcul donne ce passage en Mars 9,96657 jours; la Comète fut observée les jours suivans; le 3,33648 de Février, elle étoit en $11^{\text{h}} 18^{\text{d}} 38' 5''$, avec une latitude boréale de $5^{\text{d}} 27' 28''$; le calcul donne la longitude en $11^{\text{h}} 16^{\text{d}} 31' 7''$, & la latitude de $5^{\text{d}} 19' 32''$. Les différences entre le calcul & l'observation sont presque les mêmes qu'au 27 Janvier, & dans le même sens, quoiqu'il y ait sept jours d'intervalle entre les observations. On pouvoit donc dès-lors décider bien affirmativement que la Comète qui paroissoit n'étoit autre que celle de 1682, qui venoit terminer sa révolution.

Le temps du passage de la Comète par son périhélie, tel que nous l'avons déterminé, diffère de plus de deux jours & demi de celui qu'on a conclu des observations postérieures, ce qui ne doit pas surprendre, notre méthode de calcul supposant l'orbite parabolique, tandis qu'elle est elliptique. On pourroit obtenir un résultat plus approché de la vérité par la méthode suivante.

On connoît à très-peu-près le temps du passage au périhélie, donc on connoît pareillement à très-peu-près la durée de la révolution qui finit; on aura le demi-grand axe A , puis l'excentricité ϵ , ensuite la distance périhélie π , enfin le demi-paramètre p par les formules suivantes, après avoir préalablement déterminé le rayon vecteur r , par une des formules du *Problème XIX*.

$$r = \frac{R \sin. V}{\cos. I \sin. u (\cot. L \tan. I \sin. SNT - 1)}$$

$$A = \Theta^{\frac{2}{3}},$$

$$\epsilon = -\frac{r \cos. v}{2A} \pm \sqrt{1 - \frac{r}{A} + \frac{r^2 \cos.^2 v}{4AA}},$$

$$\pi = A - \epsilon A = \frac{r + \epsilon r \cos. v}{1 + \epsilon};$$

$$p = \pi + \epsilon \pi.$$

Fff ij

On ne peut jamais balancer sur la double valeur de ϵ ; 1.^o ϵ ne peut être négatif; 2.^o on connoît la valeur d' ϵ en 1682, elle doit être à peu-près la même en 1759. Ces élémens déterminés, on calculera t par une des méthodes du *Problème XIII*; mais avec toute cette précision, on ne pourra encore parvenir qu'à un *à-peu-près*, si l'on ignore l'effet des perturbations que la Comète a pu éprouver sur son inclinaison, sur le lieu de son nœud, sur l'angle U de la ligne des nœuds avec celle des apfides.

P R O B L È M E X X I.

Deux distances de la Comète à la Terre étant données au moment de deux observations, déterminer l'orbite parabolique.

SUPPOSONS qu'on ait de la Comète de 1769, les deux observations suivantes.

	<i>S.</i>			<i>R.</i>	<i>C.</i>			<i>L.</i>		
<i>Jours.</i>	<i>D.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>		<i>D.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>D.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>
Août 21, 54506	149.	7.	43	0,0046650	47.	1.	45	—	5.	53.53
Déc. 1, 24116	249.	54.	53	9,9935568	276.	0.	30	+	23.	28.41

Pour les R , nous mettons toujours leurs logarithmes; les C & les L sont corrigés de l'aberration.

Fig. 25. Soit (*fig. 25*) S le Soleil; T' le lieu de la Terre, au 21 Août; K' le lieu de la Comète dans son orbite, relevé par conséquent au-dessus, ou abaissé au-dessous du plan de l'Écliptique; C' le même lieu projeté sur le plan de l'Écliptique. Soit aussi T'' le lieu de la Terre; K'' celui de la Comète en son orbite; C'' le même réduit à l'Écliptique, au 1.^{er} Décembre. Si l'on tire des rayons qui joignent les T ,

les K , les C & S , on aura comme deux groupes de triangles, dans lesquels on connoîtra, par observation, les angles d'élongation $= \zeta$, dont le premier $ST'C'$ est ouvert à l'occident du Soleil, parce que la Comète, le 21 Août, étoit à l'occident du Soleil; le second au contraire est ouvert à l'orient du Soleil, vu que le 1.^{er} Décembre, la Comète a été observée plus orientale que le Soleil. On connoît aussi les angles $CTK = L$, par observation, & les Tables du Soleil donnent les rayons $ST = R$. Nous avons vu au *Problème XI*, que si l'on donne une seule des inconnues dans chaque groupe de triangles, on en conclut toutes les autres. Nous supposons ici que c'est la distance accourcie $TC = \Delta$ qui est donnée de part & d'autre. Nous la supposons 0,66078, le 21 Août, & 1,9878, le 1.^{er} Décembre.

Dans les triangles CTS , on connoît donc le côté CT , supposé donné, le côté $ST = R$ & l'angle $CTS = \zeta$; on calculera les deux autres angles; on les trouvera dans notre exemple, pour le 21 Août,

$$C'ST' = 29^{\text{d}} 20' 36'',$$

$$T'C'S = 48. 23. 26.$$

Et pour le 1.^{er} Décembre,

$$C''ST'' = 132^{\text{d}} 27' 22'',$$

$$T''C''S = 21. 27. 1.$$

Les angles CST sont ceux que nous avons appelé, de *commutation*; nous les désignerons par la lettre η .

On aura les latitudes héliocentriques λ , par l'analogie ordinaire,

$$\sin. \zeta : \sin. \eta :: \text{tang. } L : \text{tang. } \lambda.$$

Le calcul donnera

$$\lambda' = - 2^{\text{d}} 57' 50''.$$

$$\lambda'' = + 36. 4. 37.$$

Les deux angles de commutation comparés avec le lieu de la Terre, donneront les longitudes héliocentriques C de

Fig. 25. la Comète ; l'inspection seule de la figure suffira pour déterminer si la Comète précède ou fuit la Terre. Au 21 Août, l'on voit que la Comète vue du Soleil, étoit plus orientale que la Terre ; donc

Au lieu de la Terre..... $329^{\text{d}} \ 7' \ 43''$.

Ajoutez l'angle $C'ST' = \nu'$ $29. \ 20. \ 36.$

Longitude héliocent. de la Comète = C' .. $358. \ 28. \ 19.$

Au contraire, le 1.^{er} Décembre, la Comète précédoit la Terre ; donc

Du lieu de la Terre..... $69^{\text{d}} \ 54' \ 53''$.

Otez l'angle $C''ST'' = \nu''$ $132. \ 27. \ 22.$

Longitude héliocentr. de la Comète = C'' . $297. \ 27. \ 31.$

La différence des deux longitudes héliocentriques donnera le mouvement de la Comète (réduit à l'Écliptique) depuis le 21 Août jusqu'au 1.^{er} Décembre ; mais cette différence peut être prise en deux sens différens, ou, ce qui revient au même, ce mouvement peut avoir eu deux directions différentes. De $C' \ 11^{\text{f}} \ 28^{\text{d}} \ 28' \ 19''$, la Comète peut avoir été à $C'' \ 9^{\text{f}} \ 27^{\text{d}} \ 27' \ 31''$, en parcourant par un mouvement rétrograde les Poissons & le Verseau ; alors son mouvement héliocentrique, du 21 Août au 1.^{er} Décembre, n'aura été que de $61^{\text{d}} \ 0' \ 48''$; mais elle peut aussi avoir été de C' en C'' en parcourant par un mouvement direct les dix autres signes du Zodiaque, & alors son mouvement aura été de $298^{\text{d}} \ 59' \ 12''$. Je ne pense pas que dans la pratique on puisse être embarrassé sur le choix. Dans notre exemple, la Comète en C' & en C'' , ou plutôt en K' & en K'' , n'étoit guère plus éloignée du Soleil que la Terre ; or à cette distance, il n'est pas possible qu'en plus de trois mois, elle n'ait parcouru que 61 degrés autour du Soleil. Nous faisons ici abstraction des observations intermédiaires ; elles confirmeront, sans aucun calcul, que la Comète, depuis le 21 Août, s'est approchée du Soleil, & que par conséquent elle en a fait le tour du côté

des signes du Lion & de la Vierge. Établifſons donc que le mouvement héliocentrique m de la Comète, rapporté à l'Écliptique, a été de $298^{\text{d}} 59' 12''$ ſuivant l'ordre des ſignes.

Soit P (*fig. 26*) le pôle boréal de l'Écliptique $C'XYC''$; *Fig. 26.*
 C' & C'' les deux lieux de la Comète réduits à l'Écliptique;
 PK' , PK'' deux cercles de latitude paſſant par les lieux C' ,
 C'' de la Comète; $C'K'$ égal à la première latitude λ' de la
 Comète, & pris au-delà de l'Écliptique, parce que cette
 première latitude eſt australe; $C''K''$ égal à la ſeconde lati-
 tude λ'' , & pris entre l'Écliptique & le Pôle, λ'' étant boréale;
 K' & K'' ſeront donc les vrais lieux de la Comète dans ſon
 orbite, & l'arc de grand cercle $K'K''$, qui joint ces deux
 lieux, repréſentera ou le vrai mouvement ϕ de la Comète
 dans ſon orbite, ou, comme dans notre exemple, le ſupplé-
 ment de ce même mouvement à 360 degrés. Cet arc de
 cercle $K'K''$, prolongé, s'il eſt néceſſaire, coupera l'Écliptique
 au point N , qui ſera un des nœuds de l'orbite.

Dans le triangle $K'PK''$, on connoît les deux diſtances
 de la Comète au Pôle $PK' = 92^{\text{d}} 57' 50''$, & $PK'' =$
 $53^{\text{d}} 55' 23''$, & l'angle compris $P = MN = m$ mouve-
 ment héliocentrique de la Comète ſur l'Écliptique, ou ſon
 ſupplément à 360 degrés. Ici $m = 298^{\text{d}} 59' 12''$; donc
 l'angle P , ſon ſupplément, eſt de $61^{\text{d}} 0' 48''$. On calculera le
 côté $K'K''$, & l'un des angles ſur ce côté, comme ici $PK'K''$;
 on trouvera cet angle de $49^{\text{d}} 17' 21''$, & le côté $K'K''$ de
 $68^{\text{d}} 51' 24''$. Puisque $C'C''$ n'eſt pas le mouvement même
 de la Comète ſur l'Écliptique, mais ſon ſupplément à 360
 degrés, il eſt clair que l'arc $K'K''$ n'exprimera pas non plus
 le vrai mouvement de la Comète ſur ſon orbite, mais ſon
 ſupplément à 360 degrés. Donc le vrai mouvement ϕ de la
 Comète ſur ſon orbite a été de $291^{\text{d}} 8' 36''$.

Dans le triangle $C'NK'$, rectangle en C' , on connoît
 l'angle K' , qu'on vient de trouver de $49^{\text{d}} 17' 21''$, & le
 côté $C'K' = \lambda' = 2^{\text{d}} 57' 50''$; on calculera l'angle $C'NK'$,
 le côté NK' , & le côté $C'N$. L'angle $C'NK'$ eſt l'inclinaifon
 de l'orbite ſur l'Écliptique, on la trouvera de $40^{\text{d}} 45' 10''$.

Fig. 26. Le côté $C'N$ est la différence entre le premier lieu héliocentrique C' de la Comète & le nœud le plus voisin, il est ici de $3^d 26' 19''$; puisque sur la figure l'ordre des signes est $C'XYC''C'$, on voit que N précède C' .

Donc de C' $358^d 28' 19''$.

Otez..... $3. 26. 19.$

Il reste le lieu du nœud $N =$ $355. 2. 0.$

Ajoutez à ce lieu le côté $NK' = 4^d 32' 18''$, & vous aurez la longitude du point K' , ou la longitude K' de la Comète comptée sur l'orbite même de la Comète $= 359^d 34' 18''$. On auroit de même K'' , en ajoutant à K' le mouvement de la Comète sur son orbite; $K'' = K' + \varphi = 359^d 34' 18'' + 291^d 8' 36'' = 290^d 42' 54''$. On conçoit que si N étoit plus oriental que K' , la longitude K' seroit $=$ longitude $N - NK'$, & que si la Comète étoit rétrograde, K'' seroit $= K' - \varphi$.

Il faut maintenant déterminer quel est le nœud qu'on vient de trouver; pour cela remarquons que le sens du mouvement de la Comète étant $C'XYC''C'$, il est clair qu'au point N la Comète passe de la partie boréale de l'Écliptique à la partie australe; donc le nœud N est le nœud descendant; donc le nœud ascendant est en $175^d 2' 0''$, ou en $5^h 25^d 2' 0''$. Tout ce qui précède est indépendant de la nature de la courbe; ce qui suit est restreint à la parabole.

Nous avons trouvé le lieu du nœud & l'inclinaison, sans le secours des rayons vecteurs; mais ils nous deviennent nécessaires pour déterminer les autres élémens de l'orbite. On peut trouver, dans toute courbe, les r par la formule

$$r = \frac{R \sin. CTS}{\sin. TCS \cos. \lambda} \text{ (fig. 25), ou } r = \frac{\Delta \sin. CTS}{\sin. CST \cos. \lambda}. \text{ Par}$$

la première formule, nous avons trouvé le logarithme de $r' = 0,1206503$, & celui de $r'' = 0,1661998$. L'angle φ formé par les deux r est connu, c'est le mouvement de la Comète sur son orbite; il est donc ici de $291^d 8' 36''$. Cet angle est manifestement égal à la somme (ou, si les deux r étoient

étoient du même côté du périhélie, à la différence) des deux anomalies vraies. Donc $\frac{1}{2} \phi = \frac{1}{2} v' \pm \frac{1}{2} v''$. Connoissant la demi-somme (ou la demi-différence) des anomalies vraies, on connoîtra ces anomalies, si l'on peut parvenir à connoître leur demi-différence (ou leur demi-somme). Or, feu M. Nicolic a démontré que dans la parabole,

*Acad. des Scs
année 1746,
p. 302. Voyez
aussi p. 422.*

$$\sqrt{r' + r''} : \sqrt{r'' - r'} :: \cotang. \frac{\frac{1}{2} v' + \frac{1}{2} v''}{2} : tang. \frac{\frac{1}{2} v'' - \frac{1}{2} v'}{2}.$$

Nous supposons r'' plus grand que r' ; s'il étoit plus petit, il faudroit mettre au second terme $r' - r''$, & au quatrième $\frac{1}{2} v' - \frac{1}{2} v''$.

Cela posé, prenez la différence des logarithmes de r' & de r'' , ôtant le plus petit du plus grand, & prenez la moitié de cette différence, vous aurez le logarithme tangente d'un arc qui excédera 45 degrés; il sera ici de $46^d 30' 5'',9$. Otez 45 degrés de cet angle, il restera $1^d 30' 5'',9$; à la tangente logarithme de ce reste, ajoutez le logarithme cotangente de

$$\frac{1}{4} \phi = \frac{\frac{1}{2} v' + \frac{1}{2} v''}{2} \text{ (ou, si les deux } r \text{ sont du même côté} \\ = \frac{\frac{1}{2} v'' - \frac{1}{2} v'}{2} \text{), la somme sera le logarithme tangente de} \\ \frac{\frac{1}{2} v'' - \frac{1}{2} v'}{2} \text{ (ou, si les deux } r \text{ sont du même côté de} \\ \frac{\frac{1}{2} v' + \frac{1}{2} v''}{2} \text{); nommons cette dernière quantité } \sigma. \text{ Si } \sigma \text{ est}$$

plus petit que $\frac{1}{4} \phi$, ϕ étoit la somme des deux anomalies vraies, & les deux r étoient de différens côtés par rapport au périhélie. Au contraire, si σ est plus grand que $\frac{1}{4} \phi$, il faut en conclure que ϕ est la différence des anomalies vraies, & que les deux r sont tous deux du même côté du périhélie; que la Comète n'a pas encore passé par son périhélie, si $r' > r''$; qu'elle y a passé au contraire, si $r'' > r'$. Dans tous ces cas, prenez la somme & la différence de $\frac{1}{4} \phi$ & de σ , & vous aurez les deux demi-anomalies vraies, que vous doublerez pour avoir les anomalies mêmes. La plus grande anomalie correspond au plus grand rayon vecteur.

Fig. 26. Nous avons ici

$$\begin{aligned}
 \phi &= v' + v'' \dots\dots\dots 291^{\text{d}} \ 8' \ 36'' \\
 \frac{1}{4} \phi &= \frac{\frac{1}{2} v' + \frac{1}{2} v''}{2} \dots\dots\dots 72. \ 47. \ 9. \\
 \sigma &= \frac{\frac{1}{2} v'' - \frac{1}{2} v'}{2} \dots\dots\dots 0. \ 27. \ 55. \\
 \text{Donc } \frac{1}{4} \phi + \sigma &= \frac{1}{2} v'' \dots\dots\dots 73. \ 15. \ 4. \\
 \frac{1}{4} \phi - \sigma &= \frac{1}{2} v' \dots\dots\dots 72. \ 19. \ 14. \\
 \text{Donc } v'' &\dots\dots\dots 146. \ 30. \ 8. \\
 v' &\dots\dots\dots 144. \ 38. \ 28.
 \end{aligned}$$

Nous avons pris la plus grande des deux anomalies pour v'' , parce que r'' est le plus grand des deux rayons vecteurs.

Par ce qui a été dit ci-dessus, on fait si le mouvement de la Comète est direct ou rétrograde; on a pareillement trouvé les lieux héliocentriques de la Comète dans son orbite; $K' = 359^{\text{d}} 34' 18''$, & $K'' = 290^{\text{d}} 42' 54''$. Si la Comète est directe, le lieu du périhélie sera $K + v$, avant le passage au périhélie, & $K - v$ après ce passage; ce sera le contraire, si la Comète est rétrograde. Dans notre exemple, le mouvement de la Comète est direct, σ est plus petit que $\frac{1}{4} \phi$; donc des deux r , ou des deux observations, la première ou r' précède le passage au périhélie, la seconde ou r'' suit ce passage; donc le lieu du périhélie $P = K' + v' = K'' - v''$.

$$\begin{array}{rcl}
 K' \dots\dots & 359^{\text{d}} \ 34' \ 18'' & K'' \dots\dots 290^{\text{d}} \ 42' \ 54'' \\
 + v' \dots\dots & 144. \ 38. \ 28. & - v'' \dots\dots 146. \ 30. \ 8. \\
 \hline
 P \dots\dots & 144. \ 12. \ 46. & P \dots\dots 144. \ 12. \ 46.
 \end{array}$$

On aura la distance périhélie par la formule du *Problème XII*, $\pi = r \cos. \frac{1}{2} v$. Au double du logarithme cosinus d'une des deux demi-anomalies vraies, ajoutez le logarithme du rayon vecteur correspondant, la somme sera le logarithme de la distance périhélie. On peut choisir celle des deux anomalies que l'on veut; on peut même employer toutes les deux, & si les deux résultats ne sont pas à-peu-près les mêmes, c'est une preuve qu'on s'est trompé dans quelque-une des opérations

précédentes. Si les résultats diffèrent peu, les opérations antérieures peuvent être exactes; pour que les résultats ne différaient pas du tout, il faudroit souvent porter la précision des calculs précédens jusqu'aux décimales de secondes. Généralement parlant, le résultat qui provient de la plus petite anomalie, doit être le plus exact. Ici par la formule $\pi = r' \cos.^2 \frac{1}{2} v'$, nous trouvons $\pi = 0,1217629$, & par la formule $\pi = r'' \cos.^2 \frac{1}{2} v''$, $\pi = 0,1217645$. Comme les deux anomalies sont presque égales, on peut faire $\pi = 0,1217636$, logarithme $9,0855175$. Si les deux anomalies étoient plus inégales, les deux résultats différeroient moins.

Enfin, l'on trouvera le temps du passage au périhélie, en convertissant une des anomalies vraies en temps, suivant ce qui a été dit pour la parabole au *Problème XIII*, pour trouver les t . Comme les anomalies vraies excèdent de beaucoup 90 degrés, on n'aura pas recours à la Table générale; on trouvera t par la méthode proposée au même endroit. Choisissons la première anomalie vraie, $144^d 38' 28'' = v'$.

Au logarithme tangente de $\frac{1}{2} v'$	0,4965560.
Ajoutez le logarithme constant.	1,9149328.
Premier logarithme.	2,4114888.

Au triple du logarithme tangente de $\frac{1}{2} v'$..	1,4896680.
Ajoutez le logarithme constant.	1,4378116.
Second logarithme.	2,9274796.

Nombre du premier logarithme.....	257,922251.
Nombre du second logarithme.	846,21275.

Somme, pour la Comète de 109 jours. 1104,1351.

Son logarithme.....	3,0430222.
Ajoutez les $\frac{3}{2}$ du logarithme de π	8,6282762.

Logarithme de t	1,6712984.
t	46,913561.

G g g ij

Fig. 26. Il s'est donc écoulé 46,91356 jours depuis le temps de la première observation jusqu'à celui du passage au périhélie; & comme cette première observation a précédé le passage, au temps de cette observation, Août 21,54506, ajoutez 46,91356, la somme 68,45862, diminuée de 61 jours pour les mois d'Août & de Septembre, donnera le passage au périhélie en Octobre 7,45862, ou le 7 Octobre à 11^h 0' 25".

Tels seroient donc les élémens de l'orbite de la Comète de 1769, si les distances accourcies de la Comète à la Terre eussent été véritablement telles que nous les avons supposées; mais elles n'étoient qu'approchées, comme nous le verrons plus bas.

Differt. sur les Comètes, §. 2. Pour trouver la plus grande anomalie vraie v'' répondant au rayon vecteur r'' , M. Tempelhoff fournit une équation peut-être plus simple & plus expéditive que celle de Niccolic;

$$\text{tang. } \frac{1}{2} v'' = \frac{\sqrt{\frac{r''}{r}} - \text{cos. } \frac{1}{2} \varphi}{\text{sin. } \frac{1}{2} \varphi};$$

mais cette équation n'a lieu que lorsque les deux r sont du même côté, par rapport au périhélie. v'' trouvé, on auroit facilement $v' = v'' - \varphi$.

PROBLÈME XXII, GÉNÉRAL.

Trois observations d'une Comète étant données, calculer son orbite.

C'EST ce Problème général qu'ont eu en vue presque tous les plus célèbres Géomètres de ce siècle, lorsqu'ils ont analysé le mouvement des Comètes. Il est démontré que pour déterminer l'orbite d'une Comète, supposée parabolique, il faut au moins trois observations, deux complètes, c'est-à-dire, qui embrassent & la longitude & la latitude de la Comète, une troisième où l'on n'ait égard qu'à la seule longitude ou à la seule latitude. Il n'y auroit, à notre avis, aucun inconvénient à employer un plus grand nombre d'observations, si, par ce moyen, on pouvoit parvenir à simplifier le calcul &

à ménager les tâtonnemens; c'est le but qu'ont dû se proposer & que se sont en effet proposé tous ceux qui ont traité la matière qui nous occupe. Quelque ingénieuses que soient les méthodes qu'ils ont proposées, il ne m'est pas possible de les rapporter toutes ici; ce seroit prendre une peine assez inutile; la plupart, fort brillantes dans la théorie, sont, ou trop équivoques, ou trop prolixes dans la pratique; trop équivoques, vu la fausseté des hypothèses sur lesquelles on se fonde, & la petitesse des angles qu'on est contraint d'employer; trop prolixes, parce que sans éviter les tâtonnemens, on se trouve engagé dans un labyrinthe immense de calculs.

La méthode graphique que Newton propose dans le troisième livre des *Principes*, est probablement celle dont Halley s'est servi pour déterminer l'orbite de plusieurs Comètes; il y a cependant beaucoup d'apparence qu'il a substitué le calcul à la règle & au compas, au moins quant à plusieurs parties de l'opération. Cette méthode proposée & éclaircie même par Grégori ^a & par M. le Monnier ^b, paroît aujourd'hui totalement abandonnée. On n'obtenoit, après plusieurs tâtonnemens, qu'une orbite approchée; mais Newton enseignoit le moyen de rectifier cette orbite, ce qui amenoit de nouveaux calculs, ou du moins de nouvelles opérations.

^a *Astronomi
Phys. l. V.
b Théorie des
Comètes, page
xxxvj.*

La méthode que Lambert propose dans son *Traité des Propriétés principales de l'orbite des Comètes*, est digne de ce grand Géomètre; on peut la réduire en pratique de deux manières, ou par le calcul, ou avec la règle & le compas. De part & d'autre, il faut recourir au tâtonnement; le calcul, si on l'emploie, est immense; les opérations graphiques un peu compliquées, quelque habile que soit la main qui les dirige, ne peuvent satisfaire autant que le calcul.

*Probl. XXXI.
S. 155.*

M. Euler choisit trois observations peu distantes, il suppose comme connue la distance de la Comète à la Terre au moment de la seconde observation, & détermine l'orbite par la méthode que nous avons proposée d'après lui, *Problème XVIII*. Cela fait, il choisit une quatrième observation, la plus éloignée, qu'il est possible, des trois autres, & sur les élémens de l'orbite

*Theor. mot.
Comet. & Plan.
Probl. XII.*

qu'il a déterminée, il calcule le lieu de la Comète pour l'instant de cette quatrième observation. Si le lieu calculé est le même que le lieu observé, tant pour la longitude que pour la latitude, le Problème est résolu ; sinon, il faudra supposer une autre distance de la Comète à la Terre ; de suppositions en suppositions, on approchera de la vérité, & quand on en sera bien près, on y arrivera par une proportion. Cette méthode est bonne sans doute, elle n'a d'autre défaut que la multitude des calculs qu'elle exige.

Nous avons exposé (*Problème IX, Solution 6*) la méthode de M. l'Abbé Boscowich, & nous avons remarqué qu'elle ne pouvoit passer tout au plus que pour une approximation.

La méthode de M. Hennert, exposée au *Problème XVII*, seroit fort utile, si l'on pouvoit déterminer les rapports des distances de la Comète à la Terre, & de plus il seroit nécessaire que la méthode pût s'appliquer à des observations assez éloignées les unes des autres.

M. Tempelhoff, dans un Mémoire justement couronné à l'Académie de Berlin, en 1778, réduit les rapports des distances de la Comète à la Terre, à une seule inconnue ; cette inconnue est le rapport du second rayon vecteur à la partie de ce même rayon, comprise entre le Soleil & la corde qui joint les deux lieux extrêmes de la Comète, $\frac{SK''}{SO}$, ou

plutôt $\frac{SO}{SK''}$ sur notre *figure 28*. Cela est certainement fort ingénieux, mais il faut pouvoir déterminer la valeur de cette inconnue, & l'on y parviendra, selon M. Tempelhoff, par des équations du 24.^e & du 48.^e degré. On est donc encore obligé de recourir au tâtonnement, & les calculs qui doivent précéder, accompagner & suivre ce tâtonnement n'ont rien moins que le mérite de la brièveté.

La plus directe de toutes les méthodes que nous sachions avoir été proposée, est celle de Bouguer ; elle ne demande
Acad. des Sc. aucun tâtonnement, elle se réduit à une équation linéaire,
 1733. elle détermine la qualité de l'orbite ; mais elle suppose que

durant l'intervalle de temps écoulé entre les observations, le mouvement de la Comète a été rectiligne & uniforme; nous avons dit, d'après M. de la Grange, que cette supposition étoit inadmissible, dès que l'on exigeoit la combinaison de trois observations. Pour couvrir, autant qu'il est possible, le défaut de cette supposition, Bouguer exige qu'on choisisse les observations les plus voisines qu'il est possible; mais alors une erreur d'un petit nombre de secondes dans les observations en peut produire de monstrueuses dans les élémens & la nature de la trajectoire. Nous avons essayé d'appliquer cette méthode à la Comète de 1769, elle ne nous a pas réussi.

Nous avons rapporté (*Problème IX, Solution 7*) la méthode de M. du Séjour, pour déterminer les distances de la Comète à la Terre. Or (*Problème XXI*) deux distances bien déterminées suffisent pour assigner la trajectoire parabolique de la Comète. Il ne sera pas cependant hors de propos de vérifier le résultat par la comparaison du temps qui a dû, suivant le calcul, s'écouler entre les deux observations, avec celui qui s'est écoulé réellement, nous allons proposer à l'instant la méthode de cette comparaison.

La huitième Solution du *Problème IX*, & les *Problèmes IX & XIX* renferment la méthode de M. de la Place; nous n'avons rien à ajouter à ce que nous en avons dit.

Il ne nous reste donc plus à parler que de la méthode commune, c'est-à-dire, de celle qu'on a le plus communément coutume d'employer; quelques-uns l'ont appelée, *Méthode de fausse position*, mais ce nom convient à toutes les méthodes où l'on emploie le tâtonnement, & par conséquent à presque toutes celles dont nous avons parlé. Il seroit très-possible que Halley eût employé cette méthode, ou quelque méthode analogue dans les calculs de l'orbite de vingt-quatre Comètes, dont il publia les résultats vers le commencement de ce siècle. Bradley l'a certainement employée. M. le Monnier en a détaillé la marche dans ses *Institutions astronomiques*^a; celle que l'Abbé de la Caille propose dans ses *Leçons d'Astro-*

^a Pag. 349
et suiv. à la
note.

* N. 807 *nomie*^a, est essentiellement la même. Voyez aussi l'*Astronomie*
 & suiv. de M. de la Lande^b, &c : voici cette méthode.
 b N. 3044 & suiv.

On choisit deux observations les plus distantes qu'il est possible. A chaque observation, outre ce que l'on connoît par les Tables, comme le lieu du Soleil & le rayon vecteur de la Terre, & ce qui est donné par observation, comme la longitude géocentrique de la Comète, & par conséquent son éloignement au Soleil, & sa latitude géocentrique, on suppose connu un élément qui est réellement inconnu. Ainsi Bradley & M. le Monnier supposent qu'on connoît l'angle Fig. 25, au Soleil, ou l'angle de commutation TSC (fig. 25), ils lui donnent une valeur arbitraire pour chaque observation. On pourroit aussi supposer connu l'angle à la Comète TCS , ou l'angle TKS , ou l'angle KST , ou le rayon vecteur SK ou r^* , ou le rayon vecteur accourci SC ou ρ , ou la distance de la Comète à la Terre KT ou D , ou cette même distance accourcie CT ou Δ , ou enfin la latitude héliocentrique λ , ou l'angle CSK . Le choix entre tous ces élémens est assez indifférent en lui-même, puisque nous avons démontré (*Problème XI*) qu'un seul étant donné, le calcul donnoit tous les autres; mais ce choix n'est pas aussi indifférent pour la facilité & le succès du calcul. Si la Comète a fait beaucoup plus de chemin en latitude apparente qu'en longitude, il est plus à propos de faire tomber les fausses positions sur les latitudes héliocentriques, que sur tout autre élément; on les fait tomber le plus communément sur le rayon vecteur accourci ρ , mais alors dans la résolution du premier triangle, qui donne directement l'angle à la Comète; il y a des cas où l'on ne sait si l'on prendra cet angle aigu ou obtus. Si l'on applique les fausses positions aux distances accourcies Δ de la Comète à la Terre, le premier triangle n'offrira plus de solution équivoque; mais le calcul perdra un peu de sa simplicité.

* Je ne fais pourquoi l'Abbé de la Caille excepte ce rayon.

Soient les observations suivantes de la Comète de 1769, Fig. 25. corrigées de l'aberration.

	S.			R.	C.			L.		
Jours.	D.	M.	S.		D.	M.	S.	D.	M.	S.
Août 21, 54506	149.	7.	43	0,0046650	47.	1.	45	—	5.	53. 53
Oct. 25, 24664	212.	37.	8	9,9969720	232.	10.	7	+	17.	49. 8
Déc. 1. ^{er} , 24116	249.	54.	53	9,9935568	276.	0.	30	+	23.	28. 41

LE Problème consiste donc à trouver une parabole, dont le foyer soit au centre du Soleil, qui passe par les points du Ciel où la Comète a été observée les 21 Août & 1.^{er} Décembre, & qui soit tellement posée que, conformément à l'observation, la Comète ait dû nécessairement employer 101,6961 jours à parcourir l'arc compris entre ces deux points du Ciel. Mais cela ne suffit pas encore; on trouveroit une infinité de paraboles qui réuniroient ces trois conditions. Il faut de plus que cette parabole passe par les autres points du Ciel où la Comète a été observée, & elle y passera, si elle passe par un seul de ces points. Il faut donc choisir une troisième observation intermédiaire assez éloignée des deux autres; si la parabole qu'on aura déterminée satisfait à cette observation, on peut être assuré qu'elle satisfera à toutes les autres, du moins si les observations sont bien faites. Nous choisissons l'observation du 25 Octobre.

Nous combinons d'abord les observations des 21 Août & 1.^{er} Décembre, & pour éviter de trop longs tâtonnemens, nous employons quelques-unes des solutions du *Problème IX* pour avoir au moins par approximation les deux distances accourcies de la Comète, ou au Soleil, ou à la Terre, les deux ρ , ou les deux Δ .

PREMIÈRE HYPOTHÈSE.

Nous supposons, pour le 21 Août, $\Delta' = 0,66078$, &

Tome II.

Hhh

Fig. 25. pour le 1.^{er} Décembre, $\Delta'' = 1,9878$. Dans les triangles TSC , on connoîtra donc $TS = R$, $TC = \Delta$, & l'angle compris ou l'angle d'élongation ζ ; on calculera les deux autres angles, TSC , angle de commutation $= \eta$ & TCS . Pour le 21 Août, on trouvera le premier de $29^d 20' 36''$, le second de $48^d 33' 26''$; pour le 1.^{er} Décembre, η sera de $132^d 27' 22''$, & TCS de $21^d 27' 1''$.

Si au lieu de faire tomber nos fausses positions sur les Δ , nous les eussions appliquées aux rayons vecteurs SC ou φ , que nous eussions supposé $\varphi' = 1,32187$ & $\varphi'' = 1,18504$, dans les triangles STC , nous aurions connu ST ou R , SC ou φ , & l'angle STC ou ζ opposé à φ . Nous aurions dit, $\varphi : \sin. \zeta :: R : \sin. SCT$; or TSC ou $\eta = 180^d - \zeta - SCT$. Le 21 Août, SCT auroit été comme auparavant de $48^d 33' 26''$, & η de $29^d 20' 36''$. Le 1.^{er} Décembre, on auroit trouvé SCT de $21^d 27' 1''$, ou de $106^d 21' 45''$, & par conséquent η de $132^d 27' 22''$, ou de $47^d 32' 38''$. Il est facile dans notre exemple de s'apercevoir que la première valeur de ces angles est la seule admissible.

Si l'on fait tomber les fausses positions sur l'angle à la Comète TCS , ou sur l'angle au Soleil TSC , on connoît tous les angles du triangle TCS , & le côté TS , on peut s'épargner tout calcul ultérieur de ce triangle. Mais il n'est pas aussi aisé d'obtenir une valeur approchée de ces angles, que de conjecturer celle des distances Δ ou φ .

Enfin, si l'on vouloit faire porter les fausses positions sur les latitudes héliocentriques λ , on détermineroit l'angle de commutation η , par l'analogie

$$\text{tang. } L : \text{tang. } \lambda :: \sin. \zeta : \sin. \eta.$$

De quelque manière qu'on procède, les deux angles η une fois connus, on poursuit l'opération comme au *Problème précédent*, dans lequel nous avons fait les mêmes suppositions que dans celui-ci. On détermine les latitudes héliocentriques, si ce n'est pas sur elles que portent les suppositions. Des angles de commutation, on conclut les longitudes héliocentriques,

& de celles-ci la quantité de la route que la Comète a parcourue, rapportée à l'Écliptique. Avec le secours de la *figure 26*, on détermine le mouvement ϕ de la Comète sur son orbite, les deux rayons vecteurs, les deux anomalies vraies, & enfin la distance périhélie de la Comète. On trouve tout cela détaillé au *Problème précédent*, & éclairci par l'exemple même que nous nous sommes ici proposé. Nous avons trouvé l'anomalie vraie pour le 21 Août, $144^d 38' 28''$ avant le passage par le périhélie, & pour le 1.^{er} Décembre, $146^d 30' 8''$ après ce passage. Nous avons converti la première anomalie en temps, & nous l'avons trouvée de 46,91356 jours. Il faut aussi convertir en temps la seconde anomalie v'' .

Fig. 25 & 26.

Logarithme tang. $\frac{1}{2} v''$	0,5215133.
+ Logarithme constant.....	1,9149328.
Premier logarithme.....	2,4364461.
Triple de log. tang. $\frac{1}{2} v''$	1,5645399.
+ Logarithme constant.....	1,4378116.
Second logarithme.....	3,0023515.
Nombre du premier logarithme.....	273,1782.
Nombre du second.....	1005,4293.
Somme pour la Comète de 109 jours..	1278,6075.
Son logarithme.....	3,1067372.
+ Les $\frac{3}{2}$ du logarithme de π	8,6282762.
Logarithme de t''	1,7350134.
t''	54,326711.

Donc si nos premières suppositions sont vraies, la première observation a dû être faite 46,91356 jours avant le passage au périhélie, & la seconde 54,32671 jours après ce passage; donc entre les deux observations, il a dû s'écouler 101,24027 jours; mais dans la réalité, il s'en est écoulé 101,69610, l'erreur de notre première Hypothèse est donc — 0,45583.

Hhh ij

Fig. 25 & 26. Formons-en une seconde, où nous faisons varier une des deux distances supposées, sans toucher à l'autre.

DEUXIÈME HYPOTHÈSE.

Nous augmentons de 0,01 la première distance accourcie de la Comète à la Terre Δ' , & nous la faisons de 0,67078, laissant Δ'' de 1,9878; ou si l'on aime mieux faire tomber les suppositions sur les rayons vecteurs accourcis, nous supposons $\rho' = 1,32510$ & $\rho'' = 1,18504$, comme dans la première Hypothèse.

Connoissant deux côtés & un angle dans le triangle $T'SC'$, nous calculons l'angle $T'SC'$ ou η ; nous le trouvons de $29^d 40' 3''$.

L'analogie $\sin. \zeta : \sin. \eta :: \text{tang. } L : \text{tang. } \lambda$, nous donne $\lambda = 2^d 59' 37''$.

Si ce n'est pas sur ρ' qu'on a fait tomber la supposition, on l'obtiendra par l'analogie $\sin. \eta : \sin. \zeta :: \Delta' : \rho'$, & l'on aura le rayon vecteur r , en disant $\cos. \lambda : 1 :: \rho' : r'$; le logarithme de r' se trouvera être 0,1228414.

Le lieu de la Terre $329^d 7' 43'' + \eta = 29^d 40' 3''$ donnera le lieu héliocentrique de la Comète en $358^d 47' 46''$. On a trouvé dans la première Hypothèse, que le 1.^{er} Décembre, cette longitude étoit de $297^d 27' 31''$; donc puisque nous savons que le mouvement de la Comète est direct, son mouvement rapporté à l'Écliptique, depuis le 21 Août jusqu'au 1.^{er} Décembre, aura été $297^d 27' 31'' - 358^d 47' 46'' = 298^d 39' 45''$; & l'angle $C'PC''$ de la figure 26, étant le supplément de ce mouvement, sera de $61^d 20' 15''$.

Dans le triangle $K'PK''$ de cette figure 26, on connoît donc l'angle P de $61^d 20' 15''$, & les deux côtés adjacens, ou les deux distances de la Comète au pôle de l'Écliptique; PK' de $92^d 59' 37''$, & PK'' comme à la première Hypothèse de $53^d 55' 23''$; on trouvera le côté $K'K''$ de $69^d 7' 12''$. Ce côté est le supplément à 360 degrés du mouvement

de la Comète sur son orbite, ou de $\phi = 290^{\text{d}} 52' 48'' = \text{Fig. 25 \& 26.}$

$v' + v''$. Donc $\frac{1}{4}\phi = \frac{\frac{1}{2}v' + \frac{1}{2}v''}{2} = 72^{\text{d}} 43' 12''$, &

par l'analogie de Niccolic, $\sqrt{r' + r''} : \sqrt{r'' - r'} :: \cotang.$

$\frac{\frac{1}{2}v' + \frac{1}{2}v''}{2} : \text{tang. } \frac{\frac{1}{2}v'' - \frac{1}{2}v'}{2}$, on trouvera $\frac{\frac{1}{2}v'' - \frac{1}{2}v'}{2} = \sigma$

$= 0^{\text{d}} 26' 41''$; donc $\frac{1}{2}v' = \frac{1}{4}\phi - \sigma = 72^{\text{d}} 16' 31''$,

& $\frac{1}{2}v'' = \frac{1}{4}\phi + \sigma = 73^{\text{d}} 9' 53''$; ce sont les demi-anomalies vraies.

Puisque $\pi = r' \cos.^2 \frac{1}{2}v' = r'' \cos.^2 \frac{1}{2}v''$, on trouvera le logarithme de la distance périhélie $\pi = 9,0898580$.

Enfin, réduisant les deux anomalies vraies en temps, on trouvera que la première observation a dû précéder le passage au périhélie de 47,29438 jours, & que la seconde a dû suivre ce passage de 54,37969 jours; donc dans notre Hypothèse l'intervalle entre les deux observations a dû être de 101,67407 jours; il a été dans la réalité de 101,69610 jours; notre Hypothèse est donc en erreur de $-0,02103$ jours. L'erreur de la première Hypothèse étoit $-0,45583$; nous avons augmenté Δ' de 0,01, & cette augmentation a diminué l'erreur sur le temps de 0,43480; combien faut-il augmenter encore Δ' , pour faire évanouir l'erreur restante $-0,02103$? L'augmentation doit être de 0,0004837. On voit facilement qu'il faudroit prendre la somme des deux erreurs, si elles avoient différens signes, & que, si l'erreur croissoit dans le même sens, la correction de Δ' pour la troisième Hypothèse devroit être en sens contraire à celui dans lequel elle a été appliquée de la première à la seconde Hypothèse.

TROISIÈME HYPOTHÈSE.

$\Delta' = 0,6712637$, Δ'' comme à la première Hypothèse $= 1,9878$; ou si l'on aime mieux prendre par les g , $g' = 1,325423$, $g'' = 1,18504$ comme auparavant. En suivant la même marche, on trouvera $\pi = 29^{\text{d}} 40' 59''$, $\lambda' = 2^{\text{d}} 59' 42''$, le logarithme de r' , 0,1229481, le lieu

Fig. 25 & 26. héliocentrique de la Comète $35^{\text{d}} 48' 42''$, le mouvement de la Comète rapporté à l'Écliptique $298^{\text{d}} 38' 49''$, le même sur l'orbite ou ϕ $290^{\text{d}} 52' 2''$, σ $0^{\text{d}} 26' 37'' \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} v' = 72^{\text{d}} 16' 23''$, $\frac{1}{2} v'' = 73^{\text{d}} 9' 38''$, logarithme de π 9,0900686, t' 47,31277 jours, & t'' 54,38269 jours; la somme est 101,69546 jours, & elle devoit être de 101,69610 jours. Il y a donc encore dans cette Hypothèse, une erreur de — 0,00064, ce qui nous oblige à recourir à une quatrième Hypothèse.

QUATRIÈME HYPOTHÈSE.

$\Delta' = 0,6712662$, ou $\rho' = 1,3254278$, Δ'' ou ρ'' toujours comme à la première Hypothèse; on aura n ou $C'ST' = 29^{\text{d}} 40' 59''$, $\lambda' = - 2^{\text{d}} 59' 42''$, & par conséquent le mouvement de la Comète, soit rapporté à l'Écliptique, soit même sur son orbite, σ , $\frac{1}{2} v'$, $\frac{1}{2} v''$, comme à l'Hypothèse précédente, il n'y aura de changé que le logarithme de r' qui sera 0,1229497, & le logarithme de π 9,0900701; t' sera donc de 47,31302 jours, & t'' de 54,38298; la somme est 101,69600, elle devoit être de 101,69610; l'erreur, qui n'est plus que de 0,0001, ou de 9 secondes de temps, doit être censée nulle, d'autant plus que le 1.^{er} Décembre, le mouvement de la Comète en 9 secondes de temps étoit insensible, & que d'ailleurs il seroit impossible de parvenir à une parfaite précision, sans pousser le calcul des angles jusqu'aux décimales de secondes.

Nous avons donc une parabole qui a son foyer au centre du Soleil, qui passe par les deux points du ciel où la Comète a été observée le 21 Août & le 1.^{er} Décembre, & qui est enfin tellement posée, que si la Comète l'a parcourue, le temps qu'elle a dû employer pour aller d'un de ces points à l'autre, est précisément égal à l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations; mais une infinité de paraboles peuvent réunir ces trois conditions; il en est une quatrième qui ne peut convenir qu'à une seule parabole; c'est qu'à un autre instant donné, la Comète, parcourant cette parabole,

ait dû se trouver au lieu du ciel où elle a été réellement Fig. 26.
observée. Voyons donc si notre parabole satisfait à cette condition; il faut pour cela commencer par déterminer ses élémens, par la méthode que nous avons proposée au *Problème XVI*.

Dans le triangle $K'PK''$ (fig. 26) dont nous connoissons le côté $PK' 92^d 59' 42''$, le côté $PK'' 53^d 55' 23''$ (ce sont les complémens de λ' & de λ''), & l'angle $P 61^d 21' 11''$; nous avons déjà trouvé le côté $K'K''$ de $69^d 7' 54''$, c'est le supplément de ϕ à 360 degrés. Il faut de plus calculer un des deux angles inconnus, comme $PK'K''$, il est de $49^d 23' 0''$.

Dans le triangle $C'K'N$, rectangle en C' , on connoît l'angle en K' qu'on vient de trouver de $49^d 23'$, & le côté $K'C' = \lambda' = 2^d 59' 42''$, on calculera le reste, & l'on trouvera $C'N = 3^d 29' 11''$, $K'N = 4^d 35' 42''$, & l'angle $C'NK' = 40^d 42' 28''$; ce dernier angle mesure l'inclinaison de l'orbite $K'K''$ sur l'Écliptique $C'C''$.

Puisque l'ordre des signes sur notre figure est $C'XYC''N$, l'lieu du nœud descendant est moins avancé que C' ; donc si du lieu de la Comète, le 21 Août, en $C' = 358^d 48' 42''$, vous retranchez $C'N = 3^d 29' 11''$, vous aurez le lieu du nœud descendant N en $355^d 19' 31''$, donc le nœud ascendant en $175^d 19' 31''$.

Au lieu du nœud descendant $N = 355^d 19' 31''$, ajoutez $NK' = 4^d 35' 42''$, parce que K' est plus avancé selon l'ordre des signes que N , la somme donnera $359^d 55' 13''$ pour le lieu de la Comète sur son orbite en K' .

La Comète est directe, & elle n'a pas encore passé par son périhélie au moment de la première observation, puisque σ étoit plus petit que $\frac{1}{4}\phi$; donc le périhélie est plus avancé que le lieu de la Comète en K' ; donc au lieu de la Comète en K' , ajoutez la première anomalie vraie ν' , la somme $359^d 55' 13'' + 144^d 32' 46'' = 144^d 27' 59''$ sera le lieu du périhélie.

Au temps de la première observation, Août 21, 1745, 06,

Fig. 26. ajoutez $t' = 47,31302$ jours, vu que la Comète n'a pas encore été périhélie, la somme, en retranchant 61 jours pour les mois d'Août & de Septembre, donnera le passage au périhélie en Octobre 7,85808.

Nous avons trouvé 9,0900701 pour logarithme de la distance périhélie.

Sur ces élémens, calculez le lieu de la Comète en Octobre 25,24664 jours. En suivant ce qui a été dit aux *Problèmes I, II & III*, on trouvera $v = 127^d 54' 8''$, $u = 97^d 2' 36''$, $v = 99^d 15' 26''$, $\lambda = 40^d 20' 12'' \frac{1}{2}$, logarithme de ρ 9,6869672, η ou l'angle de commutation $118^d 2' 10''$, ζ ou l'angle d'élongation, $19^d 21' 42''$, donc C ou le lieu géocentrique de la Comète $231^d 58' 49''$; mais à ce même instant le lieu observé de la Comète étoit $232^d 10' 7''$. Donc notre parabole ne représente pas fidèlement l'observation du 25 Octobre, elle est en erreur de $-11' 18''$; ce n'est donc pas la parabole que nous cherchons.

CINQUIÈME HYPOTHÈSE.

REVENONS sur nos pas; au lieu de faire varier Δ' ou ρ' , faisons varier Δ'' ou ρ'' . Soit donc Δ' , & tout ce qui en dépend comme à la première Hypothèse, & augmentons Δ'' . $\Delta' = 0,66078$, $\Delta'' = 2,0$; ou bien $\rho' = 1,32187$, $\rho'' = 1,19639$. Au lieu du temps écoulé 101,6961 entre les observations du 21 Août & du 1.^{er} Décembre, on trouvera 101,96023. L'erreur qui étoit de $-0,45583$ est maintenant de $+0,26413$; nous avons trop augmenté Δ'' .

SIXIÈME HYPOTHÈSE.

$\Delta' 0,66078$; $\Delta'' 1,9955242$; ou $\rho' 1,32187$; $\rho'' 1,192218$. Au lieu de l'intervalle écoulé 101,6961, on trouve 101,69540; l'erreur n'est plus que de 0,0007, ou d'une minute de temps, la Comète le 1.^{er} Décembre faisoit bien peu de chemin en une minute. Si l'on veut cependant plus de précision, on peut faire encore l'Hypothèse suivante.

SEPTIÈME

SEPTIÈME HYPOTHÈSE.

Δ' 0,66078; Δ'' 1,9955446; ou ϑ' 1,32187; ϑ'' 1,192238. L'intervalle calculé se trouvera de 101,69624, au lieu de 101,69610 jours, intervalle observé; l'erreur n'est plus que de 0,00014, ou de 12 secondes de temps, il faut la négliger. Le logarithme de la distance périhélie est dans cette Hypothèse 9,0876445, $\frac{1}{2} v' 72^d 16' 32'' \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} v'' 73^d 15' 17''$. En résolvant les triangles $K'PK''$ & $K'C'N$ de la figure 26, on trouve l'angle K' de $49^d 23' 22'' \frac{1}{2}$, le côté $C'N$ de $3^d 27' 3''$, le côté $K'N$ de $4^d 32' 52''$, & l'angle $C'NK' = I = 40^d 41' 59''$. Le lieu héliocentrique de la Comète, le 21 Août, étant de $358^d 28' 19''$, le nœud descendant sera $= 358^d 28' 19'' - C'N = 358^d 28' 19'' - 3^d 27' 3'' = 355^d 1' 16''$; donc le nœud ascendant sera en $175^d 1' 16''$. La longitude de K' sur l'orbite sera $= 355^d 1' 16'' + K'N = 355^d 1' 16'' + 4^d 32' 52'' = 359^d 34' 8''$. Le lieu du périhélie sera $K' + v' = 359^d 34' 8'' + 144^d 33' 5'' = 144^d 7' 13''$. Le passage au périhélie aura été en Août 21,54506 jours $+ 46,93723$ jours = Août 68,48229, ou employant 61 jours pour Août & Septembre, en Octobre, 7,48229 jours.

Partant de ces élémens ainsi déterminés, on trouvera qu'en Octobre 25,24664, la Comète devoit avoir $232^d 24' 37''$ de longitude géocentrique, & on l'a observée en $232^d 10' 7''$; l'erreur du calcul est $+ 14' 30''$, & cette nouvelle parabole ne représente pas bien l'observation du 25 Octobre.

Pour trouver la véritable orbite parabolique, qui satisfasse à tout, il faut, dit l'Abbé de la Caille, prendre la différence des deux erreurs données par les deux Hypothèses qui ont rempli les trois premières conditions. L'erreur de la quatrième Hypothèse étoit $- 0^d 11' 18'' = dC'$; celle de la septième étoit $+ 0^d 14' 30'' = dC''$; la différence est $- 0^d 25' 48'' = dC' - dC''$. Soit de plus $d\Delta'$ ou $d\vartheta'$ la variation

Fig. 26. qu'on a fait subir à Δ' , ou à φ' de la première à la quatrième Hypothèse, & $d\Delta''$ ou $d\varphi''$ celle dont on a affecté Δ'' ou φ'' de la première à la septième supposition. Si nous nommons $\delta\Delta'$ ou $\delta\varphi'$ la véritable équation qu'il falloit appliquer à Δ' ou à φ' de la première Hypothèse, & $\delta\Delta''$ ou $\delta\varphi''$ celle qu'il falloit faire subir à Δ'' ou à φ'' , on aura toujours,

$$dC' - dC'' : dC' :: d\Delta' : \delta\Delta'.$$

$$dC' - dC'' : dC' :: d\Delta'' : \delta\Delta''.$$

$$dC' - dC'' : dC' :: d\varphi' : \delta\varphi'.$$

$$dC' - dC'' : dC' :: d\varphi'' : \delta\varphi''.$$

Dans notre exemple, on aura

$$-1548'' : -678'' :: \begin{cases} +0,0104862 : +0,0044603 = \delta\Delta'. \\ +0,0077446 : +0,0032941 = \delta\Delta''. \\ +0,0069615 : +0,0029610 = \delta\varphi'. \\ +0,0071980 : +0,0030616 = \delta\varphi''. \end{cases}$$

Cette règle seroit sans doute excellente, si le rapport des approximations de la Comète à la Terre ou au Soleil suivoit le rapport des temps; cela arrive quelquefois, mais non pas toujours. Le rapport au reste doit être plus exact par rapport aux φ , que par rapport aux Δ . Appliquons donc aux φ , ou supposés ou calculés dans la première Hypothèse, les $\delta\varphi'$ & $\delta\varphi''$ que nous venons de déterminer.

HUITIÈME HYPOTHÈSE.

$\varphi' = 1,3215153$; $\varphi'' = 1,1881928$. En procédant comme dans les précédentes Hypothèses, on trouvera l'intervalle calculé entre les observations du 21 Août & du 1.^{er} Décembre, 101,64101, & il a été observé de 101,6961; l'erreur est de — 0,05509, elle est trop forte, la règle de l'Abbé de la Caille est ici en défaut, & elle doit y être souvent. En regardant cette huitième supposition comme première, & en réitérant nos Hypothèses comme précédemment,

on parviendrait à la fin à découvrir la véritable parabole qui satisfait aux trois observations. Nous l'avons fait, & omettant les hypothèses intermédiaires, nous donnons ici celle qui a rempli toutes les conditions de la parabole requise.

NEUVIÈME HYPOTHÈSE.

Soit $\varphi' = 1,32246$, & $\varphi'' = 1,1881$; on trouvera pour logarithme de la distance périhélie $9,0890560$, $\frac{1}{2}v' = 72^d 16' 26''$, $\frac{1}{2}v'' = 73^d 12' 1''$; & l'intervalle calculé entre les observations sera de $101,6961$ jours, il ne diffère point de l'intervalle observé. Le triangle $C'K'N$ de la figure 26, donnera l'angle K' de $49^d 23' 9''$, le côté $C'N$ de $3^d 28' 17''$, le côté $K'N$ de $4^d 34' 29''$, & l'angle $C'NK'$ ou l'inclinaison de l'orbite $40^d 42' 16''$. La première longitude héliocentrique de la Comète, ou la longitude du point C' , aura été trouvée de $358^d 40' 3''$; donc la longitude du nœud descendant $N =$ longitude du point $C' - C'N = 358^d 40' 3'' - 3^d 28' 17''$ sera $355^d 11' 46''$, & conséquemment le nœud ascendant sera en $175^d 11' 46''$, ou en $5^h 25^m 11^s 46''$. A la longitude du point N $355^d 11' 46''$, si l'on ajoute l'arc $K'N$ $4^d 34' 29''$, on aura $359^d 46' 15''$ pour longitude du point K' , c'est-à-dire, pour longitude de la Comète le 21 Août, comptée sur l'orbite de la Comète. Puisqu'au 21 Août la Comète n'avoit pas encore passé par son périhélie, & que son cours étoit direct, au lieu du point K' sur l'orbite, $359^d 46' 15''$, ajoutons la première anomalie vraie, ou $v' = 144^d 32' 52''$, la somme $144^d 19' 7''$, ou $4^h 24^m 19^s 7''$ sera le lieu du périhélie sur l'orbite de la Comète. Enfin, comme par les calculs précédens, on a dû trouver que le temps de la première observation précédoit celui du passage au périhélie de $47,15357$ jours, si au temps de cette première observation, Août 21, 52506, on ajoute $47,15357$, on aura pour l'instant du passage, Octobre 7, 67863, ou le 7 Octobre à $16^h 17' 14''$.

On compte, & l'on doit toujours compter le lieu du périhélie sur l'orbite de la Comète. Si cependant quelqu'un étoit

Fig. 26. curieux de le rapporter à l'Écliptique, il y réussiroit facilement, en se figurant un triangle sphérique rectangle; son hypothenuse connue est la distance du périhélie au nœud le plus voisin, elle est ici de $30^{\text{d}} 52' 39''$; les côtés sont 1.^o un arc perpendiculairement abaissé du point du périhélie sur l'Écliptique; 2.^o l'arc de l'Écliptique compris entre cet arc perpendiculaire & le nœud. L'angle adjacent à ce second arc est l'inclinaison même de l'orbite à l'Écliptique; il est donc ici de $40^{\text{d}} 42' 16''$. Ce second arc est la distance du nœud à la projection du périhélie sur l'Écliptique; on le connoitra en disant : le sinus total est au cosinus de l'inclinaison, comme la tangente de la distance du nœud au périhélie sur l'orbite est à la tangente de la même distance projetée sur l'Écliptique.

$$1 : \cos. 40^{\text{d}} 42' 16'' :: \text{tang. } 30^{\text{d}} 52' 39'' : \text{tang. } 24^{\text{d}} 23' 5''.$$

Comme le périhélie précède le nœud, du lieu du nœud $5^{\text{f}} 25^{\text{d}} 11' 46''$, ôtez $24^{\text{d}} 23' 5''$, il reste $5^{\text{f}} 0^{\text{d}} 48' 41''$ pour le lieu du périhélie réduit à l'Écliptique. Quelques Cométo-graphes ont tenu compte de ce lieu du périhélie sur l'Écliptique, mais sans aucune utilité bien réelle.

Si, d'après les élémens que nous venons d'établir, nous calculons la longitude géocentrique de la Comète pour le 25 Octobre, 24664, nous la trouverons de $23^{\text{d}} 29' 53''$; or, elle a été observée de $23^{\text{d}} 10' 7''$, la différence n'est que de $14''$; les observations ne comportent guère une plus grande précision. Si l'on vouloit calculer aussi la latitude géocentrique pour le 25 Octobre, on la trouveroit de $17^{\text{d}} 47' 20''$; elle a été observée de $17^{\text{d}} 49' 8''$, la différence est de $1' 48''$. On ne pourroit anéantir cette erreur sur la latitude qu'en en introduisant une beaucoup plus considérable sur la longitude; c'est sans doute une conséquence de quelques légères erreurs dans les observations. Nous croyons donc que les élémens que nous venons de déterminer représentent avec une précision suffisante les observations des 21 Août, 25 Octobre & 1.^{er} Décembre.

Observations sur le Problème précédent.

I. LORSQU'ON a trouvé une orbite parabolique qui satisfait à trois observations, on peut être assuré qu'elle satisfera à toutes, pourvu que les observations soient exactes; mais comme elles peuvent ne pas l'être, il est nécessaire de comparer l'orbite déterminée avec quelques autres observations; si elle les représente assez exactement, on peut conclure que les trois observations choisies, étoient elles-mêmes assez exactes; sinon, il faut choisir d'autres observations, & recommencer le calcul. Calculant l'observation du 15 Septembre sur les élémens déterminés au *Problème précédent*, nous avons trouvé une longitude de $29^{\circ} 33''$ plus occidentale que celle qui avoit été observée; donc cette orbite n'est pas la véritable orbite de la Comète. Nous avons cru cependant pouvoir nous dispenser de recommencer sur nouveaux frais le calcul d'une autre orbite; notre objet n'étoit point de déterminer les élémens de l'orbite de cette Comète, ils sont assez connus d'ailleurs, mais d'exposer la marche qu'on a coutume de tenir pour les déterminer.

II. Cette marche est extrêmement longue, comme on a pu s'en apercevoir, sur-tout lorsqu'on est dans le cas de recommencer le calcul sur de nouvelles observations. La méthode de M. de la Place, exposée dans les *Problèmes IX, X & XIX*, nous a paru plus expéditive & beaucoup moins ennuyeuse; il est vrai que l'imperfection des observations peut quelquefois mettre dans le cas de recommencer le calcul; mais il n'y a que celui du *Problème XIX*, sur lequel on soit obligé de revenir. D'un autre côté il peut paroître des Comètes que le mauvais temps ne permettra d'observer qu'à des intervalles trop considérables; la méthode de M. de la Place deviendra pour lors impraticable, celle de M. du Séjour le feroit encore davantage; il faut de nécessité se réduire à la méthode commune.

III. Le calcul par cette méthode commune peut souffrir,

en quelques circonstances, une abréviation considérable. Si la Comète a été observée en conjonction, ou en opposition avec le Soleil, il conviendra de choisir cette observation pour une des deux sur lesquelles on fera tomber les fausses suppositions; on sera pour lors dispensé de calculer la longitude héliocentrique de la Comète, cette longitude sera la même que celle de la Terre. Il en faut seulement excepter le cas où la distance raccourcie de la Terre à la Comète en conjonction seroit plus grande que celle de la Terre au Soleil; alors la longitude héliocentrique de la Comète seroit la même que sa longitude géocentrique observée.

Une autre circonstance qui épargne beaucoup de calcul, est celle où la Comète seroit observée dans un de ses nœuds; il y auroit alors une latitude héliocentrique de moins à calculer, puisqu'elle seroit manifestement nulle. De plus, dans cette même supposition, on auroit un $r = \varrho$; & les points *Fig. 26.* C' & K' (*figure 26*) se confondant avec le point N , au lieu du triangle obliquangle $K'PK''$, & du triangle rectangle $C'NK'$, on n'auroit à résoudre que le triangle rectangle $C''NK''$, dont on connoîtroit les deux côtés, $C''K'' = a$ à l'unique latitude observée, & $C''N = m$, ou égal au mouvement de la Comète rapporté à l'Écliptique, ou bien, suivant les circonstances, égal au supplément de ce mouvement à 360 degrés. On auroit φ , mouvement de la Comète sur son orbite, (ou son supplément) en disant $1 : \cos. \lambda :: \cos. m : \cos. \varphi$. Le lieu héliocentrique de la Comète, lorsqu'elle n'avoit aucune latitude, seroit le même que celui du nœud N ; on auroit l'inclinaison de l'orbite par l'analogie, $1 : \cot. \lambda :: \sin. m : \cot. I$. Enfin, on auroit le lieu du périhélie, en ajoutant, ou suivant les circonstances, en retranchant de la longitude du nœud N l'anomalie vraie qui convient à l'observation faite de la Comète dans l'Écliptique. Il est rare sans doute qu'on observe une Comète précisément dans l'Écliptique; mais il ne l'est pas qu'une Comète soit observée en-deçà & au-delà de l'Écliptique, de manière qu'on puisse déterminer le temps auquel elle a traversé le plan de ce cercle. Il faut alors déterminer

par interpolation quelle devoit être sa longitude géocentrique à cet instant, & partir de-là, comme d'une observation donnée pour calculer les élémens de l'orbite.

Si la Comète étoit observée en même temps en opposition & sans aucune latitude, cela abrégeroit encore davantage le calcul; mais on auroit tort d'espérer de rencontrer une circonstance aussi favorable.

Si l'on observoit une Comète au Pôle même de l'Écliptique, une perpendiculaire abaissée de la Comète sur le plan de l'Écliptique se rendroit au centre de la Terre. Donc 1.^o sa longitude héliocentrique seroit la même que celle de la Terre; 2.^o sa distance accourcie au Soleil ou ρ seroit égale à la distance actuelle du Soleil à la Terre; 3.^o $\Delta = 0$. Cette circonstance doit encore être extrêmement rare.

IV. S'il est des circonstances qui abrègent le calcul, il en est aussi qui produisent un effet tout contraire; lorsque la distance périhélie d'une Comète est fort petite, on ne peut l'observer au voisinage de son périhélie, elle est alors plongée dans les rayons du Soleil. Quelques jours avant ou quelques jours après, son anomalie vraie excède 100 degrés, on ne peut se servir de la *Table générale des mouvemens de la Comète*, il faut calculer directement le temps qui convient à chaque anomalie vraie. C'est ce que nous avons été obligés de faire par rapport à la Comète de 1769, dans l'exemple du *Problème précédent*, où les anomalies étoient de 144 & de 146 degrés. Il est vrai que nous pouvions choisir des observations moins distantes du périhélie, mais nous n'aurions pu éviter l'inconvénient du calcul direct des temps. Le 15 Septembre, jour de la dernière observation de la Comète avant son passage au périhélie; son anomalie vraie étoit encore de 132 degrés; huit jours seulement avant ou après le passage, elle étoit de 107 degrés.

Un autre inconvénient des anomalies trop fortes, & que nous avons éprouvé dans l'exemple du *Problème précédent*, c'est que la distance périhélie conclue par la formule $\pi = r' \cos.^2 \frac{1}{2} v'$ ne sera presque jamais la même que celle qu'on

tirera de la formule $\pi = r'' \cos. \frac{1}{2} v''$, à moins que dans les calculs précédens on ne pousse la précision jusqu'aux décimales de secondes. La différence, il est vrai, ne sera pas fort considérable, mais on y désireroit une parfaite égalité.

V. Si les rayons vecteurs sont fort longs, & qu'ils varient peu durant un intervalle assez considérable de temps, il sera très-difficile de déterminer bien précisément la distance périhélie, & le lieu du périhélie & le temps du passage de la Comète par son périhélie; c'est ce que l'on a éprouvé en 1729; entre les diverses orbites qu'on a assignées à la Comète qui parut alors pendant près de six mois, on voit des 6 degrés de différence sur le lieu du périhélie, 0,55 sur la distance périhélie, & plus d'un mois sur le temps du passage.

VI. Si les latitudes géocentriques observées ont été petites, ou peu inégales, les plus légères erreurs sur ces latitudes observées en pourront occasionner de très-sensibles sur le lieu du nœud, & encore plus sur l'inclinaison de l'orbite. En général, on doit regarder comme moins précise une forte inclinaison conclue de latitudes beaucoup plus petites que cette inclinaison.

VII. Quand on a trouvé une orbite parabolique qui satisfait à deux observations, on détermine les élémens de cette orbite, & sur ces élémens on calcule une troisième longitude observée, & si la longitude ainsi calculée s'accorde avec la longitude observée, on conclut qu'on a obtenu la véritable orbite de la Comète; telle est la marche qu'on suit ordinairement. Si cependant l'on avoit trouvé une inclinaison assez forte, & que la distance de la Comète au nœud le plus voisin fût, au moment de la troisième observation, moindre que cette inclinaison, ce ne seroit pas la longitude de cette troisième observation, mais sa latitude qu'il faudroit comparer avec le résultat des élémens déterminés, pourvu du moins que le mouvement géocentrique de la Comète en latitude eût été alors bien sensible. Il faut à plus forte raison faire de même, lorsque le mouvement géocentrique de la Comète est plus grand en latitude qu'en longitude. En général, on ne risque rien de calculer en tous les cas sur les élémens déterminés, & la longitude

longitude & la latitude de la troisième observation, un résultat confirme l'autre, *quod abundat non vitiat*, on en est quitte pour une seule analogie de plus.

VIII. Il ne nous paroît pas que pour cette troisième observation, il soit à propos d'en choisir une qui ait été faite trop près du Pôle de l'Écliptique, sur-tout si ce Pôle est en-deçà de celui de l'Équateur, ou plus voisin du zénith de l'observateur, & si la Comète est ou en conjonction ou en opposition avec le Soleil. Sans parler de la difficulté qu'il y a de l'observer dans ces circonstances, & de l'erreur presque inévitable des observations, une erreur de quelques secondes dans le lieu du Soleil tiré des Tables, & par conséquent dans l'angle de commutation peut en occasionner une de plusieurs minutes dans celui d'élongation, & une autre plus considérable encore sur la latitude géocentrique de la Comète. On en a eu un exemple à la fin de Juin & au commencement de Juillet 1770; M. Messier, quelque bon & zélé Observateur qu'il soit d'ailleurs, n'a pu donner que comme des *à-peu-près* les observations qu'il fit alors.

IX. Si les tentatives que l'on a faites pour trouver une orbite parabolique qui satisfasse à toutes les observations ont été sans succès, que telle orbite qui représente assez bien les premières observations ne s'accorde pas avec les dernières, qu'une autre orbite qui convient à celles-ci ne puisse s'appliquer aux premières, qu'entre ces observations extrêmes, il y en ait même d'intermédiaires qui ne puissent se concilier avec aucune de ces deux orbites; il faut en conclure que l'orbite de cette Comète étoit sensiblement différente d'une parabole. Les calculs que l'on aura faits auront du moins procuré une détermination approchée du lieu du nœud & de l'inclinaison. On partira de ces données approchées pour déterminer la nature & les vrais élémens de l'orbite; c'est ce que nous avons fait au *Problème XIX* pour la Comète de 1770.

P R O B L È M E XXIII.

*Déterminer la chute parabolique des Comètes vers le Soleil,
& en construire l'Échelle.*

CE Problème curieux est de Lambert. Pour concevoir son objet, rappelons-nous ce que nous avons dit d'après ce Géomètre, au *Problème XIII*, que θ , ou le temps écoulé entre deux observations, étoit

$$= \frac{n}{3\sqrt{2}} \left[\left(\frac{r' + r'' + c}{2} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r' + r'' - c}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right].$$

De ce beau théorème, il est facile de conclure que le temps θ qu'une Comète emploie à parcourir un arc parabolique quelconque ne dépend que de la somme des deux rayons vecteurs qui terminent cet arc, & de la longueur de la corde qui joint les extrémités de ces rayons. On pourroit à la corde substituer l'angle formé par les deux rayons, & l'on auroit

Lamb. §. 79. $\theta = \frac{n}{3\sqrt{2}} \left[r' + r'' + \sqrt{(r' r'')} \cos. \frac{1}{2} \phi \right] \sqrt{r' + r''} - 2 \cos. \frac{1}{2} \phi \sqrt{(r' r'')} \right];$ mais alors il faudroit connoître de plus le produit des deux rayons.

Il suit de-là que si plusieurs Comètes parcourent des arcs de différentes paraboles, elles emploieront précisément le même temps à les parcourir, si la somme des rayons vecteurs qui terminent les arcs est égale de part & d'autre, ainsi que la corde qui soutend les arcs. De même donc qu'on a trouvé une Comète, celle de 109 jours, propre à servir, pour ainsi dire, de module, pour déterminer le rapport des anomalies vraies de toutes les Comètes avec le temps dont chaque observation précède ou suit le passage au périhélie; ne seroit-il pas possible de trouver une autre Comète qui servit pareillement à déterminer le rapport de la somme des rayons vecteurs & de leur corde avec les temps employés à parcourir les arcs? La plus simple parabole qu'on ait pu choisir pour cet effet, est celle dont le foyer & le sommet concouroient ensemble

Dans le centre du Soleil, son paramètre & la distance périhélie feroient nuls, la parabole ne feroit autre chose qu'une ligne droite $Sn m$ (fig. 33) qui se termineroit au centre du Soleil S ; une Comète qui suivroit cette parabole tomberoit directement vers le Soleil, & c'est la loi de cette chute qu'il faut déterminer.

Fig. 33.

Dans cette supposition d'une trajectoire en ligne droite, on demande combien de temps la Comète emploïroit pour parvenir de quelque point que soit m de sa trajectoire jusqu'au centre du Soleil S , ou pour parcourir $m S$. Dans cette supposition, le premier rayon vecteur est $m S = r'$; le second rayon vecteur commence & se termine en S , il est donc nul, $r'' = 0$; la corde qui joint les extrémités des rayons vecteurs est $m S = c = r'$. Donc faisant $r'' = 0$,

$$\& c = r', \text{ la formule } \theta = \frac{n}{3\sqrt{2}} \left[\left(\frac{r' + r'' + c}{2} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r' + r'' - c}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \text{ se réduit à } \theta = \frac{n}{3\sqrt{2}} r'^{\frac{3}{2}} = \frac{n}{3\sqrt{2}} r' \sqrt{r'}$$

Or ici $\theta = t$; donc $t = \frac{n}{3\sqrt{2}} r' \sqrt{r'}$; pareillement dans

$$\text{la formule } \theta = \frac{n}{3\sqrt{2}} [r' + r'' + \sqrt{(r' r'')} \cos. \frac{1}{2} \phi] \sqrt{(r' + r'' - 2 \cos. \frac{1}{2} \phi \sqrt{r' r''})},$$

tous les termes enfermés dans les parenthèses deviennent nuls, excepté r' ; la formule se réduit donc

$$\text{à } \theta = t = \frac{n}{3\sqrt{2}} r' \sqrt{r'} = \frac{n}{3\sqrt{2}} m S \sqrt{m S}.$$

On tire de cette équation $m S = \frac{18 t^{\frac{5}{3}}}{n^{\frac{5}{3}}}$, ou $\logar. m S = \frac{2}{3} \logar. t$

$$- 0,9585412.$$

Par le moyen de cette équation, on peut construire une échelle de la chute parabolique des Comètes dans le Soleil, telle que l'échelle de la figure 33. L'arc de cercle TE , représente une partie de l'orbite terrestre, & TS est la moyenne distance au Soleil. On fait une échelle particulière où TS est divisée en 100, en 1000, en 10000 parties,

Kkk ij

Fig. 33. selon la longueur qu'on veut donner à l'échelle parabolique; plus elle sera à grand point, plus elle pourra être utile. Pour marquer sur cette échelle parabolique le lieu où sera la Comète à un temps donné, comme, par exemple, 19 jours avant ou après son passage au périhélie *, on a $t = 19$ jours.

Logarithme de t 1,2787536.

Tiers de ce logarithme 0,4262512.

Ses deux tiers 0,8525024.

Otez-en le logarithme constant 0,9585412.

Il reste 9,8939612.

C'est le logarithme de 0,7834; telle est donc la distance de la Comète au Soleil, 19 jours avant ou après son périhélie, dans la supposition de $ST = 1$. Mais, comme sur l'échelle particulière, nous avons fait ST de 100, de 1000, ou de 10000 parties, il faut augmenter à proportion la distance que nous venons de trouver, & la faire de 78,34 ou de 783,4, ou enfin de 7834 parties. On marquera cette longueur sur l'échelle parabolique de S en p , & le point p sera celui de 19 jours. On déterminera de même les distances de S qui conviennent aux autres jours, & l'échelle de la chute parabolique des Comètes sur le Soleil sera construite. Nous avons terminé la nôtre à 100 jours, on peut l'étendre plus loin; si l'échelle est à grand point, on y marquera les heures au moins de trois en trois; pour le faire, on peut

abréger le calcul à l'aide de la formule $r = \frac{18 t^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{2}{3}}}$, ou

$r^3 = \frac{18 t^2}{n^2}$. Il suit de cette formule que les quarrés des temps, employés pour aller d'un point quelconque de l'échelle au centre du Soleil, sont proportionnels aux cubes des distances de ces points au Soleil. Donc si un temps est octuple

* On fait ici abstraction de l'action de la matière du Soleil qui amortiroit toute l'activité de la Comète, & ne lui permettroit certainement pas de retourner en arrière.

d'un autre temps, la distance qui lui correspond sur l'échelle sera quadruple de celle qui correspond à l'autre temps, puisque $4^3 = 8^2$. Donc le quart de la distance S 1 jour donnera la distance S 3 heures; le quart de S 2 jours donnera S 6 heures; celui de S 3 jours donnera S 9 heures, & ainsi de suite.

Corollaires du Problème précédent.

L'ÉCHELLE ainsi construite servira pour toute sorte de Fig. 33 & 34. paraboles. Soit $LANM$ (fig. 34) une parabole parcourue par une Comète, observée aux points M & N ; A est le sommet de la parabole; S son foyer; Tt partie de l'orbite terrestre, dont le rayon est égal à ST de la figure 33; on connoît les rayons vecteurs SM , SN , l'angle MSN qu'ils comprennent, & par conséquent la corde MN est aussi donnée, on veut par le moyen de l'échelle parabolique déterminer le temps employé à parcourir l'arc MN .

Portez le plus petit rayon vecteur SN sur le plus grand SM , de S en n . Divisez nM en deux parties égales au point g ; il est manifeste que Sg sera la demi-somme des rayons vecteurs SM , SN . Divisez pareillement la corde MN en deux également au point G ; portez la demi-somme Sg sur l'échelle, figure 33, de S en g , le point g tombera vers 32 jours; de ce point g portez, de part & d'autre, la distance gm & gn égale à la demi-corde MG de la figure 34, m tombera sur 56 jours, & n sur 10 jours & demi. La différence entre ces deux nombres de jours, est 45 jours & demi; ce sera le temps que la Comète aura employé à parcourir l'arc MN . En effet, par construction, la somme des rayons vecteurs $Sm + Sn$ de la parabole de la figure 33 est égale à la somme des rayons vecteurs $SM + SN$ de la figure 34, & la corde mn est pareillement égale à la corde MN ; donc les temps employés à parcourir les arcs MN & mn sont nécessairement égaux. Or la chute parabolique de la figure 33 de m en n est manifestement de 45 jours & demi; donc le mouvement de la Comète le long de l'arc parabolique MN de la figure 34 a dû pareillement durer 45 jours & demi.

Fig. 33 & 34.

Si l'angle formé par les deux rayons vecteurs avoit sa pointe tournée du côté du sommet A de la parabole, tel que seroit l'angle MSL , ou, ce qui revient au même, si le mouvement de la Comète dans l'intervalle des deux observations avoit excédé 180 degrés, au lieu de prendre la différence des deux nombres de jours marqués sur l'échelle $Sm - Sn$, il faudroit prendre leur somme $Sm + Sn$, & l'on auroit également le temps employé à parcourir l'arc MAL .

Si l'on veut déterminer le temps que met la Comète à aller d'un point quelconque M de son orbite au point m qui lui est directement opposé, on a dans ce cas $SM = r'$, $Sm = r''$, $Mm = c = r' + r''$; donc $\frac{r' + r'' + c}{2} = c = Mm$, & $\frac{r' + r'' - c}{2} = 0$. Donc il suffira de porter la corde entière Mm sur l'échelle de la chute parabolique; elle s'étendra depuis S jusqu'au point de 65 jours; la Comète aura donc employé 65 jours pour aller du point M au point m qui lui est directement opposé. Mais il faut convenir que ceci ne peut avoir dans la pratique aucune utilité réelle.

On observe quelquefois une Comète dans ses deux nœuds, quoique cela soit extrêmement rare; on connoît par conséquent l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations; ce temps, supposé de 28 jours, tombe sur l'échelle au point q ; la distance Sq sera la longueur de la ligne des nœuds. Le calcul peut aussi donner cette longueur No , par la formule $No^3 = c^3 = \frac{18 \theta^2}{n^2}$.

Qu'on ait donc observé, de la Terre placée en θ , la Comète par le rayon visuel θN , la Comète n'ayant aucune latitude. Que plusieurs jours après la Terre ait passé en t , & que de-là on ait observé une seconde fois la Comète sans aucune latitude par le rayon visuel to . Pour avoir la position de la ligne des nœuds, il suffiroit de tirer entre les rayons visuels

ON & to une ligne qui passe par le foyer S , & qui soit de la longueur qu'on vient de déterminer, Sq fig. 33, ou No fig. 34. La position de la ligne des nœuds étant ainsi déterminée, aussi-bien que le foyer, on connoîtroit les deux rayons vecteurs SN & So , & l'on construïroit la parabole par le Problème XIV; on détermineroit le lieu du périhélie, la distance périhélie, le temps du passage au périhélie, le lieu des nœuds; l'inclinaison seule de l'orbite resteroit inconnue. Lambert remarque avec raison que le Problème de tirer une ligne donnée de longueur entre deux lignes données de position, est susceptible de plusieurs solutions; que deux de ces solutions satisfont seules à la condition de passer par le Soleil, unique foyer des orbites cométaires; que chacune de ces deux solutions peut appartenir à deux orbites différentes, ce qui produit quatre solutions possibles du même Problème. Aussi M. du Séjour, n'ayant aucune connoissance de l'ouvrage de Lambert, ayant entrepris analytiquement l'examen du Problème de la détermination de l'orbite d'une Comète observée dans ses deux nœuds, n'a pu y parvenir que par une équation du quatrième degré. Si l'on vouloit employer la méthode de Lambert pour résoudre ce Problème, il faudroit recourir à une troisième observation; elle serviroit à déterminer à laquelle des quatre solutions possibles il faut donner la préférence, & l'on en concluroit de plus l'inclinaison de l'orbite.

Fig. 33 & 34.

Lambert paroît regarder la construction de son échelle de la chute parabolique des Comètes, comme abrégeant considérablement le calcul. Cela peut être vrai à certains égards, la main est plus expéditive en mesurant avec le compas, qu'en calculant avec des Tables de logarithmes; mais d'un autre côté, l'opération avec le compas peut-elle être aussi exacte que le résultat d'un bon calcul? Le calcul poussera la précision jusqu'aux secondes, jusqu'aux fractions de secondes même, s'il est nécessaire. L'échelle de la chute parabolique, à quel-que grand point qu'on la suppose, pourra-t-elle atteindre à une telle précision? Lambert, pour faciliter la construction

de l'échelle, donne une Table des distances au Soleil correspondantes au temps; mais il ne divise les jours que de trois heures en trois heures, encore cette division ne s'étend-elle que jusqu'à 10 jours; depuis 13 jours jusqu'à 100 jours, où la Table se termine, les jours ne sont point divisés. Et en effet, vers 45 jours & au-delà, l'intervalle d'un jour à l'autre n'occupe pas la dix-millième partie de l'échelle; comment diviser un si petit espace en heures, minutes & secondes? M. Schulze a donné à cette Table une autre forme, & l'a étendue fort au-delà de 100 jours; vu le détail où il est entré, la Table peut être utile, non pour construire une échelle de chute parabolique, mais pour calculer les intervalles de temps écoulés entre les deux observations, d'après les rayons vecteurs donnés ainsi que la corde qui les termine. Nous donnerons cette Table, & nous en expliquerons l'usage; la construction d'ailleurs est fondée sur les principes établis dans le *Problème précédent*.

P R O B L È M E X X I V.

De la construction d'une Échelle de chute elliptique & hyperbolique.

IL est démontré que les ellipses, dont les grands axes sont égaux, sont isochrones, c'est-à-dire, que les Comètes qui les parcourent, achèvent en temps égaux leurs révolutions périodiques; car, puisque $\Theta = A^{\frac{3}{2}}$, si les A sont égaux, les Θ le sont pareillement. On démontre aussi que si deux Comètes parcourent deux arcs de leurs trajectoires, tels que la somme des rayons vecteurs extrêmes, & la corde qui soutend les arcs soient égales de part & d'autre, les Comètes emploient des temps égaux à parcourir ces arcs. En cela les trajectoires elliptiques conviennent avec les trajectoires paraboliques. Soit donc

Fig. 35.

$ANMB$ (fig. 35) une demi-ellipse, dont S est le foyer; AB le grand axe; SM, SN deux rayons vecteurs donnés de longueur & de position, donc la corde MN est aussi donnée. Du centre du Soleil S , élevez une ligne Sb égale
au

au grand axe AB ; cette ligne pourra passer pour une ellipse Fig. 35.
dont le sommet & le foyer concourront dans le centre du Soleil S , dont le paramètre & le petit axe seront $= 0$. Cette nouvelle ellipse Sb aura son grand axe Sb égal au grand axe AB de l'ellipse AMB ; donc les temps de la révolution périodique seront égaux dans l'une & l'autre ellipse. Divisez la corde MN en deux également au point G ; portez sur la ligne Sb , la longueur Sg , égale à la moitié de la somme des rayons vecteurs $= \frac{SM + SN}{2}$, & de g mar-

quez de part & d'autre $gm, gn = \frac{1}{2}MN = GM$. Une Comète qui parcourroit l'arc MN de l'ellipse AMB , emploïroit autant de temps à faire ce trajet, qu'une autre Comète qui tomberoit directement vers le Soleil, en mettroit pour décrire la partie mn de l'ellipse rectiligne Sb , vu que la somme des rayons vecteurs $SM + SN, Sm + Sn$, seroit égale de part & d'autre, ainsi que les cordes MN, mn . Si donc on peut construire une échelle de chute elliptique, comme nous en avons construit une de chute parabolique, cette échelle pourra servir de module pour d'autres ellipses, mais non pas pour toutes. La raison de la restriction est que toutes les paraboles sont des courbes semblables; mais il n'en est pas de même des ellipses, les unes sont plus allongées que les autres, leurs grands axes sont plus ou moins longs; or le grand axe réglant le temps de la révolution périodique, il influe aussi nécessairement sur la durée du temps employé à parcourir chaque partie de l'ellipse. On peut cependant construire une échelle générale; mais on ne la rapportera pas à la mesure commune. La mesure ou le module pour chaque ellipse sera son grand axe divisé en 100, 1000 ou 10000 parties. Cela posé, soit donnée la distance r' d'un point quelconque de l'ellipse, ou de l'échelle Sb au centre du Soleil S , on demande combien de temps la Comète emploïra à tomber du point m au centre du Soleil? On le déterminera par la série suivante, dans laquelle A exprime l'axe entier $Sb = AB$.

$$t' = \frac{n}{2\sqrt{2}} \left(\frac{2}{3} r'^{\frac{3}{2}} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 5 \cdot A} r'^{\frac{5}{2}} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot A^2} r'^{\frac{7}{2}} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 9 \cdot A^3} r'^{\frac{9}{2}} + \&c. \right)$$

Fig. 35. Pareillement on aura le temps de la chute de la Comète, depuis n jusqu'à S , nommant r'' la distance nS par une série absolument semblable. On peut exprimer cette série en nombres, comme il suit,

$$t = 27,403862 r^{\frac{3}{2}} + 8,2211604 \frac{r^{\frac{5}{2}}}{A} + 4,4041939 \frac{r^{\frac{7}{2}}}{A^2} + 2,8545693 \frac{r^{\frac{9}{2}}}{A^3} \&c.$$

Il est clair par la construction de la figure, que $r' = Sm = \frac{1}{2}(SM + SN + MN)$, & que $r'' = Sn = \frac{1}{2}(SM + SN - MN)$, & qu'enfin $mn = MN$. Donc θ étant l'intervalle de temps employé à parcourir l'arc MN , on aura

$$\theta = 27,403862 (r'^{\frac{3}{2}} - r''^{\frac{3}{2}}) + 8,2211604 \left(\frac{r'^{\frac{5}{2}} - r''^{\frac{5}{2}}}{A} \right) + 4,4041939 \left(\frac{r'^{\frac{7}{2}} - r''^{\frac{7}{2}}}{A^2} \right) + 2,8545693 \left(\frac{r'^{\frac{9}{2}} - r''^{\frac{9}{2}}}{A^3} \right) + \&c.$$

Cette série est toujours très-convergente.

Il paroît que d'après ces principes, & quelques autres que l'on peut voir plus en détail dans la quatrième Section de l'ouvrage de Lambert, sur les *Propriétés de l'orbite des Comètes*, on pourroit former une Table de la chute elliptique des Comètes. Lambert l'a fait; mais son but n'a été que de construire une échelle analogue à celle qu'il avoit construite pour la chute parabolique. M. Schulze en a donné une autre, imprimée parmi les Tables de Berlin; celle-ci est destinée à faciliter le calcul des temps, elle est dans une autre forme, plus détaillée & beaucoup plus étendue. Cette Table ne peut servir pour toutes les ellipses, leurs grands axes ne sont pas les mêmes, non plus que les temps de leurs révolutions périodiques; son usage n'est donc que d'aider à dresser des Tables particulière

pour chaque Comète dont on connoîtroit le grand axe. L'extrême rareté des occasions d'employer cette Table de M. Schulze, & la considération que nous pouvons suppléer à son défaut par des moyens au moins aussi sûrs & beaucoup plus expéditifs, nous ont paru des motifs suffisans pour nous dispenser d'insérer cette Table parmi celles que nous donnons à la fin de cet Ouvrage.

La série ci-dessus pour θ , suppose l'angle MSN moindre que 180 degrés; s'il étoit plus fort, c'est-à-dire, s'il tournoit la pointe du côté du sommet A , ou ce qui revient au même, si la route de la Comète MN excédoit 180 degrés, il faudroit mettre par-tout $r' + r''$ au lieu de $r' - r''$.

Ces mêmes séries peuvent aussi servir à construire une échelle & une Table de chutes hyperboliques; mais pour l'hyperbole, il faut affecter du signe $-$ tous les termes pairs, le second, le quatrième, &c.

PROBLÈME XXV.

Deux rayons vecteurs étant donnés de longueur & de position, avec la longueur du grand axe, décrire l'ellipse.

S (fig. 35) est nécessairement un des foyers. Otez chaque rayon vecteur SM , SN du grand axe; des deux restes respectifs, comme rayons & des points M & N , comme centres, tracez deux arcs de cercle; le point F de leur intersection sera par la nature de l'ellipse le second foyer. Tirez indéfiniment la ligne FS , elle sera le grand axe, & C , milieu de FS sera le centre de l'ellipse. De part & d'autre de C , marquez CA , CB , égaux à la moitié du grand axe, dont la longueur est donnée; les points A , B seront les sommets de l'ellipse, A le périhélie, B l'aphélie. Des foyers S & F comme centres, & du demi-grand axe AC comme rayon, faites une section vers D , CD sera le demi-petit axe, & toutes ces parties données, on achèvera facilement de tracer l'ellipse. On remarquera cependant avec Lambert, que des

Fig. 35.

points M & N & des mêmes rayons, on pouvoit faire une section en f aussi-bien qu'en F ; alors f auroit été le second foyer, & l'on auroit tracé une ellipse différente de la première, & qui auroit rempli toutes les conditions du Problème. Le Problème a donc deux solutions, & l'on a besoin d'une troisième observation, ou de quelqu'autre considération pour se décider sur celle qu'il faut choisir.

A P P E N D I C E

SUR LES PERTURBATIONS DES COMÈTES.

LES Problèmes précédens supposent que l'action seule du Soleil retient les Comètes dans leurs orbites; mais la loi de l'attraction est universelle, ces Astres pendant tout le cours de leur révolution sont pareillement soumis à l'action des Planètes, & même à celle des Comètes, au voisinage desquelles ils peuvent se rencontrer; ces différentes actions troublent leur orbite de différentes manières, accélèrent ou retardent le mouvement de l'Astre, altèrent l'excentricité de l'orbite, modifient la distance périhélie, changent le lieu des nœuds & l'inclinaison. On ne peut apprécier l'action des Comètes sur les Comètes; pour le faire, il faudroit connoître la densité de ces Astres, & la nature de leur orbite; d'ailleurs, une Comète peut en rencontrer d'autres qui ne nous ont point été, ou qui ne nous seront point visibles. Si, comme nous le pensons, les Comètes ont très-peu de densité, leur action réciproque des unes sur les autres ne peut être sensible que dans le cas d'une très-grande proximité. On regarde aussi l'action de Mercure, de Vénus, de la Terre & de Mars sur les Comètes, comme étant ordinairement insensible; le seul cas où il faudroit en tenir compte, seroit celui où une Comète passeroit fort près d'une de ces Planètes. Il n'en est pas de même de Saturne, & sur-tout de Jupiter; ces deux grosses Planètes agissent sur les Comètes & troublent leur orbite,

même à d'assez grandes distances, parce que leur masse est comparable à celle du Soleil; elles agissent de plus sur le foyer de l'orbite de la Comète, c'est-à-dire, sur le Soleil; or elles ne peuvent agir sur le foyer sans altérer l'orbite.

Soit S (*fig. 35*) le Soleil; CAE l'orbite d'une Comète Fig. 35.
actuellement en C ; NPn l'orbite de la Planète perturbatrice
 P ; Nn la ligne des nœuds de la Planète avec l'orbite de la
Comète; Pp une perpendiculaire abaissée du lieu de la Pla-
nète P sur l'orbite de la Comète; SC rayon vecteur de la
Comète $= r$; SP rayon vecteur de la Planète $= R$; PB ,
 pB perpendiculaires sur le rayon vecteur de la Comète. Soit
de plus $pB = \gamma$, $BC = \delta$, $Pp = \beta$, la masse du Soleil
 $= M$, & celle de la Planète perturbatrice $= m$, & enfin
la distance PC de la Comète à la Planète $= D$.

Il est clair que la Planète agit sur la Comète avec une
force $= \frac{m}{D^2}$; or cette force se peut décomposer en trois
autres; la première agit dans le sens de la perpendiculaire
 Pp , elle tend à rapprocher la Comète du plan de l'orbite
de la Planète, & par conséquent à changer le lieu du nœud
& l'inclinaison de l'orbite; elle est $= \frac{m\beta}{D^3}$; la seconde
force $= \frac{m\gamma}{D^3}$ agit dans le sens de la perpendiculaire pB ,
donc perpendiculairement au rayon vecteur r , son principal
effet est donc de rétrécir ou d'élargir l'orbite de la Comète.
Enfin, la troisième force $BC = \frac{m\delta}{D^3}$ agit dans le sens du
rayon vecteur, qu'elle augmente ou qu'elle diminue selon la
direction du mouvement de la Comète, & sa situation rela-
tivement à la Planète perturbatrice.

La force pC peut encore se diviser en deux autres forces;
qu'à l'extrémité du rayon vecteur SC (*fig. 36*), on tire la Fig. 36.
tangente CT ; que de p on abaisse sur cette tangente la perpen-
diculaire pG , & qu'on achève le rectangle $pGCH$, la force
 pC le décomposera en deux; l'une agira selon CH ; l'autre

Fig. 36. dans le sens de la tangente CG . Il est clair que l'effet de celle-ci sera de retarder le mouvement de la Comète ou de l'accélérer, suivant les diverses circonstances; l'expression de cette force est $\frac{m}{pC^3} \cos. pCT$, & l'expression de la force qui agit selon CH pour élargir ou rétrécir l'orbite, est $\frac{m}{pC^3} \sin. pCT$.

La Planète perturbatrice n'agit pas seulement sur la Comète, elle étend son action jusqu'à son foyer qu'elle déplace; il s'ensuit que la Comète est plus ou moins près du Soleil, & que son orbite est autrement disposée par rapport au foyer; il faut tenir compte de cet effet. On a coutume de regarder le Soleil comme fixe, & de rapporter aux Astres les légères variations que son lieu éprouve. Il faudra donc calculer les effets de l'action de la Planète perturbatrice sur le Soleil, & les rapporter à la Comète. Sa force absolue sur le Soleil est

Fig. 35. $\frac{m}{R^2}$; il faut également décomposer cette force; l'action suivant Pp sera exprimée par $\frac{m\beta}{R^3}$, celle suivant pB aura pour expression $\frac{m\gamma}{R^3}$, & enfin celle qui agit suivant BS , ou dans le sens du rayon vecteur de la Comète sera $\frac{m(r-d)}{R^3}$. Transportant ces effets à la Comète, les actions totales de la Planète perturbatrice sur la Comète seront, suivant Pp , $\frac{m\beta}{D^3} \pm \frac{m\beta}{R^3}$; celle selon pB , $\frac{m\gamma}{D^3} \pm \frac{m\gamma}{R^3}$; enfin celle qui agit dans le sens du rayon vecteur $\frac{m\delta}{D^3} \pm \frac{m(r-d)}{R^3}$.

Il s'agiroit maintenant d'appliquer ces valeurs aux différentes distances de la Comète à la Planète perturbatrice, d'apprécier le retardement & l'accélération du mouvement de la Comète dans toutes les parties de son orbite, durant les espaces de temps qu'elle emploie à parcourir ces différentes

parties, & de déterminer les altérations qui en doivent résulter dans tous les élémens de cette orbite. C'est à quoi l'on n'a pu encore parvenir qu'avec le secours du Calcul intégral. Un tel calcul doit nécessairement être long & pénible; le célèbre Clairaut en a osé frayer le premier la route, & qui plus est, aidé du travail de M. de la Lande, il l'a exécuté par rapport à la Comète de 1759. Nous nous dispensons d'exposer sa méthode; nous ne pourrions le faire sans copier en entier sa *Théorie des mouvemens des Comètes*, imprimée à Paris en 1760. Nous nous trouvons donc forcés de renvoyer nos Lecteurs à cet excellent Ouvrage.

EXPLICATION DES TABLES SUIVANTES.

L'USAGE de la première est de réduire les heures, minutes & secondes en décimales de jour, & les décimales de jour en heures, minutes & secondes. On cherche dans la première colonne les heures, puis les minutes, enfin les secondes données; vis-à-vis dans la seconde colonne, on trouve les décimales correspondantes. On ajoute ces trois décimales en une somme, & l'on a le temps donné converti en décimales de jour; on veut réduire en décimales $17^h 27' 44''$. La Table donne

Vis-à-vis de 17 heures.....	0,708333.
Vis-à-vis de 27 minutes.....	0,018750.
Vis-à-vis de 44 secondes.....	0,000509.
<hr/>	
La somme est.....	0,727592.
Donc $17^h 27' 44''$ équivalent à.....	0,727592.

Si l'on veut au contraire réduire un nombre donné de décimales en heures, minutes & secondes, il faut chercher dans la seconde colonne de la partie des heures le nombre donné, s'il s'y trouve, ou le plus grand nombre contenu dans le nombre donné, & marquer à côté de ce nombre trouvé

les heures correspondantes. On retranchera ce nombre trouvé du nombre donné, & l'on cherchera le reste dans la seconde colonne de la partie des minutes; s'il ne s'y trouve pas juste, on prendra du moins le plus grand nombre contenu dans ce reste, & l'on marquera à côté de ce nombre les minutes qui lui correspondent dans la première colonne. Ayant ôté ce plus grand nombre du premier reste, le second reste qu'on obtiendra, ou le nombre qui en approchera le plus, étant cherché dans la seconde colonne de la partie des secondes, donnera le nombre de secondes qu'il faut ajouter aux heures & aux minutes déjà trouvées, & le Problème sera résolu. On veut convertir en heures, minutes & secondes, la fraction décimale 0,597632.

Fraction donnée.....	0,597632.
Plus grand nombre de la Table, contenu...	0,583333.

Ce plus grand nombre répond à 14 heures,

Otant ce plus grand nombre de la fraction donnée, on a pour reste.....	0,014299.
Plus grand nombre contenu dans ce reste...	0,013889.

Ce nombre répond à 20 minutes.

Otez ce nombre du premier reste, il restera.	0,000410.
--	-----------

Dans la seconde colonne de la partie des secondes, le nombre le plus approchant de ce second reste est 0,000405; & ce nombre répond à 35 secondes. Donc la fraction donnée 0,597632 équivaut à 14^h 20' 35",

TABLE II. La seconde Table, intitulée *du mouvement des Comètes dans une orbite parabolique* avoit été publiée d'abord par Halley, dans sa *Cométographie*. L'Abbé de la Caille dans ses *Leçons d'Astronomie*, lui avoit donné une forme beaucoup plus commode. M. de la Lande dans son *Astronomie*, tome III, page 335, l'avoit considérablement étendue, & ce n'étoit pas sans nécessité. L'auteur des Tables de Berlin a encore ajouté au travail de M. de la Lande. Nous avons vérifié

vérifié une très-grande partie des nombres déterminés par ces deux Auteurs, & nous ne les avons pas toujours trouvés de la plus grande précision. Il est cependant vrai que dans la Table de M. de la Lande, nous n'avons trouvé, jusqu'à trois mille jours, que des erreurs d'une seconde, & très-rarement des erreurs de deux secondes. Passé trois mille jours, les erreurs vont quelquefois à huit secondes. Quant à la partie que M. Schulze a ajoutée à la Table de M. de la Lande, nous ne l'avons pas trouvée aussi précise; les erreurs vont quelquefois jusqu'à 20 & 24 minutes. Nous avons donc cru, vu l'extrême utilité de cette Table, devoir la retravailler en entier. Nous l'avons même augmentée considérablement, tant pour ne pas laisser trop de différence entre les différences premières, qu'afin d'éviter un inconvénient qui s'est présenté à nous. Nous voulions chercher l'anomalie vraie de la Comète de 1680 au temps de ses dernières observations; la Table de M. de la Lande ne s'étendoit pas jusque là.

Quant à l'usage de cette Table, nous l'avons expliqué en partie au Problème I. Le temps écoulé entre une observation & le passage de la Comète par son périhélie étant donné, ainsi que la distance périhélie de la Comète, on demande l'anomalie vraie de la Comète au moment de cette observation. Au logarithme de la distance périhélie, ajoutez la moitié de ce même logarithme; ôtez la somme du logarithme des jours écoulés; le reste sera le logarithme d'un nombre de jours que vous chercherez dans la Table, & vous trouverez vis-à-vis l'anomalie vraie correspondante, en prenant, s'il en est besoin, la partie proportionnelle convenable. Si la caractéristique du logarithme de la distance périhélie est 9, ou 8, ou 7, pour prendre la moitié de ce logarithme, il faut supposer la caractéristique précédée de l'unité. Le logarithme de la distance périhélie de la Comète de 1769, étoit 9,0886320, suivant M. Euler, on demande quelle étoit son anomalie vraie, 50 jours avant ou après son passage au périhélie?

Logarithme de la distance périhélie.....	9,0886320.
Moitié de ce logarithme.....	9,5443160.
Somme.....	8,6329480.
Logarithme de 50 jours.....	1,6985700.
Otez-en la somme susdite.....	8,6325480.
Il reste.....	3,0660220.

C'est le logarithme de 1164,185 jours.

Cherchez ce nombre de jours dans la *Table générale*; il ne s'y trouve pas; mais à 1160 jours, répondent $145^d 16' 49''$ d'anomalie vraie, & pour 1165 jours, l'anomalie vraie est de $145^d 20' 7''$. La différence des jours est 5, celle des anomalies est $3' 18''$. Dites

$$15 \text{ jours} : 3' 18'' = 198'' : 4,185 \text{ jours} : 166'' = 2' 46''.$$

C'est donc $2' 46''$ qu'il faut ajouter à $145^d 16' 49''$, anomalie vraie correspondante à 1160 jours, & l'on aura $145^d 19' 35''$ pour anomalie vraie correspondante à 1164,185 jours de la Table, ou pour 50 jours naturels écoulés avant ou après le passage de la Comète de 1769 par son périhélie.

Si l'on connoissoit au contraire l'anomalie vraie d'une Comète à un instant donné, & qu'on desirât de connoître l'intervalle de temps qui a dû s'écouler entre ce moment & le passage de la Comète par son périhélie, on pourroit employer la même Table, mais dans un ordre inverse. On chercheroit dans la Table, l'anomalie donnée, & l'on trouveroit à côté le nombre des jours qui répondent à cette anomalie, prenant, s'il le faut, une partie proportionnelle convenable. Au logarithme de la distance périhélie, ajoutez la moitié de ce logarithme, & le logarithme du nombre de jours trouvé dans la Table, la somme sera le logarithme du nombre de jours écoulés entre le passage au périhélie & l'observation. On fait, par exemple, qu'à un instant donné, l'anomalie vraie de la Comète de Halley, en 1759, étoit

de $64^d 36' 37''$; on demande de combien de jours cet instant donné précédoit ou suivoit celui du passage de la Comète par son périhélie? Soit le logarithme de la distance périhélie 9,766033, tel que l'a déterminé l'Abbé de la Caille. L'anomalie vraie donnée $64^d 36' 37''$ ne se trouve pas directement dans la Table; mais on y trouve $64^d 29' 47''$, & $64^d 40' 28''$; la première de ces deux anomalies répond à 58,75 jours, & la seconde à 59,0 jours. L'anomalie donnée est entre ces deux anomalies de la Table, & elle excède la première de $6' 50''$, ou de $410''$, les deux anomalies de la Table diffèrent entr'elles de $10' 41''$, ou de $641''$, & la différence des temps correspondans est 0,25. Dites

$$641'' : 0,25 :: 410 : 0,15991.$$

C'est donc 0,15991 qu'il faut ajouter au temps de la Table qui répond à la première anomalie $64^d 29' 47''$, ou à 58,75 jours, & la somme 58,90991 fera le nombre de jours qui selon la Table répond à l'anomalie vraie donnée.

Ajoutez au logarithme de 58,90991.....	1,7701883.
Le logarithme de la distance périhélie.....	9,7660330.
Plus la moitié de ce dernier logarithme....	9,8830165.
Somme.....	<u>1,4192378.</u>

Cette somme est le logarithme de 26,25656, nombre de jours écoulés entre l'instant du passage au périhélie, & celui où la Comète avoit $64^d 36' 37''$ d'anomalie vraie.

Nous avons dit au *Problème XIII*, que la *Table générale* pouvoit toujours servir pour déterminer l'anomalie vraie, d'après la connoissance supposée de l'intervalle de temps jusqu'au périhélie; mais qu'il n'en étoit pas de même de la proposition inverse; que lorsqu'il s'agissoit de déterminer cet intervalle de temps, d'après l'anomalie vraie donnée, l'usage de la Table ne s'étendoit que jusqu'à 90 degrés d'anomalie vraie, & c'est ce qu'en effet on dit ordinairement. Nous

devons cependant avertir que cela n'a lieu strictement que pour les Comètes dont la distance périhélie est à-peu-près égale à la distance moyenne de la Terre au Soleil ; si la distance périhélie est plus grande, l'usage de la Table ne s'étend pas jusqu'à 90 degrés ; au contraire, plus la distance périhélie est petite, plus l'usage de la Table est étendu.

Nous avons calculé la petite Table ci-jointe ; dans la première colonne sont différentes distances périhélie π ; dans la seconde sont les anomalies vraies v , jusqu'auxquelles peut s'étendre l'usage de la *Table générale*, pour conclure l'intervalle de temps jusqu'au périhélie, de l'anomalie vraie donnée ; ainsi lorsque la distance périhélie est de 0,25, l'usage de la Table s'étend jusqu'à 130 degrés d'anomalie vraie ; il s'étendrait bien plus loin, si la

π .	v .
0,25	130 ^d
0,50	118
0,80	100
1,00	90
1,20	80
1,50	65
2,00	50

distance périhélie étoit encore moindre. Lorsque l'on ne peut plus recourir à la Table, il faut chercher l'intervalle de temps jusqu'au périhélie, par la méthode directe que nous avons proposée au *Problème XIII*. Nous avons appliqué cette méthode à un exemple, au *Problème XXI*. Nous connoissons l'anomalie vraie de la Comète de 1769, le 21 Août, & nous desirions savoir combien il devoit encore s'écouler de temps jusqu'à son passage au périhélie. L'anomalie vraie étoit de 144^d 38' 28" ; nous avons cru cette anomalie trop forte pour permettre l'usage de la *Table générale* ; le calcul nous a donné 46,91356 jours de distance au périhélie ; or cette distance auroit été trouvée par la Table de 46,91358 jours ; la différence n'est que de 0,00002, ce qui ne fait pas deux secondes entières de temps. Il est vrai que la distance périhélie de cette Comète excédoit peu 0,12, & que d'ailleurs l'erreur de la Table pouvoit, en d'autres circonstances analogues, être plus considérable ; cette erreur cependant, à l'anomalie vraie donnée, ne pouvoit excéder 46 secondes de temps, objet que beaucoup de

Calculateurs croiroient pouvoir négliger, les observations ne comportant point une aussi grande précision. Les limites même que nous avons assignées dans la petite Table ci-dessus, peuvent quelquefois produire des erreurs d'environ 30" de temps; ceux qui desireront plus de précision, peuvent recourir à la méthode du *Problème XIII*, ou du moins retrancher 15 ou 20 degrés des limites assignées dans la petite Table. On peut aussi avoir recours à la *Table IV*, lorsque la *Table II* se trouve en défaut.

Nous avons suffisamment expliqué aux *Problèmes VI, VII* TABLE III. & *XV*, la construction & l'usage de la *Table III*, pour déterminer le rapport des anomalies vraies & des rayons vecteurs répondant à un même intervalle de temps depuis le périhélie, dans une parabole & une ellipse ayant même foyer & même sommet.

La *Table IV* est fondée sur les principes établis au *Pro-* TABLE IV.
blème XXIII; l'objet est à-peu-près le même que celui de la *Table II*, de déterminer le temps écoulé entre deux observations; mais dans la *Table II*, on suppose les anomalies vraies connues, dans celle-ci ce sont les deux rayons vecteurs, ou du moins leur somme & la corde qui unit leurs extrémités, qu'on suppose données. La *Table II* est certainement d'un usage plus expéditif que la *Table IV*, lorsqu'on peut en faire usage; mais cet usage est borné, comme nous l'avons vu, & celui de la *Table IV* ne l'est point. La construction de cette *Table IV* est fondée sur l'équation $t = \frac{n}{3\sqrt{2}} r\sqrt{r}$;

ici r n'est pas le rayon vecteur de la véritable parabole que parcourt la Comète, mais celui de la parabole rectiligne ou de l'échelle de la chute parabolique Snm (*fig. 33*); c'est la distance des points n, p, q, m , &c. de cette échelle au centre du Soleil S . Pour avoir donc les logarithmes des temps correspondans à ces distances, il faut au logarithme de chaque distance, ajouter la moitié de ce logarithme & le logarithme constant 1,4378117. Par exemple, pour avoir le temps

correspondant à la distance 0,02,

Au logarithme de 0,02.....	8,3010300.
Ajoutez la moitié de ce logarithme.....	9,1505150.
Plus le logarithme constant.....	1,4378117.
Somme ou logarithme du temps cherché...	<u>8,8893567.</u>

C'est le logarithme de 0,077510, temps correspondant à la distance 0,02; c'est par ce procédé que nous avons calculé de nouveau la *Table IV*, nous étant aperçus qu'il étoit échappé à M. Schulze quelques erreurs.

Voici maintenant l'usage de cette Table; les deux rayons vecteurs de la véritable parabole r' & r'' & la corde c sont donnés. Faites-en deux distances, la première $= \frac{1}{2}(r' + r'' + c)$, la seconde $= \frac{1}{2}(r' + r'' - c)$. Cherchez dans la Table les temps correspondans à ces deux distances; prenez leur différence, si le mouvement de la Comète dans l'intervalle des deux observations est moindre que 180 degrés; ou s'il les excède, prenez leur somme, & vous aurez le temps écoulé entre les deux observations.

Aux temps de la Table nous avons joint leurs premières différences; mais ces premières différences ne suffisent pas pour prendre les parties proportionnelles, sur-tout lorsque les distances sont peu considérables; on peut alors recourir aux secondes différences. Il faut pour cela prendre, 1.^o la partie proportionnelle à l'ordinaire par une simple règle de trois; 2.^o prenez la différence entre la distance donnée, & celle qui la précède immédiatement dans la Table, que cette différence soit nommée p ; 3.^o prenez pareillement la différence entre la distance donnée & celle qui suit dans la Table, & nommons cette différence q . Pour prendre ces différences, il faut regarder les distances marquées dans la Table, comme exprimées en nombres entiers, de manière que leur différence soit 1, & non 0,01. Cela posé, q sera le supplément de p à l'unité; 4.^o écrivez la première différence qui vous a

fourni la partie proportionnelle, la première différence précédente & la première différence suivante dans la Table, & prenez les différences de ces trois différences premières; cela vous procurera deux secondes différences, entre lesquelles vous prendrez un milieu que je nomme *m*. Or $\frac{1}{2} p q m$ est une quantité, que dans le cas présent, il faut toujours retrancher de la partie proportionnelle trouvée d'abord. Un exemple éclaircira ceci.

On demande le temps qui répond à la distance 0,2147; le temps qui répond à 0,21 est 2,637185 jours, & celui qui répond à 0,22 est 2,827781; la première différence entre ces deux temps est 0,190596. Prenez la partie proportionnelle à l'ordinaire, en disant

$$0,01 : 0,190596 :: 0,0047 : x.$$

Ou plutôt, regardant les distances de la Table comme exprimées en nombres entiers, & non en fractions centésimales,

$$1 : 0,190596 :: 0,47 : x = 0,089580.$$

0,89580 feroit donc le nombre qu'il faudroit ajouter à 2,637185 pour avoir proportionnellement le nombre de jours répondant à la distance 0,2147, si les premières différences étoient égales; mais comme elles sont très-inégales, prenez la différence entre 0,21 & 0,2147, ou plutôt entre 21 & 21,47, elle est 0,47 = *p*; prenez aussi la différence entre 21,47 & 22, elle est 0,53 = *q*. On voit que *q* est & doit toujours être le supplément de *p* à l'unité; enfin, arrangez la première différence 0,190596, celle qui précède & celle qui suit, les unes au-dessus des autres; prenez les différences de ces différences, vous aurez deux secondes différences, entre lesquelles vous prendrez un milieu, qui sera *m*.

PREMIÈRES DIFFÉRENCES.	SECONDES DIFFÉRENCES.	MILIEU ENTRE LES DEUXIÈMES DIFFÉRENC.
0,186110. 0,190596. 0,194977.	0,004486. 0,004381.	0,004433 = <i>m</i> .

Logarithme de $p = 0,47 \dots \dots \dots 9,6720979.$

Logarithme de $q = 0,53 \dots \dots \dots 9,7242759.$

Logarithme de $m = 0,004433 \dots \dots \dots 7,6466977.$

Logarithme de $pqm \dots \dots \dots 7,0430715.$

Donc $pqm = \dots \dots \dots 0,001104.$

Et $\frac{1}{2}pqm = \dots \dots \dots 0,000552.$

C'est donc 0,000552 qu'il faut ôter de 0,089580 partie proportionnelle que nous avons trouvée d'abord, & il restera 0,089028 pour véritable proportionnelle qu'il faut ajouter à 2,637185, temps répondant à la distance 0,21; & l'on aura 2,726213 jours pour le temps qui doit répondre à la distance 0,2147. Au reste, quoiqu'à l'exemple de M. Schulze, nous ayons employé & dans les nombres de la Table & dans l'exemple précédent, jusqu'à six décimales, on peut cependant dans la pratique négliger toujours la sixième décimale, puisqu'une seconde de temps ne vaut pas une unité entière de la cinquième décimale; en omettant même cette cinquième décimale, l'erreur dans le temps conclu ne pourroit jamais être que de quatre ou cinq secondes.

Lorsque la distance donnée est moindre que 0,05, il est un moyen bien plus sûr & bien plus expéditif de trouver le temps correspondant. Multipliez par 100 la distance donnée; cherchez dans la Table le temps qui répond au produit; divisez ce temps par 1000, le quotient donnera le temps demandé. Quel est le temps qui répond à la distance 0,0378?

0,0378

$0,0378 \times 100 = 3,78$. A la distance 3,78 répond dans la Table 201,395233; ce nombre divisé par 1000 donne 0,201395; c'est le temps correspondant à la distance 0,0378. S'il y avoit plus de quatre décimales à la distance donnée, il faudroit prendre le temps convenable à la distance suivante 0,0379, & une simple proportionnelle prise entre les temps répondans aux distances 0,0378 & 0,0379 satisferoit à la question avec une précision suffisante.

On pourra remarquer que quoique les nombres de la Table de M. Schulze soient ordinairement peu différens des nôtres, il est cependant extrêmement rare que nous nous rencontrions parfaitement. Il ne faut pas en conclure que M. Schulze s'est presque toujours trompé; deux causes occasionnent cette diffé-

rence; 1.^o dans l'équation $t = \frac{n}{3\sqrt{2}} r\sqrt{r}$, M. Schulze a probablement supposé, d'après Lambert, le logarithme du

coefficient $\frac{n}{3\sqrt{2}} = 1,4378118$, & je l'avois employé d'abord comme tel. Le trouvant ailleurs exprimé par 1,4378116, je l'ai calculé en supposant l'année sidérale de la Terre, de 365^j 6^h 9' 11", c'est la détermination de M. de la Lande, & c'est la plus longue année sidérale que l'on trouve dans les Tables de Berlin. En l'employant, je n'ai

trouvé le logarithme de $\frac{n}{3\sqrt{2}}$ que 1,4378116828; j'ai donc dû trouver en général les nombres de la Table un peu plus petits que ceux de M. Schulze; 2.^o m'étant servi d'abord de la Table des logarithmes, par Gardiner, j'ai voulu vérifier mes calculs par les secondes différences, elles suivoient une progression tout-à-fait irrégulière; c'est que sept décimales aux logarithmes, dont M. Schulze s'est contenté, ne suffisoient pas pour donner à cette Table toute la précision dont elle est susceptible; j'en ai employé dix, & les secondes différences suivent maintenant une marche très-satisfaisante.

Dans quelques-uns de nos Problèmes, nous avons eu

Tome II.

Nnn

TABLE V.

besoin de réduire des arcs en parties du rayon, & nous avons proposé, au *Problème XIII*, une manière de faire cette réduction; mais l'usage de notre *Table V* conduit à ce même but, d'une manière plus sûre & plus expéditive; voyez-en un exemple au même *Problème*. Si l'arc qu'on veut réduire étoit affecté de quelques décimales de secondes, il faudroit réduire ces décimales en entiers, en les multipliant par 10 ou par 100, chercher la partie du rayon qui conviendrait à ces entiers, considérés comme des secondes, & diviser cette partie du rayon par 10 ou par 100. Par exemple, $0'',8 = 0,00000388$ parties du rayon, parce que $8'' = 0,0000388$. $0'',07 = 0,000000339$, centième partie de $0,0000339$, valeur de $0'',07 \times 100$ ou de $7''$. Donc pour réduire $44' 32'',87$ en parties du rayon, nous aurions

Pour 44 minutes.	0,01279908.
Pour 32 secondes.	0,00015514.
Pour 0,8.....	0,00000388.
Pour 0,07.....	0,00000034.
Somme ou valeur de $44' 32'',87$	<u>0,01295844.</u>

TABLE I. Pour convertir les Heures, Minutes & Secondes
en décimales de jour.

Heures.	DÉCIMALES.	Minutes.	DÉCIMALES.	Minutes.	DÉCIMALES.
1	0,04166...	1	0,000694...	31	0,021527...
2	0,08333...	2	0,001388...	32	0,022222...
3	0,12500...	3	0,002083...	33	0,022916...
4	0,16666...	4	0,002777...	34	0,023611...
5	0,20833...	5	0,003472...	35	0,024305...
6	0,25000...	6	0,004166...	36	0,025000...
7	0,29166...	7	0,004861...	37	0,025694...
8	0,33333...	8	0,005555...	38	0,026388...
9	0,37500...	9	0,006250...	39	0,027083...
10	0,41666...	10	0,006944...	40	0,027777...
11	0,45833...	11	0,007638...	41	0,028472...
12	0,50000...	12	0,008333...	42	0,029166...
13	0,54166...	13	0,009027...	43	0,029861...
14	0,58333...	14	0,009722...	44	0,030555...
15	0,62500...	15	0,010416...	45	0,031250...
16	0,66666...	16	0,011111...	46	0,031944...
17	0,70833...	17	0,011805...	47	0,032638...
18	0,75000...	18	0,012500...	48	0,033333...
19	0,79166...	19	0,013194...	49	0,034027...
20	0,83333...	20	0,013888...	50	0,034722...
21	0,87500...	21	0,014583...	51	0,035416...
22	0,91666...	22	0,015277...	52	0,036111...
23	0,95833...	23	0,015972...	53	0,036805...
24	1,00000	24	0,016666...	54	0,037500...
		25	0,017361...	55	0,038194...
		26	0,018055...	56	0,038888...
		27	0,018750...	57	0,039583...
		28	0,019444...	58	0,040277...
		29	0,020138...	59	0,040972...
		30	0,020833...	60	0,041666...

Suite de la TABLE I.^{re}

Secondes.	D É C I M A L E S.	Secondes.	D É C I M A L E S.
1	0,00001157	31	0,00035880
2	0,00002315	32	0,00037037
3	0,00003472...	33	0,00038194...
4	0,00004630	34	0,00039352
5	0,00005787	35	0,00040509
6	0,00006944...	36	0,00041666...
7	0,00008102	37	0,00042824
8	0,00009259	38	0,00043981
9	0,00010416...	39	0,00045138...
10	0,00011574	40	0,00046296
11	0,00012731	41	0,00047454
12	0,00013888...	42	0,00048611...
13	0,00015046	43	0,00049769
14	0,00016204	44	0,00050926
15	0,00017361...	45	0,00052083...
16	0,00018518	46	0,00053241
17	0,00019676	47	0,00054398
18	0,00020833...	48	0,00055555...
19	0,00021991	49	0,00056713
20	0,00023148	50	0,00057870
21	0,00024305...	51	0,00059027...
22	0,00025463	52	0,00060185
23	0,00026620	53	0,00061343
24	0,00027777...	54	0,00062500...
25	0,00028935	55	0,00063657
26	0,00030093	56	0,00064815
27	0,00031250...	57	0,00065972...
28	0,00032407	58	0,00067130
29	0,00033565	59	0,00068287
30	0,00034722...	60	0,00069444...

TABLE II. ou TABLE GÉNÉRALE du mouvement des Comètes
dans une orbite parabolique.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.				D.	M.	S.	
0,00	0.	0.	0			7,00	9.	42.	37	
0,25	0.	20.	54	20.	54	7,25	10.	3.	13	20. 36
0,50	0.	41.	48	20.	54	7,50	10.	23.	48	20. 35
0,75	1.	2.	43	20.	55	7,75	10.	44.	21	20. 33
1,00	1.	23.	37	20.	54	8,00	11.	4.	53	20. 32
1,25	1.	44.	31	20.	54	8,25	11.	25.	23	20. 30
1,50	2.	5.	25	20.	54	8,50	11.	45.	52	20. 29
1,75	2.	26.	19	20.	54	8,75	12.	6.	20	20. 28
2,00	2.	47.	12	20.	53	9,00	12.	26.	46	20. 26
2,25	3.	8.	5	20.	53	9,25	12.	47.	10	20. 24
2,50	3.	28.	57	20.	52	9,50	13.	7.	33	20. 23
2,75	3.	49.	49	20.	52	9,75	13.	27.	54	20. 21
3,00	4.	10.	40	20.	51	10,00	13.	48.	13	20. 19
3,25	4.	31.	31	20.	51	10,25	14.	8.	31	20. 18
3,50	4.	52.	21	20.	50	10,50	14.	28.	47	20. 16
3,75	5.	13.	11	20.	50	10,75	14.	49.	1	20. 14
4,00	5.	34.	0	20.	49	11,00	15.	9.	13	20. 12
4,25	5.	54.	48	20.	48	11,25	15.	29.	23	20. 10
4,50	6.	15.	35	20.	47	11,50	15.	49.	32	20. 9
4,75	6.	36.	22	20.	47	11,75	16.	9.	38	20. 6
5,00	6.	57.	8	20.	46	12,00	16.	29.	42	20. 4
5,25	7.	17.	53	20.	45	12,25	16.	49.	45	20. 3
5,50	7.	38.	37	20.	44	12,50	17.	9.	45	20. 0
5,75	7.	59.	19	20.	42	12,75	17.	29.	43	19. 58
6,00	8.	20.	1	20.	42	13,00	17.	49.	39	19. 56
6,25	8.	40.	42	20.	41	13,25	18.	9.	32	19. 53
6,50	9.	1.	22	20.	40	13,50	18.	29.	24	19. 52
6,75	9.	22.	0	20.	38	13,75	18.	49.	14	19. 50
7,00	9.	42.	37	20.	37	14,00	19.	9.	1	19. 47

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.				D.	M.	S.	
14,00	19.	9.	1			21,25	28.	24.	15	
14,25	19.	28.	46	19. 45		21,50	28.	42.	41	18. 26
14,50	19.	48.	29	19. 43		21,75	29.	1.	5	18. 24
14,75	20.	8.	9	19. 40		22,00	29.	19.	25	18. 20
15,00	20.	27.	47	19. 38		22,25	29.	37.	42	18. 17
15,25	20.	47.	22	19. 35		22,50	29.	55.	57	18. 15
15,50	21.	6.	55	19. 33		22,75	30.	14.	8	18. 11
15,75	21.	26.	25	19. 30		23,00	30.	32.	16	18. 8
16,00	21.	45.	53	19. 28		23,25	30.	50.	21	18. 5
16,25	22.	5.	18	19. 25		23,50	31.	8.	23	18. 2
16,50	22.	24.	41	19. 23		23,75	31.	26.	21	17. 58
16,75	22.	44.	1	19. 20		24,00	31.	44.	17	17. 56
17,00	23.	3.	19	19. 18		24,25	32.	2.	9	17. 52
17,25	23.	22.	34	19. 15		24,50	32.	19.	58	17. 49
17,50	23.	41.	46	19. 12		24,75	32.	37.	44	17. 46
17,75	24.	0.	56	19. 10		25,00	32.	55.	27	17. 43
18,00	24.	20.	3	19. 7		25,25	33.	13.	6	17. 39
18,25	24.	39.	7	19. 4		25,50	33.	30.	42	17. 36
18,50	24.	58.	8	19. 1		25,75	33.	48.	15	17. 33
18,75	25.	17.	7	18. 59		26,00	34.	5.	45	17. 30
19,00	25.	36.	3	18. 56		26,25	34.	23.	12	17. 27
19,25	25.	54.	56	18. 53		26,50	34.	40.	35	17. 23
19,50	26.	13.	46	18. 50		26,75	34.	57.	55	17. 20
19,75	26.	32.	33	18. 47		27,00	35.	15.	12	17. 17
20,00	26.	51.	17	18. 44		27,25	35.	32.	25	17. 13
20,25	27.	9.	59	18. 42		27,50	35.	49.	35	17. 10
20,50	27.	28.	37	18. 38		27,75	36.	6.	41	17. 6
20,75	27.	47.	13	18. 36		28,00	36.	23.	44	17. 3
21,00	28.	5.	45	18. 32		28,25	36.	40.	44	17. 0
21,25	28.	24.	15	18. 30		28,50	36.	57.	41	16. 57

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.				D.	M.	S.	
28,50	36.	57.	41			35,75	44.	44.	42	
28,75	37.	14.	35	16.	54	36,00	44.	59.	58	15. 16
29,00	37.	31.	25	16.	50	36,25	45.	15.	10	15. 12
29,25	37.	48.	11	16.	46	36,50	45.	30.	19	15. 9
29,50	38.	4.	54	16.	43	36,75	45.	45.	25	15. 6
29,75	38.	21.	34	16.	40	37,00	46.	0.	27	15. 2
30,00	38.	38.	11	16.	37	37,25	46.	15.	26	14. 59
30,25	38.	54.	45	16.	34	37,50	46.	30.	21	14. 55
30,50	39.	11.	15	16.	30	37,75	46.	45.	13	14. 52
30,75	39.	27.	42	16.	27	38,00	47.	0.	2	14. 49
31,00	39.	44.	5	16.	23	38,25	47.	14.	48	14. 46
31,25	40.	0.	24	16.	19	38,50	47.	29.	30	14. 42
31,50	40.	16.	40	16.	16	38,75	47.	44.	9	14. 39
31,75	40.	32.	53	16.	13	39,00	47.	58.	45	14. 36
32,00	40.	49.	3	16.	10	39,25	48.	13.	17	14. 32
32,25	41.	5.	9	16.	6	39,50	48.	27.	46	14. 29
32,50	41.	21.	12	16.	3	39,75	48.	42.	12	14. 26
32,75	41.	37.	12	16.	0	40,00	48.	56.	34	14. 22
33,00	41.	53.	8	15.	56	40,25	49.	10.	53	14. 19
33,25	42.	9.	0	15.	52	40,50	49.	25.	9	14. 16
33,50	42.	24.	49	15.	49	40,75	49.	39.	22	14. 13
33,75	42.	40.	35	15.	46	41,00	49.	53.	32	14. 10
34,00	42.	56.	18	15.	43	41,25	50.	7.	38	14. 6
34,25	43.	11.	57	15.	39	41,50	50.	21.	41	14. 3
34,50	43.	27.	33	15.	36	41,75	50.	35.	41	14. 0
34,75	43.	43.	6	15.	33	42,00	50.	49.	38	13. 57
35,00	43.	58.	35	15.	29	42,25	51.	3.	31	13. 53
35,25	44.	14.	1	15.	26	42,50	51.	17.	21	13. 50
35,50	44.	29.	23	15.	22	42,75	51.	31.	8	13. 47
35,75	44.	44.	42	15.	19	43,00	51.	44.	52	13. 44

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.				D.	M.	S.	
43,00	51.	44.	52			50,25	58.	0.	35	
43,25	51.	58.	33	13. 41		50,50	58.	12.	47	12. 12
43,50	52.	12.	10	13. 37		50,75	58.	24.	57	12. 10
43,75	52.	25.	44	13. 34		51,00	58.	37.	4	12. 7
44,00	52.	39.	15	13. 31		51,25	58.	49.	8	12. 4
44,25	52.	52.	43	13. 28		51,50	59.	1.	9	12. 1
44,50	53.	6.	8	13. 25		51,75	59.	13.	7	11. 58
44,75	53.	19.	30	13. 22		52,00	59.	25.	3	11. 56
45,00	53.	32.	48	13. 18		52,25	59.	36.	55	11. 52
45,25	53.	46.	3	13. 15		52,50	59.	48.	45	11. 50
45,50	53.	59.	16	13. 13		52,75	60.	0.	32	11. 47
45,75	54.	12.	26	13. 10		53,00	60.	12.	16	11. 44
46,00	54.	25.	32	13. 6		53,25	60.	23.	57	11. 41
46,25	54.	38.	35	13. 3		53,50	60.	35.	36	11. 39
46,50	54.	51.	35	13. 0		53,75	60.	47.	12	11. 36
46,75	55.	4.	32	12. 57		54,00	60.	58.	45	11. 33
47,00	55.	17.	26	12. 54		54,25	61.	10.	15	11. 30
47,25	55.	30.	17	12. 51		54,50	61.	21.	43	11. 28
47,50	55.	43.	5	12. 48		54,75	61.	33.	8	11. 25
47,75	55.	55.	49	12. 44		55,00	61.	44.	30	11. 22
48,00	56.	8.	31	12. 42		55,25	61.	55.	50	11. 20
48,25	56.	21.	10	12. 39		55,50	62.	7.	7	11. 17
48,50	56.	33.	46	12. 36		55,75	62.	18.	21	11. 14
48,75	56.	46.	19	12. 33		56,00	62.	29.	32	11. 11
49,00	56.	58.	49	12. 30		56,25	62.	40.	41	11. 9
49,25	57.	11.	16	12. 27		56,50	62.	51.	47	11. 6
49,50	57.	23.	41	12. 25		56,75	63.	2.	51	11. 4
49,75	57.	36.	2	12. 21		57,00	63.	13.	52	11. 1
50,00	57.	48.	20	12. 18		57,25	63.	24.	50	10. 58
50,25	58.	0.	35	12. 15		57,50	63.	35.	46	10. 56

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	
	D.	M.	S.				D.	M.	S.		
57,50	63.	35.	46			64,75	68.	34.	51		
57,75	63.	46.	39	10.	53	65,00	68.	44.	34	9.	43
58,00	63.	57.	30	10.	51	65,25	68.	54.	15	9.	41
58,25	64.	8.	18	10.	48	65,50	69.	3.	54	9.	39
58,50	64.	19.	4	10.	46	65,75	69.	13.	31	9.	37
58,75	64.	29.	47	10.	43	66,00	69.	23.	5	9.	34
59,00	64.	40.	28	10.	41	66,25	69.	32.	37	9.	32
59,25	64.	51.	6	10.	38	66,50	69.	42.	7	9.	30
59,50	65.	1.	42	10.	36	66,75	69.	51.	35	9.	28
59,75	65.	12.	15	10.	33	67,00	70.	1.	1	9.	26.
60,00	65.	22.	45	10.	30	67,25	70.	10.	25	9.	24
60,25	65.	33.	13	10.	28	67,50	70.	19.	46	9.	21
60,50	65.	43.	39	10.	26	67,75	70.	29.	5	9.	19
60,75	65.	54.	2	10.	23	68,00	70.	38.	22	9.	17
61,00	66.	4.	23	10.	21	68,25	70.	47.	37	9.	15
61,25	66.	14.	41	10.	18	68,50	70.	56.	50	9.	13
61,50	66.	24.	57	10.	16	68,75	71.	6.	1	9.	11
61,75	66.	35.	11	10.	14	69,00	71.	15.	10	9.	9
62,00	66.	45.	22	10.	11	69,25	71.	24.	16	9.	6
62,25	66.	55.	31	10.	9	69,50	71.	33.	20	9.	4
62,50	67.	5.	37	10.	6	69,75	71.	42.	23	9.	3
62,75	67.	15.	41	10.	4	70,00	71.	51.	23	9.	0
63,00	67.	25.	43	10.	2	70,25	72.	0.	21	8.	58
63,25	67.	35.	42	9.	59	70,50	72.	9.	18	8.	57
63,50	67.	45.	39	9.	57	70,75	72.	18.	12	8.	54
63,75	67.	55.	34	9.	55	71,00	72.	27.	4	8.	52
64,00	68.	5.	27	9.	53	71,25	72.	35.	54	8.	50
64,25	68.	15.	17	9.	50	71,50	72.	44.	42	8.	48
64,50	68.	25.	5	9.	48	71,75	72.	53.	29	8.	47
64,75	68.	34.	51	9.	46	72,00	73.	2.	13	8.	44

Tome II.

Ooo

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.				D.	M.	S.	
72,00	73.	2.	13			79,25	77.	2.	0	
72,25	73.	10.	55	8. 42		79,50	77.	9.	49	7. 49
72,50	73.	19.	36	8. 41		79,75	77.	17.	37	7. 48
72,75	73.	28.	15	8. 39		80,00	77.	25.	23	7. 46
73,00	73.	36.	51	8. 36		80,25	77.	33.	7	7. 44
73,25	73.	45.	26	8. 35		80,50	77.	40.	50	7. 43
73,50	73.	53.	58	8. 32		80,75	77.	48.	31	7. 41
73,75	74.	2.	29	8. 31		81,00	77.	56.	10	7. 39
74,00	74.	10.	58	8. 29		81,25	78.	3.	48	7. 38
74,25	74.	19.	25	8. 27		81,50	78.	11.	24	7. 36
74,50	74.	27.	50	8. 25		81,75	78.	18.	58	7. 34
74,75	74.	36.	13	8. 23		82,00	78.	26.	31	7. 33
75,00	74.	44.	34	8. 21		82,25	78.	34.	2	7. 31
75,25	74.	52.	53	8. 19		82,50	78.	41.	31	7. 29
75,50	75.	1.	11	8. 18		82,75	78.	48.	59	7. 28
75,75	75.	9.	27	8. 16		83,00	78.	56.	25	7. 26
76,00	75.	17.	41	8. 14		83,25	79.	3.	50	7. 25
76,25	75.	25.	53	8. 12		83,50	79.	11.	13	7. 23
76,50	75.	34.	3	8. 10		83,75	79.	18.	35	7. 22
76,75	75.	42.	12	8. 9		84,00	79.	25.	55	7. 20
77,00	75.	50.	19	8. 7		84,25	79.	33.	13	7. 18
77,25	75.	58.	24	8. 5		84,50	79.	40.	30	7. 17
77,50	76.	6.	27	8. 3		84,75	79.	47.	45	7. 15
77,75	76.	14.	28	8. 1		85,00	79.	54.	59	7. 14
78,00	76.	22.	28	8. 0		85,25	80.	2.	12	7. 13
78,25	76.	30.	26	7. 58		85,50	80.	9.	23	7. 11
78,50	76.	38.	22	7. 56		85,75	80.	16.	32	7. 9
78,75	76.	46.	16	7. 54		86,00	80.	23.	40	7. 8
79,00	76.	54.	9	7. 53		86,25	80.	30.	46	7. 6
79,25	77.	2.	0	7. 51		86,50	80.	37.	51	7. 5

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.	M. S.		D.	M.	S.	M. S.
86,50	80.	37.	51	7. 3	93,75	83.	52.	54	6. 23
86,75	80.	44.	54	7. 2	94,00	83.	59.	17	6. 22
87,00	80.	51.	56	7. 0	94,25	84.	5.	39	6. 21
87,25	80.	58.	56	6. 59	94,50	84.	12.	0	6. 20
87,50	81.	5.	55	6. 57	94,75	84.	18.	20	6. 18
87,75	81.	12.	52	6. 56	95,00	84.	24.	38	6. 17
88,00	81.	19.	48	6. 55	95,25	84.	30.	55	6. 16
88,25	81.	26.	43	6. 53	95,50	84.	37.	11	6. 15
88,50	81.	33.	36	6. 52	95,75	84.	43.	26	6. 13
88,75	81.	40.	28	6. 50	96,00	84.	49.	39	6. 12
89,00	81.	47.	18	6. 49	96,25	84.	55.	51	6. 11
89,25	81.	54.	7	6. 47	96,50	85.	2.	2	6. 10
89,50	82.	0.	54	6. 46	96,75	85.	8.	12	6. 8
89,75	82.	7.	40	6. 45	97,00	85.	14.	20	6. 7
90,00	82.	14.	25	6. 43	97,25	85.	20.	27	6. 6
90,25	82.	21.	8	6. 42	97,50	85.	26.	33	6. 5
90,50	82.	27.	50	6. 41	97,75	85.	32.	38	6. 4
90,75	82.	34.	31	6. 39	98,00	85.	38.	42	6. 3
91,00	82.	41.	10	6. 38	98,25	85.	44.	45	6. 1
91,25	82.	47.	48	6. 37	98,50	85.	50.	46	6. 0
91,50	82.	54.	25	6. 35	98,75	85.	56.	46	5. 59
91,75	83.	1.	0	6. 34	99,00	86.	2.	45	5. 58
92,00	83.	7.	34	6. 33	99,25	86.	8.	43	5. 56
92,25	83.	14.	7	6. 31	99,50	86.	14.	39	5. 55
92,50	83.	20.	38	6. 30	99,75	86.	20.	34	5. 55
92,75	83.	27.	8	6. 28	100,00	86.	26.	29	5. 53
93,00	83.	33.	36	6. 27	100,25	86.	32.	22	5. 52
93,25	83.	40.	3	6. 26	100,50	86.	38.	14	5. 51
93,50	83.	46.	29	6. 25	100,75	86.	44.	5	5. 50
93,75	83.	52.	54		101,00	86.	49.	55	

Ooo ij

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE			DIFFÉR.
	D.	M.	S.				D.	M.	S.	
101,00	86.	49.	55			108,25	89.	31.	13	
101,25	86.	55.	44	5. 49		108,50	89.	36.	31	5. 18
101,50	87.	1.	31	5. 47		108,75	89.	41.	49	5. 18
101,75	87.	7.	17	5. 46		109,00	89.	47.	5	5. 16
102,00	87.	13.	3	5. 46		109,25	89.	52.	21	5. 16
102,25	87.	18.	47	5. 44		109,50	89.	57.	35	5. 14
102,50	87.	24.	30	5. 43		109,75	90.	2.	49	5. 14
102,75	87.	30.	12	5. 42		110,0	90.	8.	1	5. 12
103,00	87.	35.	53	5. 41		110,5	90.	18.	23	10. 22
103,25	87.	41.	33	5. 40		111,0	90.	28.	42	10. 19
103,50	87.	47.	12	5. 39		111,5	90.	38.	57	10. 15
103,75	87.	52.	50	5. 38		112,0	90.	49.	8	10. 11
104,00	87.	58.	27	5. 37		112,5	90.	59.	16	10. 8
104,25	88.	4.	2	5. 35		113,0	91.	9.	20	10. 4
104,50	88.	9.	37	5. 35		113,5	91.	19.	20	10. 0
104,75	88.	15.	10	5. 33		114,0	91.	29.	17	9. 57
105,00	88.	20.	43	5. 33		114,5	91.	39.	11	9. 54
105,25	88.	26.	14	5. 31		115,0	91.	49.	1	9. 50
105,50	88.	31.	45	5. 31		115,5	91.	58.	48	9. 47
105,75	88.	37.	14	5. 29		116,0	92.	8.	31	9. 43
106,00	88.	42.	43	5. 29		116,5	92.	18.	10	9. 39
106,25	88.	48.	10	5. 27		117,0	92.	27.	46	9. 36
106,50	88.	53.	37	5. 27		117,5	92.	37.	19	9. 33
106,75	88.	59.	2	5. 25		118,0	92.	46.	48	9. 29
107,00	89.	4.	26	5. 24		118,5	92.	56.	14	9. 26
107,25	89.	9.	49	5. 23		119,0	93.	5.	37	9. 23
107,50	89.	15.	11	5. 22		119,5	93.	14.	57	9. 20
107,75	89.	20.	33	5. 22		120,0	93.	24.	14	9. 17
108,00	89.	25.	53	5. 20		120,5	93.	33.	27	9. 13
108,25	89.	31.	13	5. 20		121,0	93.	42.	37	9. 10

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.				D.	M.	S.	
121,0	93.	42.	37			135,5	97.	47.	41	
121,5	93.	51.	44	9.	7	136,0	97.	55.	28	7. 47
122,0	94.	0.	48	9.	4	136,5	98.	3.	13	7. 45
122,5	94.	9.	49	9.	1	137,0	98.	10.	56	7. 43
123,0	94.	18.	47	8.	58	137,5	98.	18.	36	7. 40
123,5	94.	27.	42	8.	55	138,0	98.	26.	14	7. 38
124,0	94.	36.	34	8.	52	138,5	98.	33.	50	7. 36
124,5	94.	45.	23	8.	49	139,0	98.	41.	23	7. 33
125,0	94.	54.	9	8.	46	139,5	98.	48.	54	7. 31
125,5	95.	2.	52	8.	43	140,0	98.	56.	22	7. 28
126,0	95.	11.	33	8.	41	140,5	99.	3.	49	7. 27
126,5	95.	20.	10	8.	37	141,0	99.	11.	13	7. 24
127,0	95.	28.	45	8.	35	141,5	99.	18.	35	7. 22
127,5	95.	37.	17	8.	32	142,0	99.	25.	54	7. 19
128,0	95.	45.	46	8.	29	142,5	99.	33.	12	7. 18
128,5	95.	54.	12	8.	26	143,0	99.	40.	27	7. 15
129,0	96.	2.	35	8.	23	143,5	99.	47.	40	7. 13
129,5	96.	10.	56	8.	21	144,0	99.	54.	51	7. 11
130,0	96.	19.	14	8.	18	144,5	100.	2.	0	7. 9
130,5	96.	27.	29	8.	15	145,0	100.	9.	6	7. 6
131,0	96.	35.	42	8.	13	145,5	100.	16.	10	7. 4
131,5	96.	43.	52	8.	10	146,0	100.	23.	13	7. 3
132,0	96.	52.	0	8.	8	146,5	100.	30.	14	7. 1
132,5	97.	0.	5	8.	5	147,0	100.	37.	13	6. 59
133,0	97.	8.	7	8.	2	147,5	100.	44.	9	6. 56
133,5	97.	16.	7	8.	0	148,0	100.	51.	3	6. 54
134,0	97.	24.	4	7.	57	148,5	100.	57.	55	6. 52
134,5	97.	31.	59	7.	55	149,0	101.	4.	45	6. 50
135,0	97.	39.	51	7.	52	149,5	101.	11.	33	6. 48
135,5	97.	47.	41	7.	50	150,0	101.	18.	20	6. 47

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.				D.	M.	S.	
150,0	101.	18.	20			164,5	104.	21.	36	
150,5	101.	25.	5	6. 45		165,0	104.	27.	30	5. 54
151,0	101.	31.	47	6. 42		165,5	104.	33.	22	5. 52
151,5	101.	38.	28	6. 41		166,0	104.	39.	13	5. 51
152,0	101.	45.	6	6. 38		166,5	104.	45.	2	5. 49
152,5	101.	51.	43	6. 37		167,0	104.	50.	50	5. 48
153,0	101.	58.	18	6. 35		167,5	104.	56.	36	5. 46
153,5	102.	4.	51	6. 33		168,0	105.	2.	21	5. 45
154,0	102.	11.	23	6. 32		168,5	105.	8.	4	5. 43
154,5	102.	17.	52	6. 29		169,0	105.	13.	46	5. 42
155,0	102.	24.	20	6. 28		169,5	105.	19.	26	5. 40
155,5	102.	30.	46	6. 26		170,0	105.	25.	5	5. 39
156,0	102.	37.	10	6. 24		170,5	105.	30.	42	5. 37
156,5	102.	43.	32	6. 22		171,0	105.	36.	18	5. 36
157,0	102.	49.	52	6. 20		171,5	105.	41.	52	5. 34
157,5	102.	56.	11	6. 19		172,0	105.	47.	25	5. 33
158,0	103.	2.	28	6. 17		172,5	105.	52.	57	5. 32
158,5	103.	8.	44	6. 16		173,0	105.	58.	27	5. 30
159,0	103.	14.	57	6. 13		173,5	106.	3.	56	5. 29
159,5	103.	21.	8	6. 11		174,0	106.	9.	23	5. 27
160,0	103.	27.	18	6. 10		174,5	106.	14.	49	5. 26
160,5	103.	33.	27	6. 9		175,0	106.	20.	14	5. 25
161,0	103.	39.	34	6. 7		175,5	106.	25.	37	5. 23
161,5	103.	45.	39	6. 5		176,0	106.	30.	59	5. 22
162,0	103.	51.	42	6. 3		176,5	106.	36.	20	5. 21
162,5	103.	57.	44	6. 2		177,0	106.	41.	39	5. 19
163,0	104.	3.	44	6. 0		177,5	106.	46.	57	5. 18
163,5	104.	9.	43	5. 59		178,0	106.	52.	14	5. 17
164,0	104.	15.	40	5. 57		178,5	106.	57.	30	5. 16
164,5	104.	21.	36	5. 56		179,0	107.	2.	44	5. 14

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
179,0	107.	2.	44		197	109.	57.	53	
179,5	107.	7.	57	5. 13	198	110.	6.	55	9. 2
180,0	107.	13.	8	5. 11	199	110.	15.	53	8. 58
180,5	107.	18.	18	5. 10	200	110.	24.	47	8. 54
181,0	107.	23.	27	5. 9	201	110.	33.	37	8. 50
181,5	107.	28.	35	5. 8	202	110.	42.	23	8. 46
182,0	107.	33.	41	5. 6	203	110.	51.	5	8. 42
182,5	107.	38.	46	5. 5	204	110.	59.	43	8. 38
183,0	107.	43.	50	5. 4	205	111.	8.	18	8. 35
183,5	107.	48.	53	5. 3	206	111.	16.	49	8. 31
184,0	107.	53.	54	5. 1	207	111.	25.	17	8. 28
184,5	107.	58.	54	5. 0	208	111.	33.	41	8. 24
185,0	108.	3.	53	4. 59	209	111.	42.	1	8. 20
185,5	108.	8.	51	4. 58	210	111.	50.	17	8. 16
186,0	108.	13.	48	4. 57	211	111.	58.	30	8. 13
186,5	108.	18.	44	4. 56	212	112.	6.	40	8. 10
187,0	108.	23.	38	4. 54	213	112.	14.	46	8. 6
187,5	108.	28.	31	4. 53	214	112.	22.	48	8. 2
188,0	108.	33.	23	4. 52	215	112.	30.	48	8. 0
188,5	108.	38.	14	4. 51	216	112.	38.	44	7. 56
189,0	108.	43.	4	4. 50	217	112.	46.	37	7. 53
189,5	108.	47.	53	4. 49	218	112.	54.	26	7. 49
190,0	108.	52.	41	4. 48	219	113.	2.	12	7. 46
191	109.	2.	13	9. 32	220	113.	9.	56	7. 44
192	109.	11.	40	9. 27	221	113.	17.	36	7. 40
193	109.	21.	3	9. 23	222	113.	25.	13	7. 37
194	109.	30.	22	9. 19	223	113.	32.	47	7. 34
195	109.	39.	37	9. 15	224	113.	40.	17	7. 30
196	109.	48.	47	9. 10	225	113.	47.	45	7. 28
197	109.	57.	53	9. 6	226	113.	55.	10	7. 25

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
226	113.	55.	10		255	117.	10.	54	
227	114.	2.	32	7. 22	256	117.	17.	3	6. 9
228	114.	9.	51	7. 19	257	117.	23.	10	6. 7
229	114.	17.	7	7. 16	258	117.	29.	15	6. 5
230	114.	24.	21	7. 14	259	117.	35.	18	6. 3
231	114.	31.	32	7. 11	260	117.	41.	18	6. 0
232	114.	38.	39	7. 7	261	117.	47.	17	5. 59
233	114.	45.	44	7. 5	262	117.	53.	13	5. 56
234	114.	52.	47	7. 3	263	117.	59.	7	5. 54
235	114.	59.	47	7. 0	264	118.	5.	0	5. 53
236	115.	6.	44	6. 57	265	118.	10.	50	5. 50
237	115.	13.	38	6. 54	266	118.	16.	39	5. 49
238	115.	20.	30	6. 52	267	118.	22.	25	5. 46
239	115.	27.	19	6. 49	268	118.	28.	10	5. 45
240	115.	34.	5	6. 46	269	118.	33.	52	5. 42
241	115.	40.	49	6. 44	270	118.	39.	33	5. 41
242	115.	47.	31	6. 42	271	118.	45.	12	5. 39
243	115.	54.	10	6. 39	272	118.	50.	49	5. 37
244	116.	0.	47	6. 37	273	118.	56.	24	5. 35
245	116.	7.	21	6. 34	274	119.	1.	57	5. 33
246	116.	13.	53	6. 32	275	119.	7.	28	5. 31
247	116.	20.	22	6. 29	276	119.	12.	58	5. 30
248	116.	26.	49	6. 27	277	119.	18.	26	5. 28
249	116.	33.	14	6. 25	278	119.	23.	52	5. 26
250	116.	39.	36	6. 22	279	119.	29.	16	5. 24
251	116.	45.	56	6. 20	280	119.	34.	39	5. 23
252	116.	52.	14	6. 18	281	119.	40.	0	5. 21
253	116.	58.	30	6. 16	282	119.	45.	19	5. 19
254	117.	4.	43	6. 13	283	119.	50.	36	5. 17
255	117.	10.	54	6. 11	284	119.	55.	52	5. 16

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
284	119.	55.	52		313	122.	17.	20	
285	120.	1.	6	5. 14	314	122.	21.	52	4. 32
286	120.	6.	19	5. 13	315	122.	26.	22	4. 30
287	120.	11.	30	5. 11	316	122.	30.	51	4. 29
288	120.	16.	39	5. 9	317	122.	35.	18	4. 27
289	120.	21.	46	5. 7	318	122.	39.	45	4. 27
290	120.	26.	42	5. 6	319	122.	44.	10	4. 25
291	120.	31.	56	5. 4	320	122.	48.	34	4. 24
292	120.	36.	59	5. 3	321	122.	52.	57	4. 23
293	120.	42.	1	5. 2	322	122.	57.	18	4. 21
294	120.	47.	0	4. 59	323	123.	1.	38	4. 20
295	120.	51.	59	4. 59	324	123.	5.	57	4. 19
296	120.	56.	55	4. 56	325	123.	10.	15	4. 18
297	121.	1.	51	4. 56	326	123.	14.	32	4. 17
298	121.	6.	44	4. 53	327	123.	18.	48	4. 16
299	121.	11.	36	4. 52	328	123.	23.	2	4. 14
300	121.	16.	27	4. 51	329	123.	27.	15	4. 13
301	121.	21.	17	4. 50	330	123.	31.	27	4. 12
302	121.	26.	5	4. 48	331	123.	35.	38	4. 11
303	121.	30.	51	4. 46	332	123.	39.	48	4. 10
304	121.	35.	36	4. 45	333	123.	43.	56	4. 8
305	121.	40.	20	4. 44	334	123.	48.	4	4. 8
306	121.	45.	2	4. 42	335	123.	52.	10	4. 6
307	121.	49.	43	4. 41	336	123.	56.	16	4. 6
308	121.	54.	23	4. 40	337	124.	0.	20	4. 4
309	121.	59.	1	4. 38	338	124.	4.	23	4. 3
310	122.	3.	38	4. 37	339	124.	8.	25	4. 2
311	122.	8.	13	4. 35	340	124.	12.	26	4. 1
312	122.	12.	47	4. 34	341	124.	16.	26	4. 0
313	122.	17.	20	4. 33	342	124.	20.	25	3. 59

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.				D.	M.	S.	
342	124.	20.	25			371	126.	8.	47	
343	124.	24.	23	3. 58		372	126.	12.	18	3. 31
344	124.	28.	20	3. 57		373	126.	15.	48	3. 30
345	124.	32.	15	3. 55		374	126.	19.	17	3. 29
346	124.	36.	10	3. 55		375	126.	22.	45	3. 28
347	124.	40.	4	3. 54		376	126.	26.	12	3. 27
348	124.	43.	57	3. 53		377	126.	29.	38	3. 26
349	124.	47.	48	3. 51		378	126.	33.	4	3. 26
350	124.	51.	39	3. 51		379	126.	36.	29	3. 25
351	124.	55.	29	3. 50		380	126.	39.	53	3. 24
352	124.	59.	17	3. 48		381	126.	43.	16	3. 23
353	125.	3.	5	3. 48		382	126.	46.	39	3. 23
354	125.	6.	52	3. 47		383	126.	50.	0	3. 21
355	125.	10.	38	3. 46		384	126.	53.	21	3. 21
356	125.	14.	23	3. 45		385	126.	56.	41	3. 20
357	125.	18.	7	3. 44		386	127.	0.	0	3. 19
358	125.	21.	50	3. 43		387	127.	3.	19	3. 19
359	125.	25.	32	3. 42		388	127.	6.	37	3. 18
360	125.	29.	13	3. 41		389	127.	9.	54	3. 17
361	125.	32.	54	3. 41		390	127.	13.	10	3. 16
362	125.	36.	33	3. 39		391	127.	16.	25	3. 15
363	125.	40.	11	3. 38		392	127.	19.	40	3. 15
364	125.	43.	49	3. 38		393	127.	22.	54	3. 14
365	125.	47.	26	3. 37		394	127.	26.	7	3. 13
366	125.	51.	2	3. 36		395	127.	29.	20	3. 13
367	125.	54.	36	3. 34		396	127.	32.	32	3. 12
368	125.	58.	10	3. 34		397	127.	35.	43	3. 11
369	126.	1.	44	3. 34		398	127.	38.	53	3. 10
370	126.	5.	16	3. 32		399	127.	42.	3	3. 10
371	126.	8.	47	3. 31		400	127.	45.	12	3. 9

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
400	127.	45.	12	6. 16	458	130.	29.	55	5. 8
402	127.	51.	28	6. 13	460	130.	35.	3	5. 5
404	127.	57.	41	6. 10	462	130.	40.	8	5. 4
406	128.	3.	51	6. 7	464	130.	45.	12	5. 1
408	128.	9.	58	6. 5	466	130.	50.	13	5. 0
410	128.	16.	3	6. 3	468	130.	55.	13	4. 57
412	128.	22.	6	5. 59	470	131.	0.	10	4. 56
414	128.	28.	5	5. 57	472	131.	5.	6	4. 54
416	128.	34.	2	5. 54	474	131.	10.	0	4. 52
418	128.	39.	56	5. 53	476	131.	14.	52	4. 51
420	128.	45.	49	5. 49	478	131.	19.	43	4. 48
422	128.	51.	38	5. 47	480	131.	24.	31	4. 47
424	128.	57.	25	5. 45	482	131.	29.	18	4. 45
426	129.	3.	10	5. 42	484	131.	34.	3	4. 43
428	129.	8.	52	5. 40	486	131.	38.	46	4. 41
430	129.	14.	32	5. 37	488	131.	43.	27	4. 40
432	129.	20.	9	5. 36	490	131.	48.	7	4. 38
434	129.	25.	45	5. 32	492	131.	52.	45	4. 37
436	129.	31.	17	5. 31	494	131.	57.	22	4. 35
438	129.	36.	48	5. 28	496	132.	1.	57	4. 33
440	129.	42.	16	5. 27	498	132.	6.	30	4. 31
442	129.	47.	43	5. 24	500	132.	11.	1	4. 30
444	129.	53.	7	5. 22	502	132.	15.	31	4. 28
446	129.	58.	29	5. 19	504	132.	19.	59	4. 27
448	130.	3.	48	5. 18	506	132.	24.	26	4. 25
450	130.	9.	6	5. 15	508	132.	28.	51	4. 24
452	130.	14.	21	5. 14	510	132.	33.	15	4. 22
454	130.	19.	35	5. 11	512	132.	37.	37	4. 21
456	130.	24.	46	5. 9	514	132.	41.	58	4. 19
458	130.	29.	55		516	132.	46.	17	

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.	M. S.		D.	M.	S.	M. S.
516	132.	46.	17		574	134.	41.	41	
518	132.	50.	35	4. 18	576	134.	45.	22	3. 41
520	132.	54.	51	4. 16	578	134.	49.	1	3. 39
522	132.	59.	6	4. 15	580	134.	52.	39	3. 38
524	133.	3.	19	4. 13	582	134.	56.	16	3. 37
526	133.	7.	31	4. 12	584	134.	59.	51	3. 35
528	133.	11.	41	4. 10	586	135.	3.	26	3. 35
530	133.	15.	50	4. 9	588	135.	7.	0	3. 34
532	133.	19.	58	4. 8	590	135.	10.	32	3. 32
534	133.	24.	4	4. 6	592	135.	14.	4	3. 32
536	133.	28.	9	4. 5	594	135.	17.	35	3. 31
538	133.	32.	13	4. 4	596	135.	21.	4	3. 29
540	133.	36.	15	4. 2	598	135.	24.	32	3. 28
542	133.	40.	16	4. 1	600	135.	28.	0	3. 28
544	133.	44.	16	4. 0	602	135.	31.	26	3. 26
546	133.	48.	14	3. 58	604	135.	34.	51	3. 25
548	133.	52.	11	3. 57	606	135.	38.	16	3. 25
550	133.	56.	7	3. 56	608	135.	41.	39	3. 23
552	134.	0.	2	3. 55	610	135.	45.	2	3. 23
554	134.	3.	55	3. 53	612	135.	48.	24	3. 22
556	134.	7.	47	3. 52	614	135.	51.	44	3. 20
558	134.	11.	38	3. 51	616	135.	55.	3	3. 19
560	134.	15.	27	3. 49	618	135.	58.	21	3. 18
562	134.	19.	16	3. 49	620	136.	1.	39	3. 18
564	134.	23.	3	3. 47	622	136.	4.	55	3. 16
566	134.	26.	49	3. 46	624	136.	8.	11	3. 16
568	134.	30.	34	3. 45	626	136.	11.	26	3. 15
570	134.	34.	18	3. 44	628	136.	14.	40	3. 14
572	134.	38.	0	3. 42	630	136.	17.	53	3. 13
574	134.	41.	41	3. 41	632	136.	21.	5	3. 12

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
632	136.	21.	5		690	137.	47.	57	
634	136.	24.	16	3. 11	692	137.	50.	45	2. 48
636	136.	27.	27	3. 11	694	137.	53.	32	2. 47
638	136.	30.	37	3. 10	696	137.	56.	19	2. 47
640	136.	33.	46	3. 9	698	137.	59.	5	2. 46
642	136.	36.	54	3. 8	700	138.	1.	51	2. 46
644	136.	40.	1	3. 7	705	138.	8.	42	6. 51
646	136.	43.	7	3. 6	710	138.	15.	29	6. 47
648	136.	46.	12	3. 5	715	138.	22.	11	6. 42
650	136.	49.	16	3. 4	720	138.	28.	49	6. 38
652	136.	52.	19	3. 3	725	138.	35.	23	6. 34
654	136.	55.	22	3. 3	730	138.	41.	52	6. 29
656	136.	58.	24	3. 2	735	138.	48.	18	6. 26
658	137.	1.	25	3. 1	740	138.	54.	41	6. 23
660	137.	4.	25	3. 0	745	139.	1.	0	6. 19
662	137.	7.	24	2. 59	750	139.	7.	15	6. 15
664	137.	10.	23	2. 59	755	139.	13.	27	6. 12
666	137.	13.	21	2. 58	760	139.	19.	35	6. 8
668	137.	16.	18	2. 57	765	139.	25.	39	6. 4
670	137.	19.	15	2. 57	770	139.	31.	40	6. 1
672	137.	22.	11	2. 56	775	139.	37.	37	5. 57
674	137.	25.	5	2. 54	780	139.	43.	31	5. 54
676	137.	27.	59	2. 54	785	139.	49.	21	5. 50
678	137.	30.	52	2. 53	790	139.	55.	9	5. 48
680	137.	33.	45	2. 53	795	140.	0.	54	5. 45
682	137.	36.	37	2. 52	800	140.	6.	35	5. 41
684	137.	39.	28	2. 51	805	140.	12.	13	5. 38
686	137.	42.	18	2. 50	810	140.	17.	48	5. 35
688	137.	45.	8	2. 50	815	140.	23.	20	5. 32
690	137.	47.	57	2. 49	820	140.	28.	49	5. 29

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
820	140.	28.	49		965	142.	49.	30	
825	140.	34.	15	5. 26	970	142.	53.	48	4. 18
830	140.	39.	39	5. 24	975	142.	58.	4	4. 16
835	140.	45.	0	5. 21	980	143.	2.	19	4. 15
840	140.	50.	18	5. 18	985	143.	6.	31	4. 12
845	140.	55.	33	5. 15	990	143.	10.	42	4. 11
850	141.	0.	45	5. 12	995	143.	14.	50	4. 9
855	141.	5.	55	5. 10	1000	143.	18.	57	4. 7
860	141.	11.	2	5. 7	1005	143.	23.	3	4. 6
865	141.	16.	7	5. 5	1010	143.	27.	6	4. 3
870	141.	21.	9	5. 2	1015	143.	31.	8	4. 2
875	141.	26.	8	4. 59	1020	143.	35.	8	4. 0
880	141.	31.	5	4. 57	1025	143.	39.	6	3. 58
885	141.	36.	0	4. 55	1030	143.	43.	2	3. 56
890	141.	40.	52	4. 52	1035	143.	46.	57	3. 55
895	141.	45.	42	4. 50	1040	143.	50.	50	3. 53
900	141.	50.	30	4. 48	1045	143.	54.	42	3. 52
905	141.	55.	15	4. 45	1050	143.	58.	32	3. 50
910	141.	59.	58	4. 43	1055	144.	2.	21	3. 49
915	142.	4.	39	4. 41	1060	144.	6.	8	3. 47
920	142.	9.	17	4. 38	1065	144.	9.	54	3. 46
925	142.	13.	53	4. 36	1070	144.	13.	38	3. 44
930	142.	18.	28	4. 35	1075	144.	17.	20	3. 42
935	142.	23.	1	4. 33	1080	144.	21.	1	3. 41
940	142.	27.	31	4. 30	1085	144.	24.	41	3. 40
945	142.	31.	59	4. 28	1090	144.	28.	19	3. 38
950	142.	36.	24	4. 25	1095	144.	31.	56	3. 37
955	142.	40.	48	4. 24	1100	144.	35.	31	3. 35
960	142.	45.	10	4. 22	1105	144.	39.	5	3. 34
965	142.	49.	30	4. 20	1110	144.	42.	37	3. 32

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
1110	144.	42.	37		1310	146.	47.	56	
1115	144.	46.	8	3. 31	1320	146.	53.	28	5. 32
1120	144.	49.	38	3. 30	1330	146.	58.	57	5. 29
1125	144.	53.	7	3. 29	1340	147.	4.	23	5. 26
1130	144.	56.	34	3. 27	1350	147.	9.	45	5. 22
1135	145.	0.	0	3. 26	1360	147.	15.	4	5. 19
1140	145.	3.	24	3. 24	1370	147.	20.	19	5. 15
1145	145.	6.	47	3. 23	1380	147.	25.	31	5. 12
1150	145.	10.	9	3. 22	1390	147.	30.	39	5. 8
1155	145.	13.	30	3. 21	1400	147.	35.	45	5. 6
1160	145.	16.	49	3. 19	1410	147.	40.	48	5. 3
1165	145.	20.	7	3. 18	1420	147.	45.	47	4. 59
1170	145.	23.	25	3. 18	1430	147.	50.	44	4. 57
1175	145.	26.	41	3. 16	1440	147.	55.	38	4. 54
1180	145.	29.	55	3. 14	1450	148.	0.	28	4. 50
1185	145.	33.	8	3. 13	1460	148.	5.	16	4. 48
1190	145.	36.	21	3. 13	1470	148.	10.	2	4. 46
1195	145.	39.	32	3. 11	1480	148.	14.	44	4. 42
1200	145.	42.	42	3. 10	1490	148.	19.	24	4. 40
1210	145.	48.	59	6. 17	1500	148.	24.	1	4. 37
1220	145.	55.	11	6. 12	1510	148.	28.	35	4. 34
1230	146.	1.	19	6. 8	1520	148.	33.	7	4. 32
1240	146.	7.	22	6. 3	1530	148.	37.	37	4. 30
1250	146.	13.	22	6. 0	1540	148.	42.	4	4. 27
1260	146.	19.	17	5. 55	1550	148.	46.	28	4. 24
1270	146.	25.	9	5. 52	1560	148.	50.	50	4. 22
1280	146.	30.	56	5. 47	1570	148.	55.	10	4. 20
1290	146.	36.	40	5. 44	1580	148.	59.	27	4. 17
1300	146.	42.	20	5. 40	1590	149.	3.	42	4. 15
1310	146.	47.	56	5. 36	1600	149.	7.	55	4. 13

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
1600	149.	7.	55		1890	150.	55.	59	
1610	149.	12.	6	4. 11	1900	150.	59.	17	3. 18
1620	149.	16.	14	4. 8	1910	151.	2.	34	3. 17
1630	149.	20.	20	4. 6	1920	151.	5.	49	3. 15
1640	149.	24.	24	4. 4	1930	151.	9.	3	3. 14
1650	149.	28.	26	4. 2	1940	151.	12.	15	3. 12
1660	149.	32.	26	4. 0	1950	151.	15.	26	3. 11
1670	149.	36.	24	3. 58	1960	151.	18.	36	3. 10
1680	149.	40.	20	3. 56	1970	151.	21.	44	3. 8
1690	149.	44.	14	3. 54	1980	151.	24.	51	3. 7
1700	149.	48.	6	3. 52	1990	151.	27.	57	3. 6
1710	149.	51.	56	3. 50	2000	151.	31.	2	3. 5
1720	149.	55.	44	3. 48	2010	151.	34.	6	3. 4
1730	149.	59.	31	3. 47	2020	151.	37.	8	3. 2
1740	150.	3.	15	3. 44	2030	151.	40.	9	3. 1
1750	150.	6.	58	3. 43	2040	151.	43.	8	2. 59
1760	150.	10.	39	3. 41	2050	151.	46.	6	2. 58
1770	150.	14.	18	3. 39	2060	151.	49.	3	2. 57
1780	150.	17.	56	3. 38	2070	151.	51.	59	2. 56
1790	150.	21.	31	3. 35	2080	151.	54.	53	2. 54
1800	150.	25.	5	3. 34	2090	151.	57.	46	2. 53
1810	150.	28.	37	3. 32	2100	152.	0.	38	2. 52
1820	150.	32.	8	3. 31	2110	152.	3.	29	2. 51
1830	150.	35.	37	3. 29	2120	152.	6.	19	2. 50
1840	150.	39.	5	3. 28	2130	152.	9.	8	2. 49
1850	150.	42.	31	3. 26	2140	152.	11.	55	2. 47
1860	150.	45.	55	3. 24	2150	152.	14.	42	2. 47
1870	150.	49.	18	3. 23	2160	152.	17.	27	2. 45
1880	150.	52.	39	3. 21	2170	152.	20.	11	2. 44
1890	150.	55.	59	3. 20	2180	152.	22.	55	2. 44

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
2180	152.	22.	55		2740	154.	32.	15	
2190	152.	25.	37	2. 42	2760	154.	36.	10	3. 55
2200	152.	28.	18	2. 41	2780	154.	40.	3	3. 53
2220	152.	33.	38	5. 20	2800	154.	43.	54	3. 51
2240	152.	38.	54	5. 16	2820	154.	47.	43	3. 49
2260	152.	44.	6	5. 12	2840	154.	51.	29	3. 46
2280	152.	49.	14	5. 8	2860	154.	55.	13	3. 44
2300	152.	54.	18	5. 4	2880	154.	58.	55	3. 42
2320	152.	59.	18	5. 0	2900	155.	2.	35	3. 40
2340	153.	4.	15	4. 57	2920	155.	6.	13	3. 38
2360	153.	9.	8	4. 53	2940	155.	9.	49	3. 36
2380	153.	13.	58	4. 50	2960	155.	13.	23	3. 34
2400	153.	18.	44	4. 46	2980	155.	16.	54	3. 31
2420	153.	23.	27	4. 43	3000	155.	20.	23	3. 29
2440	153.	28.	7	4. 40	3025	155.	24.	42	4. 19
2460	153.	32.	44	4. 37	3050	155.	28.	59	4. 17
2480	153.	37.	18	4. 34	3075	155.	33.	13	4. 14
2500	153.	41.	48	4. 30	3100	155.	37.	24	4. 11
2520	153.	46.	15	4. 27	3125	155.	41.	32	4. 8
2540	153.	50.	39	4. 24	3150	155.	45.	37	4. 5
2560	153.	55.	1	4. 22	3175	155.	49.	39	4. 2
2580	153.	59.	20	4. 19	3200	155.	53.	39	4. 0
2600	154.	3.	36	4. 16	3225	155.	57.	36	3. 57
2620	154.	7.	49	4. 13	3250	156.	1.	30	3. 54
2640	154.	12.	0	4. 11	3275	156.	5.	22	3. 52
2660	154.	16.	8	4. 8	3300	156.	9.	12	3. 50
2680	154.	20.	14	4. 6	3325	156.	13.	0	3. 48
2700	154.	24.	17	4. 3	3350	156.	16.	45	3. 45
2720	154.	28.	17	4. 0	3375	156.	20.	28	3. 43
2740	154.	32.	15	3. 58	3400	156.	24.	8	3. 40

Tome II.

Qqq

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
3400	156.	24.	8		4250	158.	10.	27	
3425	156.	27.	46	3. 38	4300	158.	15.	47	5. 20
3450	156.	31.	22	3. 36	4350	158.	21.	2	5. 15
3475	156.	34.	56	3. 34	4400	158.	26.	12	5. 10
3500	156.	38.	28	3. 32	4450	158.	31.	16	5. 4
3525	156.	41.	58	3. 30	4500	158.	36.	16	5. 0
3550	156.	45.	25	3. 27	4550	158.	41.	12	4. 56
3575	156.	48.	50	3. 25	4600	158.	46.	3	4. 54
3600	156.	52.	14	3. 24	4650	158.	50.	50	4. 47
3625	156.	55.	36	3. 22	4700	158.	55.	33	4. 43
3650	156.	58.	56	3. 20	4750	159.	0.	11	4. 38
3675	157.	2.	14	3. 18	4800	159.	4.	46	4. 35
3700	157.	5.	30	3. 16	4850	159.	9.	17	4. 31
3725	157.	8.	44	3. 14	4900	159.	13.	44	4. 27
3750	157.	11.	56	3. 12	4950	159.	18.	7	4. 23
3775	157.	15.	6	3. 10	5000	159.	22.	26	4. 19
3800	157.	18.	15	3. 9	5050	159.	26.	42	4. 16
3825	157.	21.	22	3. 7	5100	159.	30.	54	4. 12
3850	157.	24.	28	3. 6	5150	159.	35.	4	4. 10
3875	157.	27.	32	3. 4	5200	159.	39.	10	4. 6
3900	157.	30.	34	3. 2	5250	159.	43.	12	4. 2
3925	157.	33.	35	3. 1	5300	159.	47.	11	3. 59
3950	157.	36.	34	2. 59	5350	159.	51.	8	3. 57
3975	157.	39.	32	2. 58	5400	159.	55.	2	3. 54
4000	157.	42.	28	2. 56	5450	159.	58.	52	3. 50
4050	157.	48.	15	5. 47	5500	160.	2.	39	3. 47
4100	157.	53.	56	5. 41	5550	160.	6.	24	3. 45
4150	157.	59.	32	5. 36	5600	160.	10.	6	3. 42
4200	158.	5.	2	5. 30	5650	160.	13.	45	3. 39
4250	158.	10.	27	5. 25	5700	160.	17.	22	3. 37

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
5700	160.	17.	22		7300	161.	54.	7	
5750	160.	20.	56	3. 34	7400	161.	59.	11	5. 4
5800	160.	24.	28	3. 32	7500	162.	4.	10	4. 59
5850	160.	27.	57	3. 29	7600	162.	9.	3	4. 53
5900	160.	31.	23	3. 26	7700	162.	13.	51	4. 48
5950	160.	34.	47	3. 24	7800	162.	18.	34	4. 43
6000	160.	38.	9	3. 22	7900	162.	23.	12	4. 38
6050	160.	41.	29	3. 20	8000	162.	27.	45	4. 33
6100	160.	44.	46	3. 17	8100	162.	32.	14	4. 29
6150	160.	48.	1	3. 15	8200	162.	36.	38	4. 24
6200	160.	51.	14	3. 13	8300	162.	40.	58	4. 20
6250	160.	54.	25	3. 11	8400	162.	45.	14	4. 16
6300	160.	57.	34	3. 9	8500	162.	49.	26	4. 12
6350	161.	0.	41	3. 7	8600	162.	53.	33	4. 7
6400	161.	3.	45	3. 4	8700	162.	57.	37	4. 4
6450	161.	6.	48	3. 3	8800	163.	1.	37	4. 0
6500	161.	9.	49	3. 1	8900	163.	5.	33	3. 56
6550	161.	12.	48	2. 59	9000	163.	9.	25	3. 52
6600	161.	15.	45	2. 57	9100	163.	13.	14	3. 49
6650	161.	18.	40	2. 55	9200	163.	17.	0	3. 46
6700	161.	21.	34	2. 54	9300	163.	20.	43	3. 43
6750	161.	24.	26	2. 52	9400	163.	24.	22	3. 39
6800	161.	27.	16	2. 50	9500	163.	27.	58	3. 36
6850	161.	30.	4	2. 48	9600	163.	31.	31	3. 33
6900	161.	32.	51	2. 47	9700	163.	35.	1	3. 30
6950	161.	35.	36	2. 45	9800	163.	38.	28	3. 27
7000	161.	38.	19	2. 43	9900	163.	41.	52	3. 24
7100	161.	43.	41	5. 22	10000	163.	45.	13	3. 21
7200	161.	48.	57	5. 16	10100	163.	48.	32	3. 19
7300	161.	54.	7	5. 10	10200	161.	51.	48	3. 16

Qqq ij

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
10200	163.	51.	48		13375	165.	17.	19	
10300	163.	55.	2	3. 14	13500	165.	20.	6	2. 47
10400	163.	58.	13	3. 11	13625	165.	22.	52	2. 46
10500	164.	1.	21	3. 8	13750	165.	25.	35	2. 43
10600	164.	4.	27	3. 6	13875	165.	28.	16	2. 41
10700	164.	7.	31	3. 4	14000	165.	30.	55	2. 39
10800	164.	10.	32	3. 1	14125	165.	33.	32	2. 37
10900	164.	13.	31	2. 59	14250	165.	36.	8	2. 36
11000	164.	16.	28	2. 57	14375	165.	38.	42	2. 34
11100	164.	19.	22	2. 54	14500	165.	41.	14	2. 32
11200	164.	22.	14	2. 52	14625	165.	43.	44	2. 30
11300	164.	25.	4	2. 50	14750	165.	46.	13	2. 29
11400	164.	27.	53	2. 49	14875	165.	48.	40	2. 27
11500	164.	30.	40	2. 47	15000	165.	51.	5	2. 25
11600	164.	33.	25	2. 45	15125	165.	53.	29	2. 24
11700	164.	36.	8	2. 43	15250	165.	55.	51	2. 22
11800	164.	38.	49	2. 41	15375	165.	58.	11	2. 20
11900	164.	41.	28	2. 39	15500	166.	0.	30	2. 19
12000	164.	44.	4	2. 36	15625	166.	2.	47	2. 17
12125	164.	47.	18	3. 14	15750	166.	5.	3	2. 16
12250	164.	50.	29	3. 11	15875	166.	7.	17	2. 14
12375	164.	53.	38	3. 9	16000	166.	9.	30	2. 13
12500	164.	56.	44	3. 6	16250	166.	13.	52	4. 22
12625	164.	59.	47	3. 3	16500	166.	18.	9	4. 17
12750	165.	2.	48	3. 1	16750	166.	22.	20	4. 11
12875	165.	5.	47	2. 59	17000	166.	26.	25	4. 5
13000	165.	8.	43	2. 56	17250	166.	30.	26	4. 1
13125	165.	11.	37	2. 54	17500	166.	34.	23	3. 57
13250	165.	14.	29	2. 52	17750	166.	38.	15	3. 52
13375	165.	17.	19	2. 50	18000	166.	42.	3	3. 48

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D	M.	S.			D.	M.	S.	
18000	166.	42.	3	3. 44	30500	168.	52.	25	3. 39
18250	166.	45.	47	3. 39	31000	168.	56.	4	3. 35
18500	166.	49.	26	3. 35	31500	168.	59.	39	3. 30
18750	166.	53.	1	3. 31	32000	169.	3.	9	3. 25
19000	166.	56.	32	3. 28	32500	169.	6.	34	3. 21
19250	167.	0.	0	3. 24	33000	169.	9.	55	3. 17
19500	167.	3.	24	3. 21	33500	169.	13.	12	3. 14
19750	167.	6.	45	3. 17	34000	169.	16.	26	3. 10
20000	167.	10.	2	6. 24	34500	169.	19.	36	3. 6
20500	167.	16.	26	6. 13	35000	169.	22.	42	3. 2
21000	167.	22.	39	6. 1	35500	169.	25.	44	2. 59
21500	167.	28.	40	5. 50	36000	169.	28.	43	2. 56
22000	167.	34.	30	5. 39	36500	169.	31.	39	2. 53
22500	167.	40.	9	5. 29	37000	169.	34.	32	2. 49
23000	167.	45.	38	5. 20	37500	169.	37.	21	2. 46
23500	167.	50.	58	5. 10	38000	169.	40.	7	2. 43
24000	167.	56.	8	5. 1	38500	169.	42.	50	2. 41
24500	168.	1.	9	4. 53	39000	169.	45.	31	2. 38
25000	168.	6.	2	4. 46	39500	169.	48.	9	2. 35
25500	168.	10.	48	4. 39	40000	169.	50.	44	2. 33
26000	168.	15.	27	4. 31	40500	169.	53.	17	2. 30
26500	168.	19.	58	4. 24	41000	169.	55.	47	2. 28
27000	168.	24.	22	4. 18	41500	169.	58.	15	2. 25
27500	168.	28.	40	4. 12	42000	170.	0.	40	2. 23
28000	168.	32.	52	4. 6	42500	170.	3.	3	2. 21
28500	168.	36.	58	4. 0	43000	170.	5.	24	2. 19
29000	168.	40.	58	3. 54	43500	170.	7.	43	2. 16
29500	168.	44.	52	3. 49	44000	170.	9.	59	4. 27
30000	168.	48.	41	3. 44	45000	170.	14.	26	4. 19
30500	168.	52.	25		46000	170.	18.	45	

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.
	D.	M.	S.			D.	M.	S.	
46000	170.	18.	45		75000	171.	46.	47	
47000	170.	22.	56	4. 11	76000	171.	48.	58	2. 11
48000	170.	27.	0	4. 4	77000	171.	51.	7	2. 9
49000	170.	30.	58	3. 58	78000	171.	53.	14	2. 7
50000	170.	34.	49	3. 51	79000	171.	55.	19	2. 5
51000	170.	38.	34	3. 45	80000	171.	57.	21	2. 2
52000	170.	42.	13	3. 39	81000	171.	59.	21	2. 0
53000	170.	45.	47	3. 34	82000	172.	1.	19	1. 58
54000	170.	49.	16	3. 29	83000	172.	3.	16	1. 57
55000	170.	52.	39	3. 23	84000	172.	5.	11	1. 55
56000	170.	55.	57	3. 18	85000	172.	7.	4	1. 53
57000	170.	59.	10	3. 13	86000	172.	8.	55	1. 51
58000	171.	2.	19	3. 9	87000	172.	10.	44	1. 49
59000	171.	5.	24	3. 5	88000	172.	12.	31	1. 47
60000	171.	8.	25	3. 1	89000	172.	14.	17	1. 46
61000	171.	11.	22	2. 57	90000	172.	16.	1	1. 44
62000	171.	14.	15	2. 53	91000	172.	17.	44	1. 43
63000	171.	17.	4	2. 49	92000	172.	19.	25	1. 41
64000	171.	19.	49	2. 45	93000	172.	21.	5	1. 40
65000	171.	22.	31	2. 42	94000	172.	22.	44	1. 39
66000	171.	25.	10	2. 39	95000	172.	24.	22	1. 38
67000	171.	27.	46	2. 36	96000	172.	25.	59	1. 37
68000	171.	30.	18	2. 32	97000	172.	27.	34	1. 35
69000	171.	32.	47	2. 29	98000	172.	29.	7	1. 33
70000	171.	35.	14	2. 27	99000	172.	30.	39	1. 32
71000	171.	37.	38	2. 24	100000	172.	32.	9	1. 30
72000	171.	39.	59	2. 21	102500	172.	35.	51	3. 42
73000	171.	42.	18	2. 19	105000	172.	39.	26	3. 35
74000	171.	44.	34	2. 16	107500	172.	42.	53	3. 27
75000	171.	46.	47	2. 13	110000	172.	46.	14	3. 21

Suite de la Table II, du mouvement parabolique des Comètes.

JOURS.	ANOMALIE VRAIE			DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE			DIFFÉR.
	D	M.	S.			D	M.	S.	
110000	172.	46.	14		157500	173.	35.	22	
112500	172.	49.	29	3. 15	160000	173.	37.	23	2. 1
115000	172.	52.	39	3. 10	162500	173.	39.	22	1. 59
117500	172.	55.	43	3. 4	165000	173.	41.	19	1. 57
120000	172.	58.	42	2. 59	167500	173.	43.	13	1. 54
122500	173.	1.	36	2. 54	170000	173.	45.	4	1. 51
125000	173.	4.	25	2. 49	172500	173.	46.	53	1. 49
127500	173.	7.	10	2. 45	175000	173.	48.	41	1. 48
130000	173.	9.	50	2. 40	177500	173.	50.	26	1. 45
132500	173.	12.	26	2. 36	180000	173.	52.	10	1. 44
135000	173.	14.	59	2. 33	182500	173.	53.	52	1. 42
137500	173.	17.	28	2. 29	185000	173.	55.	32	1. 40
140000	173.	19.	54	2. 26	187500	173.	57.	10	1. 38
142500	173.	22.	16	2. 22	190000	173.	58.	46	1. 36
145000	173.	24.	34	2. 18	192500	174.	0.	21	1. 35
147500	173.	26.	49	2. 15	195000	174.	1.	54	1. 33
150000	173.	29.	2	2. 13	197500	174.	3.	25	1. 31
152500	173.	31.	12	2. 10	200000	174.	4.	55	1. 30
155000	173.	33.	18	2. 6					
157500	173.	35.	22	2. 4					

TABLE III, réduction de la parabole à l'ellipse.

A N O M. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.	A N O M. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.
Degrés.	Otez.	Otez.	Degrés.	Otez.	Otez.
1	1,4770	5,8200	31	2,8779	8,7770
2	1,7770	6,4220	32	2,8853	8,8030
3	1,9533	6,7735	33	2,8920	8,8280
4	2,0778	7,0242	34	2,8980	8,8521
5	2,1740	7,2178	35	2,9034	8,8755
6	2,2521	7,3759	36	2,9081	8,8980
7	2,3178	7,5095	37	2,9122	8,9188
8	2,3745	7,6250	38	2,9156	8,9409
9	2,4242	7,7269	39	2,9184	8,9614
10	2,4683	7,8178	40	2,9205	8,9813
11	2,5074	7,8998	41	2,9220	9,0006
12	2,5431	7,9747	42	2,9229	9,0195
13	2,5760	8,0437	43	2,9232	9,0378
14	2,6058	8,1074	44	2,9228	9,0555
15	2,6331	8,1666	45	2,9217	9,0727
16	2,6583	8,2217	46	2,9200	9,0894
17	2,6816	8,2735	47	2,9176	9,1056
18	2,7032	8,3222	48	2,9145	9,1215
19	2,7233	8,3682	49	2,9107	9,1369
20	2,7420	8,4116	50	2,9061	9,1520
21	2,7594	8,4528	51	2,9007	9,1666
22	2,7755	8,4921	52	2,8945	9,1808
23	2,7906	8,5295	53	2,8874	9,1947
24	2,8046	8,5652	54	2,8795	9,2083
25	2,8176	8,5994	55	2,8708	9,2215
26	2,8297	8,6320	56	2,8610	9,2344
27	2,8410	8,6634	57	2,8500	9,2469
28	2,8514	8,6934	58	2,8378	9,2592
29	2,8610	8,7224	59	2,8243	9,2712
30	2,8698	8,7502	60	2,8095	9,2829

Suite de la Table III, réduction de la parabole à l'ellipse.

A N O M. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.	A N O M. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.
Degrés.	Otez.	Otez.	Degrés.	Ajoutez.	Otez.
61	2,7932	9,2943	91	2,8776	9,5475
62	2,7754	9,3055	92	2,9152	9,5540
63	2,7557	9,3163	93	2,9506	9,5605
64	2,7338	9,3270	94	2,9837	9,5670
65	2,7095	9,3374	95	3,0154	9,5734
66	2,6827	9,3477	96	3,0455	9,5797
67	2,6526	9,3576	97	3,0742	9,5860
68	2,6187	9,3674	98	3,1016	9,5923
69	2,5805	9,3769	99	3,1279	9,5986
70	2,5363	9,3862	100	3,1531	9,6050
71	2,4857	9,3954	101	3,1774	9,6113
72	2,4258	9,4044	102	3,2008	9,6176
73	2,3537	9,4132	103	3,2236	9,6239
74	2,2639	9,4218	104	3,2457	9,6302
75	2,1458	9,4303	105	3,2671	9,6366
76	1,9767	9,4386	106	3,2879	9,6430
77	1,6840	9,4468	107	3,3081	9,6495
78	Ajoutez.	9,4546	108	3,3278	9,6560
79	1,6910	9,4624	109	3,3469	9,6627
80	2,0006	9,4701	110	3,3656	9,6694
81	2,1827	9,4777	111	3,3840	9,6763
82	2,3139	9,4851	112	3,4019	9,6831
83	2,4170	9,4924	113	3,4195	9,6901
84	2,5021	9,4996	114	3,4368	9,6972
85	2,5750	9,5067	115	3,4538	9,7044
86	2,6386	9,5138	116	3,4704	9,7119
87	2,6951	9,5207	117	3,4868	9,7195
88	2,7464	9,5275	118	3,5030	9,7272
89	2,7936	9,5342	119	3,5188	9,7352
90	2,8373	9,5409	120	3,5345	9,7433

Tome II.

Rrr

Suite de la Table III, réduction de la parabole à l'ellipse.

A N O M. V R A I E.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.	A N O M. V R A I E.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.
Degrés.	Ajoutez.	Otez.	Degrés.	Ajoutez.	Otez.
121	3,5499	9,7516	141	3,8435	9,9893
122	3,5653	9,7602	142	3,8585	0,0064
123	3,5805	9,7690	143	3,8736	0,0242
124	3,5956	9,7781	144	3,8889	0,0427
125	3,6105	9,7874	145	3,9044	0,0620
126	3,6253	9,7971	146	3,9199	0,0822
127	3,6399	9,8070	147	3,9360	0,1032
128	3,6545	9,8172	148	3,9524	0,1251
129	3,6690	9,8278	149	3,9690	0,1481
130	3,6835	9,8387	150	3,9859	0,1720
131	3,6980	9,8500	151	4,0031	0,1970
132	3,7125	9,8618	152	4,0208	0,2231
133	3,7269	9,8740	153	4,0390	0,2504
134	3,7413	9,8866	154	4,0575	0,2792
135	3,7557	9,8997	155	4,0766	0,3094
136	3,7701	9,9132	156	4,0963	0,3412
137	3,7845	9,9273	157	4,1168	0,3746
138	3,7991	9,9419	158	4,1380	0,4098
139	3,8138	9,9571	159	4,1600	0,4469
140	3,8286	9,9729	160	4,1825	0,4861

TABLE IV, chute parabolique des Comètes.

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
0,00	0,000000		0,32	4,960628	
0,01	0,027404	0,027404	0,33	5,194965	0,234337
0,02	0,077510	0,050106	0,34	5,432879	0,237914
0,03	0,142395	0,064885	0,35	5,674319	0,241440
0,04	0,219231	0,076836	0,36	5,919233	0,244914
0,05	0,306384	0,087153	0,37	6,167573	0,248340
0,06	0,402753	0,096369	0,38	6,419291	0,251718
0,07	0,507527	0,104774	0,39	6,674344	0,255053
0,08	0,620078	0,112551	0,40	6,932688	0,258344
0,09	0,739904	0,119826	0,41	7,194282	0,261594
0,10	0,866586	0,126682	0,42	7,459086	0,264804
0,11	0,999771	0,133185	0,43	7,727061	0,267975
0,12	1,139157	0,139386	0,44	7,998171	0,271110
0,13	1,284478	0,145321	0,45	8,272380	0,274209
0,14	1,435502	0,151024	0,46	8,549652	0,277272
0,15	1,592020	0,156518	0,47	8,829955	0,280303
0,16	1,753847	0,161827	0,48	9,113255	0,283300
0,17	1,920813	0,166966	0,49	9,399523	0,286268
0,18	2,092765	0,171952	0,50	9,688726	0,289203
0,19	2,269562	0,176797	0,51	9,980837	0,292111
0,20	2,451075	0,181513	0,52	10,275825	0,294988
0,21	2,637185	0,186110	0,53	10,573664	0,297839
0,22	2,827781	0,190596	0,54	10,874325	0,300661
0,23	3,022758	0,194977	0,55	11,177784	0,303459
0,24	3,222022	0,199264	0,56	11,484014	0,306230
0,25	3,425482	0,203460	0,57	11,792991	0,308977
0,26	3,633053	0,207571	0,58	12,104690	0,311699
0,27	3,844655	0,211602	0,59	12,419088	0,314398
0,28	4,060212	0,215557	0,60	12,736162	0,317074
0,29	4,279654	0,219442	0,61	13,055889	0,319727
0,30	4,502913	0,223259	0,62	13,378247	0,322358
0,31	4,729925	0,227012	0,63	13,703216	0,324969
0,32	4,960628	0,230703	0,64	14,030774	0,327558

Rrr ij

Suite de la *Table IV, chute parabolique des Comètes.*

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
0,64	14,030774		0,96	25,776179	
0,65	14,360902	0,330128	0,97	26,179978	0,403799
0,66	14,693579	0,332677	0,98	26,585865	0,405887
0,67	15,028786	0,335207	0,99	26,993828	0,407963
0,68	15,366503	0,337717	1,00	27,403856	0,410028
0,69	15,706713	0,340210	1,01	27,815940	0,412084
0,70	16,049398	0,342685	1,02	28,230069	0,414129
0,71	16,394539	0,345141	1,03	28,646233	0,416164
0,72	16,742119	0,347580	1,04	29,064422	0,418189
0,73	17,092122	0,350003	1,05	29,484627	0,420205
0,74	17,444530	0,352408	1,06	29,906837	0,422210
0,75	17,799327	0,354797	1,07	30,331043	0,424206
0,76	18,156497	0,357170	1,08	30,757237	0,426194
0,77	18,516026	0,359529	1,09	31,185408	0,428171
0,78	18,877896	0,361870	1,10	31,615548	0,430140
0,79	19,242093	0,364197	1,11	32,047647	0,432099
0,80	19,608603	0,366510	1,12	32,481697	0,434050
0,81	19,977411	0,368808	1,13	32,917690	0,435993
0,82	20,348503	0,371092	1,14	33,355616	0,437926
0,83	20,721864	0,373361	1,15	33,795466	0,439850
0,84	21,097481	0,375617	1,16	34,237237	0,441771
0,85	21,475341	0,377860	1,17	34,680909	0,443672
0,86	21,855430	0,380089	1,18	35,126485	0,445576
0,87	22,237736	0,382306	1,19	35,573953	0,447468
0,88	22,622244	0,384508	1,20	36,023305	0,449352
0,89	23,008944	0,386700	1,21	36,474533	0,451228
0,90	23,397823	0,388879	1,22	36,927629	0,453096
0,91	23,788868	0,391045	1,23	37,382587	0,454958
0,92	24,182067	0,393199	1,24	37,839397	0,456810
0,93	24,577410	0,395343	1,25	38,298054	0,458657
0,94	24,974883	0,397473	1,26	38,758549	0,460495
0,95	25,374476	0,399593	1,27	39,220875	0,462326
0,96	25,776179	0,401703	1,28	39,685023	0,464148

Suite de la Table IV, chute parabolique des Comètes.

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
1,28	39,685023		1,60	55,461506	
1,29	40,150989	0,465966	1,61	55,982270	0,520764
1,30	40,618765	0,467776	1,62	56,504653	0,522383
1,31	41,088343	0,469578	1,63	57,028650	0,523997
1,32	41,559717	0,471374	1,64	57,554257	0,525607
1,33	42,032881	0,473164	1,65	58,081469	0,527212
1,34	42,507826	0,474945	1,66	58,610281	0,528812
1,35	42,984546	0,476720	1,67	59,140689	0,530408
1,36	43,463035	0,478489	1,68	59,672689	0,532000
1,37	43,943286	0,480251	1,69	60,206274	0,533585
1,38	44,425293	0,482007	1,70	60,741439	0,535165
1,39	44,909050	0,483757	1,71	61,278180	0,536741
1,40	45,394552	0,485502	1,72	61,816492	0,538312
1,41	45,881791	0,487239	1,73	62,356371	0,539879
1,42	46,370760	0,488969	1,74	62,897814	0,541443
1,43	46,861453	0,490693	1,75	63,440815	0,543001
1,44	47,353864	0,492411	1,76	63,985370	0,544555
1,45	47,847988	0,494124	1,77	64,531474	0,546104
1,46	48,343819	0,495831	1,78	65,079123	0,547649
1,47	48,841352	0,497533	1,79	65,628312	0,549189
1,48	49,340581	0,499229	1,80	66,179037	0,550725
1,49	49,841499	0,500918	1,81	66,731294	0,552257
1,50	50,344099	0,502600	1,82	67,285079	0,553785
1,51	50,848377	0,504278	1,83	67,840388	0,555309
1,52	51,354330	0,505953	1,84	68,397215	0,556827
1,53	51,861950	0,507620	1,85	68,955558	0,558343
1,54	52,371231	0,509281	1,86	69,515412	0,559854
1,55	52,882167	0,510936	1,87	70,076773	0,561361
1,56	53,394753	0,512586	1,88	70,639637	0,562864
1,57	53,908985	0,514232	1,89	71,204000	0,564363
1,58	54,424858	0,515873	1,90	71,769858	0,565858
1,59	54,942367	0,517509	1,91	72,337207	0,567349
1,60	55,461506	0,519139	1,92	72,906043	0,568836

Suite de la Table IV, chute parabolique des Comètes.

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
1,92	72,906043	0,570319	2,24	91,872114	0,615901
1,93	73,476362	0,571799	2,25	92,488015	0,617271
1,94	74,048161	0,573275	2,26	93,105286	0,618639
1,95	74,621436	0,574746	2,27	93,723925	0,620003
1,96	75,196182	0,576214	2,28	94,343928	0,621364
1,97	75,772396	0,577679	2,29	94,965292	0,622722
1,98	76,350075	0,579140	2,30	95,588014	0,624077
1,99	76,929215	0,580596	2,31	96,212091	0,625429
2,00	77,509811	0,582049	2,32	96,837520	0,626779
2,01	78,091860	0,583499	2,33	97,464299	0,628126
2,02	78,675359	0,584946	2,34	98,092425	0,629469
2,03	79,260305	0,586388	2,35	98,721894	0,630809
2,04	79,846693	0,587827	2,36	99,352703	0,632147
2,05	80,434520	0,589262	2,37	99,984850	0,633483
2,06	81,023782	0,590695	2,38	100,618333	0,634815
2,07	81,614477	0,592123	2,39	101,253148	0,636144
2,08	82,206600	0,593547	2,40	101,889292	0,637471
2,09	82,800147	0,594969	2,41	102,526763	0,638795
2,10	83,395116	0,596388	2,42	103,165558	0,640116
2,11	83,991504	0,597804	2,43	103,805674	0,641435
2,12	84,589308	0,599215	2,44	104,447109	0,642750
2,13	85,188523	0,600623	2,45	105,089859	0,644063
2,14	85,789146	0,602028	2,46	105,733922	0,645374
2,15	86,391174	0,603429	2,47	106,379296	0,646682
2,16	86,994603	0,604828	2,48	107,025978	0,647987
2,17	87,599431	0,606223	2,49	107,673965	0,649289
2,18	88,205654	0,607615	2,50	108,323254	0,650589
2,19	88,813269	0,609004	2,51	108,973843	0,651886
2,20	89,422273	0,610389	2,52	109,625729	0,653181
2,21	90,032662	0,611772	2,53	110,278910	0,654473
2,22	90,644434	0,613152	2,54	110,933383	0,655763
2,23	91,257586	0,614528	2,55	111,589146	0,657050
2,24	91,872114		2,56	112,246196	

Suite de la Table IV, chute parabolique des Comètes.

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
2,56	112,246196		2,88	133,936953	
2,57	112,904530	0,658334	2,89	134,635147	0,698194
2,58	113,564146	0,659616	2,90	135,334549	0,699402
2,59	114,225042	0,660896	2,91	136,035158	0,700609
2,60	114,887216	0,662174	2,92	136,736973	0,701815
2,61	115,550664	0,663448	2,93	137,439991	0,703018
2,62	116,215384	0,664720	2,94	138,144209	0,704218
2,63	116,881373	0,665989	2,95	138,849625	0,705416
2,64	117,548630	0,667257	2,96	139,556237	0,706612
2,65	118,217152	0,668522	2,97	140,264044	0,707807
2,66	118,886937	0,669785	2,98	140,973045	0,709001
2,67	119,557982	0,671045	2,99	141,683236	0,710191
2,68	120,230284	0,672302	3,00	142,394615	0,711379
2,69	120,903842	0,673558	3,01	143,107181	0,712566
2,70	121,578654	0,674812	3,02	143,820932	0,713751
2,71	122,254716	0,676062	3,03	144,535865	0,714933
2,72	122,932026	0,677310	3,04	145,251979	0,716114
2,73	123,610582	0,678556	3,05	145,969272	0,717293
2,74	124,290382	0,679800	3,06	146,687742	0,718470
2,75	124,971425	0,681043	3,07	147,407387	0,719645
2,76	125,653707	0,682282	3,08	148,128204	0,720817
2,77	126,337226	0,683519	3,09	148,850193	0,721989
2,78	127,021980	0,684754	3,10	149,573351	0,723158
2,79	127,707966	0,685986	3,11	150,297676	0,724325
2,80	128,395183	0,687217	3,12	151,023167	0,725491
2,81	129,083628	0,688445	3,13	151,749822	0,726655
2,82	129,773299	0,689671	3,14	152,477638	0,727816
2,83	130,464194	0,690895	3,15	153,206614	0,728976
2,84	131,156311	0,692117	3,16	153,936748	0,730134
2,85	131,849647	0,693336	3,17	154,668038	0,731290
2,86	132,544201	0,694554	3,18	155,400482	0,732444
2,87	133,239970	0,695769	3,19	156,134079	0,733597
2,88	133,936953	0,696983	3,20	156,868827	0,734748

Suite de la Table IV, chute parabolique des Comètes.

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
3,20	156,868827		3,52	180,977956	
3,21	157,604724	0,735897	3,53	181,749716	0,771760
3,22	158,341768	0,737044	3,54	182,522570	0,772854
3,23	159,079957	0,738189	3,55	183,296516	0,773946
3,24	159,819290	0,739333	3,56	184,071554	0,775038
3,25	160,559765	0,740475	3,57	184,847681	0,776127
3,26	161,301380	0,741615	3,58	185,624896	0,777215
3,27	162,044133	0,742753	3,59	186,403197	0,778301
3,28	162,788023	0,743890	3,60	187,182582	0,779385
3,29	163,533048	0,745025	3,61	187,963051	0,780469
3,30	164,279206	0,746158	3,62	188,744602	0,781551
3,31	165,026495	0,747289	3,63	189,527233	0,782631
3,32	165,774913	0,748418	3,64	190,310942	0,783709
3,33	166,524459	0,749546	3,65	191,095728	0,784786
3,34	167,275132	0,750673	3,66	191,881591	0,785863
3,35	168,026930	0,751798	3,67	192,668528	0,786937
3,36	168,779851	0,752921	3,68	193,456538	0,788010
3,37	169,533893	0,754042	3,69	194,245619	0,789081
3,38	170,289054	0,755161	3,70	195,035770	0,790151
3,39	171,045333	0,756279	3,71	195,826989	0,791219
3,40	171,802729	0,757396	3,72	196,619276	0,792287
3,41	172,561240	0,758511	3,73	197,412629	0,793353
3,42	173,320863	0,759623	3,74	198,207045	0,794416
3,43	174,081598	0,760735	3,75	199,002524	0,795479
3,44	174,843442	0,761844	3,76	199,799064	0,796540
3,45	175,606394	0,762952	3,77	200,596664	0,797600
3,46	176,370453	0,764059	3,78	201,395323	0,798659
3,47	177,135617	0,765164	3,79	202,195039	0,799716
3,48	177,901885	0,766268	3,80	202,995812	0,800773
3,49	178,669254	0,767369	3,81	203,797639	0,801827
3,50	179,437723	0,768469	3,82	204,600518	0,802879
3,51	180,207291	0,769568	3,83	205,404449	0,803931
3,52	180,977956	0,770665	3,84	206,209429	0,804980

Suite de la Table IV, chute parabolique des Comètes.

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
3,84	206,209429	0,806029	4,16	232,515377	0,838900
3,85	207,015458	0,807077	4,17	233,354277	0,839907
3,86	207,822535	0,808123	4,18	234,194184	0,840912
3,87	208,630658	0,809169	4,19	235,035096	0,841916
3,88	209,439827	0,810212	4,20	235,877012	0,842919
3,89	210,250039	0,811254	4,21	236,719931	0,843921
3,90	211,061293	0,812294	4,22	237,563852	0,844921
3,91	211,873587	0,813334	4,23	238,408773	0,845921
3,92	212,686921	0,814372	4,24	239,254694	0,846919
3,93	213,501293	0,815409	4,25	240,101613	0,847916
3,94	214,316702	0,816444	4,26	240,949529	0,848912
3,95	215,133146	0,817478	4,27	241,798441	0,849906
3,96	215,950624	0,818511	4,28	242,648347	0,850899
3,97	216,769135	0,819542	4,29	243,499246	0,851892
3,98	217,588677	0,820572	4,30	244,351138	0,852883
3,99	218,409249	0,821602	4,31	245,204021	0,853873
4,00	219,230851	0,822630	4,32	246,057894	0,854862
4,01	220,053481	0,823656	4,33	246,912756	0,855850
4,02	220,877137	0,824680	4,34	247,768606	0,856836
4,03	221,701817	0,825704	4,35	248,625442	0,857822
4,04	222,527521	0,826727	4,36	249,483264	0,858806
4,05	223,354248	0,827748	4,37	250,342070	0,859789
4,06	224,181996	0,828769	4,38	251,201859	0,860771
4,07	225,010765	0,829787	4,39	252,062630	0,861752
4,08	225,840552	0,830805	4,40	252,924382	0,862732
4,09	226,671357	0,831821	4,41	253,787114	0,863711
4,10	227,503178	0,832836	4,42	254,650825	0,864688
4,11	228,336014	0,833850	4,43	255,515513	0,865665
4,12	229,169864	0,834862	4,44	256,381178	0,866640
4,13	230,004726	0,835874	4,45	257,247818	0,867614
4,14	230,840600	0,836884	4,46	258,115432	0,868588
4,15	231,677484	0,837893	4,47	258,984020	0,869560
4,16	232,515377		4,48	259,853580	

Tome II.

Sff

Suite de la Table IV, chute parabolique des Comètes.

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
4,48	259,853580		4,74	282,799863	
4,49	260,724111	0,870531	4,75	283,695272	0,895407
4,50	261,595611	0,871500	4,76	284,591623	0,896351
4,51	262,468081	0,872470	4,77	285,488916	0,897293
4,52	263,341519	0,873438	4,78	286,387150	0,898234
4,53	264,215923	0,874404	4,79	287,286325	0,899175
4,54	265,091293	0,875370	4,80	288,186438	0,900113
4,55	265,967627	0,876334	4,81	289,087489	0,901051
4,56	266,844925	0,877298	4,82	289,989478	0,901989
4,57	267,723185	0,878260	4,83	290,892403	0,902925
4,58	268,602407	0,879222	4,84	291,796263	0,903860
4,59	269,482589	0,880182	4,85	292,701057	0,904794
4,60	270,363731	0,881142	4,86	293,606784	0,905727
4,61	271,245831	0,882100	4,87	294,513444	0,906660
4,62	272,128888	0,883057	4,88	295,421035	0,907591
4,63	273,012901	0,884013	4,89	296,329557	0,908522
4,64	273,897869	0,884968	4,90	297,239008	0,909451
4,65	274,783791	0,885922	4,91	298,149387	0,910379
4,66	275,670667	0,886876	4,92	299,060694	0,911307
4,67	276,558495	0,887828	4,93	299,972927	0,912233
4,68	277,447274	0,888779	4,94	300,886086	0,913159
4,69	278,337003	0,889729	4,95	301,800170	0,914084
4,70	279,227681	0,890678	4,96	302,715178	0,915008
4,71	280,119307	0,891626	4,97	303,631109	0,915931
4,72	281,011880	0,892573	4,98	304,547962	0,916853
4,73	281,905399	0,893519	4,99	305,465736	0,917774
4,74	282,799863	0,894464	5,00	306,384429	0,918693

TABLE V.

VALEUR DES DEGRÉS EN PARTIES DU RAYON.		VALEUR DES DEGRÉS EN PARTIES DU RAYON.		VALEUR DES DEGRÉS EN PARTIES DU RAYON.	
1	0,017453293	32	0,558505361	63	1,099557429
2	0,034906585	33	0,575958653	64	1,117010721
3	0,052359878	34	0,593411946	65	1,134464014
4	0,069813170	35	0,610865238	66	1,151917306
5	0,087266463	36	0,628318531	67	1,169370599
6	0,104719755	37	0,645771823	68	1,186823891
7	0,122173048	38	0,663225116	69	1,204277184
8	0,139626340	39	0,680678408	70	1,221730476
9	0,157079633	40	0,698131701	71	1,239183769
10	0,174532925	41	0,715584993	72	1,256637061
11	0,191986218	42	0,733038286	73	1,274090354
12	0,209439510	43	0,750491578	74	1,291543646
13	0,226892803	44	0,767944871	75	1,308996939
14	0,244346095	45	0,785398163	76	1,326450232
15	0,261799388	46	0,802851456	77	1,343903524
16	0,279252680	47	0,820304748	78	1,361356817
17	0,296705973	48	0,837758041	79	1,378810109
18	0,314159265	49	0,855211333	80	1,396263402
19	0,331612558	50	0,872664626	81	1,413716694
20	0,349065850	51	0,890117919	82	1,431169987
21	0,366519143	52	0,907571211	83	1,448623279
22	0,383972435	53	0,925024504	84	1,466076572
23	0,401425728	54	0,942477796	85	1,483529864
24	0,418879020	55	0,959931089	86	1,500983157
25	0,436332313	56	0,977384381	87	1,518436449
26	0,453785606	57	0,994837674	88	1,535889742
27	0,471238898	58	1,012290966	89	1,553343034
28	0,488692191	59	1,029744259	90	1,570796327
29	0,506145483	60	1,047197551	180	3,141592654
30	0,523598776	61	1,064650844	270	4,712388980
31	0,541052068	62	1,082104136	360	6,283185307

T H É O R I E

Suite de la TABLE V.

VALEUR DES MINUTES EN PARTIES DU RAYON.		VALEUR DES MINUTES EN PARTIES DU RAYON.	
1	0,000290888	31	0,009017534
2	0,000581776	32	0,009308423
3	0,000872665	33	0,009599311
4	0,001163553	34	0,009890199
5	0,001454441	35	0,010181087
6	0,001745329	36	0,010471976
7	0,002036217	37	0,010762864
8	0,002327106	38	0,011053752
9	0,002617994	39	0,011344640
10	0,002908882	40	0,011635528
11	0,003199770	41	0,011926417
12	0,003490659	42	0,012217305
13	0,003781547	43	0,012508193
14	0,004072435	44	0,012799081
15	0,004363323	45	0,013089969
16	0,004654211	46	0,013380858
17	0,004945100	47	0,013671746
18	0,005235988	48	0,013962634
19	0,005526876	49	0,014253522
20	0,005817764	50	0,014544410
21	0,006108652	51	0,014835299
22	0,006399541	52	0,015126187
23	0,006690429	53	0,015417075
24	0,006981317	54	0,015707963
25	0,007272205	55	0,015998851
26	0,007563093	56	0,016289740
27	0,007853982	57	0,016580628
28	0,008144870	58	0,016871516
29	0,008435758	59	0,017162404
30	0,008726646	60	0,017453293

Suite de la TABLE V.

VALEUR DES SECONDES EN PARTIES DU RAYON.		VALEUR DES SECONDES EN PARTIES DU RAYON.	
1	0,000004848	31	0,000150292
2	0,000009696	32	0,000155140
3	0,000014544	33	0,000159989
4	0,000019393	34	0,000164837
5	0,000024241	35	0,000169685
6	0,000029089	36	0,000174533
7	0,000033937	37	0,000179381
8	0,000038785	38	0,000184229
9	0,000043633	39	0,000189077
10	0,000048481	40	0,000193925
11	0,000053330	41	0,000198774
12	0,000058178	42	0,000203622
13	0,000063026	43	0,000208470
14	0,000067874	44	0,000213318
15	0,000072722	45	0,000218166
16	0,000077570	46	0,000223014
17	0,000082418	47	0,000227862
18	0,000087266	48	0,000232711
19	0,000092115	49	0,000237559
20	0,000096963	50	0,000242407
21	0,000101811	51	0,000247255
22	0,000106659	52	0,000252103
23	0,000111507	53	0,000256951
24	0,000116355	54	0,000261799
25	0,000121203	55	0,000266648
26	0,000126052	56	0,000271496
27	0,000130900	57	0,000276344
28	0,000135748	58	0,000281192
29	0,000140596	59	0,000286040
30	0,000145444	60	0,000290888

ADDITIONS ET CORRECTIONS.

PAGE 98, ligne 6, ajoutez :

Il est maintenant reconnu que cet Astre est une vraie Planète : trois ans & demi d'observations suivies suffisoient sans doute pour s'en assurer; mais on en a acquis une preuve plus évidente encore. L'Étoile 964 du Catalogue de Mayer avoit été observée par cet Astronome, le 25 Septembre 1756, à $10^h 21' 18''$, en $11^f 16^d 37' 43''$, avec $48' 23''$ de latitude australe. M. Bode s'est aperçu que cette Étoile avoit disparu du lieu où Mayer l'avoit observée, & que la nouvelle Planète, suivant les élémens approchés de son orbite, déjà déterminés, devoit le 25 Septembre 1756 occuper à très-peu près le lieu de cette Étoile. Il ne fut pas possible de douter que cette Étoile ne fût la même que la Planète d'Herschel; les observations de cette Planète comprennent donc un intervalle de vingt-huit ans; sa longitude moyenne héliocentrique, étoit le 1.^{er} Janvier 1783, en $3^f 10^d 42' 18''$. Voici les élémens de son orbite, extraits de l'introduction aux dernières Ephémérides de M. de la Lande, de 1785 à 1792.

Aphélie, le 21 Décembre 1781...	$11^f 23^d 22' 58''$.
Anomalie moyenne, le même jour..	102. 52. 7.
Anomalie vraie, le même jour.....	97. 29. 19.
Mouvement diurne.....	42,705.
Demi-grand axe.....	19,0818.
Donc révolution périodique, ans....	83,3545.
Nœud ascendant.....	2. 12. 47. 0.
Inclinaison de l'orbite.....	46. 13.
Plus grande équation du centre.....	5. 27. 17.

Le sens du mouvement est direct comme celui des autres Planètes.

Même page, tout au bas, ajoutez :

Depuis l'impression de cette page, on a observé trois nouvelles Comètes.

C O M È T E de 1783.

CETTE Comète étoit invisible à la vue simple, sans queue, d'une lumière très-foible : il étoit difficile d'éclairer les fils du micromètre, sans la faire disparaître. M. Pigott la découvrit à Yorck le 20 Novembre à $10^h 54' 4''$, temps moyen réduit au Méridien de l'Observatoire de Paris; elle étoit en $1^f 9^d 2' 36''$, avec $10^d 30' 55''$ de latitude australe. M. Pigott en envoyant son observation à M. Méchain, lui mande qu'elle pourroit être en erreur d'une demi-minute sur l'ascension droite, & de deux minutes au plus sur la déclinaison. M. Godrich observa cette même Comète à Yorck le 24 Novembre, à $8^h 17' 8''$, temps moyen, Méridien de Paris, en $1^f 7^d 20' 41''$; latitude australe $4^d 43' 18''$; elle a été observée fréquemment à Paris par M. Méchain, depuis le 26 Novembre jusqu'au 21 Décembre, & par M. Messier, depuis le 27 Novembre jusqu'au même jour 21 Décembre. M.^{rs} le Président de Saron, Méchain & le Chevalier d'Angos ont calculé l'orbite de cette Comète; ils n'ont pu en déterminer une qui satisfît pleinement aux observations, peut-être à cause de la difficulté qu'il y avoit à observer la Comète. Voici la théorie de M. Méchain.

Lieu du nœud ascendant.....	$1^f 24^d 13' 50''$.
Inclinaison.....	$53. 9. 9.$
Lieu du périhélie.....	$1. 15. 24. 46.$
Passage au périhélie, Novembre....	$15^j 5^h 53' 23''$.
Logarithme de la distance périhélie..	$0,194606.$
Sens du mouvement.....	Direct.

Il paroît par ces élémens que cette Comète a passé le plus près qu'il étoit possible de la Terre, & cependant, il étoit extrêmement difficile de l'observer, on ne pouvoit la découvrir à la vue simple. Concluons qu'elle peut revenir souvent.

à son périhélie, sans être aperçue; il en est probablement de même d'un assez grand nombre d'autres Comètes.

1784. PREMIÈRE COMÈTE.

M. de la Nux, Conseiller au Conseil supérieur de l'île de Bourbon, m'a écrit que cette Comète y avoit été vue dès le 15 de Décembre 1783; il ne l'observa lui-même que le 3 de Janvier 1784. On ne pouvoit l'observer alors en Europe; sa déclinaison étoit trop australe; on la vit au cap de Bonne-espérance, le 10 Janvier; le 16 à la Guadeloupe; le 20 à Malte: les observations de M. le Chevalier d'Angos, faites en cette dernière île, procureront sans doute beaucoup de facilité pour déterminer une bonne théorie des mouvemens de cette Comète. Enfin, M.^{rs} de Cassini fils & Méchain l'observèrent à Paris le 24 Janvier. On auroit pu la voir plus tôt, mais le mauvais temps de cet hiver y a mis obstacle; & cette même cause a empêché d'en multiplier les observations. M. Méchain cependant l'a encore observée sept fois en Février, & une huitième ou plutôt une neuvième fois le 1.^{er} Mars. M. Messier, outre plusieurs observations faites en Février & dans les premiers jours de Mars, observa encore cette Comète le 11 Mars. Au commencement de son apparition à Paris, elle étoit assez belle; le diamètre de sa tête étoit de 33 secondes, sa queue de 2 à 3 degrés, on la voyoit facilement à la vue simple. Je ne rapporte pas les observations, on les trouvera dans le Recueil des Mémoires de l'Académie. Sur ses premières observations, M. Méchain a calculé les élémens suivans de l'orbite de la Comète.

Lieu du nœud ascendant.....	1 ^r 26 ^d 44' 2",
Inclinaison.....	51. 15. 1,
Lieu du périhélie.....	2. 20. 39. 22.
Passage au périhélie, Janvier.....	21 ⁱ 4 ^h 48' 0";
Logarithme de la distance périhélie..	9,850132.
Sens du mouvement.....	rétrograde.

M. Méchain

M. Méchain n'a donné cette orbite que comme approchée; il en a seulement conclu qu'après la conjonction de la Comète avec le Soleil, on pourroit encore la revoir au mois de Mai. En effet, le 9 Mai, elle reparut; M. Méchain l'observa jusqu'au 21, & M. Messier jusqu'au 26 du même mois. Dans cette seconde apparition, la lumière étoit extrêmement foible. M. Méchain se propose de perfectionner la théorie qu'il a donnée de l'orbite de cette Comète; mais il ne pourra le faire qu'après avoir déterminé la vraie position des petites Étoiles auxquelles il a comparé la Comète, tant au mois de Mai qu'en celui de Février; c'est de quoi il va incessamment s'occuper.

1784. DEUXIÈME COMÈTE.

CETTE seconde Comète a été découverte à Malte, par M. le Chevalier d'Angos. Voici un extrait de sa Lettre à M. Messier, en date du 15 Avril 1784.

« J'ai découvert une nouvelle Comète, le 11 Avril, dans la constellation du Renard; elle est fort petite, sans queue, & n'a qu'une légère apparence de nébulosité. Je la pris pour une nébuleuse; cependant je déterminai exactement sa position; je ne pus la voir le lendemain à cause du brouillard. Le 13, je fus assuré que c'étoit une Comète, mais les nuages m'empêchèrent de l'observer. Le 14, je ne fus pas plus heureux, je vis seulement à peu-près la direction de son mouvement; mais je l'ai bien observée aujourd'hui 15; je l'ai jugée un peu plus lumineuse; peut-être cela vient-il de ce que l'atmosphère étoit plus pure. Voici mes premières observations de chaque jour :

Le 11 Avril, à $2^h 31'$ du matin, temps vrai, ascension droite de la Comète $315^d 18'$, déclinaison boréale $22^d 21'$.

Le 15, à $3^h 18'$, ascension droite $307^d 55'$, déclinaison boréale $15^d 28'$ ».

Deux observations ne peuvent suffire pour calculer l'orbite de cette Comète; M. le Chevalier d'Angos en aura peut-

être fait d'ultérieures. M. Messier n'ayant reçu la Lettre que le 14 Mai, a cherché inutilement la Comète; ou elle s'étoit trop écartée de la Terre, ou sa déclinaison étoit devenue trop australe.

Page 114, ligne 6, d'orbites planétaires, lisez, de routes planétaires.

Ibid. à la note, cap. XXIV, XXV, lisez, cap. XXIII, XXIV.

Page 125, ligne 30, après l'Écliptique, il ne faut qu'une virgule.

Ibid. ligne dernière, après une heure, il faut une virgule.

Page 122, lignes 23 & 24, dix-sept mille soixante-dix-sept ans, lisez 170,77 ans, c'est-à-dire, cent soixante-dix ans & $\frac{77}{100}$ d'années.

Page 129, ligne 16, 1772, lisez 1779.

Ibid. ligne 18, del a, lisez de la.

Page 135, ligne dernière, ajoutez: Cependant M. Méchain, ayant rassemblé toutes les observations de la Comète de 1532, & les ayant soumises à un nouveau calcul, a trouvé que l'orbite de cette Comète différoit sensiblement de celle qui avoit été déterminée par Halley; & la différence ne favorise pas l'opinion commune de l'identité des Comètes de 1532 & de 1661. Il faut attendre l'année 1790.

Page 140, ligne 33, Chrétie ne, lisez Chrétienne.

Page 159, ligne 23, auroient régné, lisez auront régné.

Page 160, ligne 13 & suivantes. Je ne trouve donc rien, &c. Nous n'avons ici en vue que le Système de Whiston, sur la création, le déluge, & la conflagration finale de la Terre. Nous ne prétendons approuver en aucune manière ce qu'il ajoute sur le règne de mille ans.

Page 191, ligne 3, de 1 a, lisez de la.

Page 223, ligne 7, 22', lisez 22".

Page 233, ligne 30, 7^h 14', lisez 7^h 24'.

Page 240, ligne dernière, de 15, lisez de 15'.

Page 245, ligne 26, 0, lisez t.

Page 253, dernier mot, al, lisez la.

Page 258, ligne 3, d urne, lisez diurne.

Page 263, ligne 18, $5^d 24' 26''$, lisez $5^d 54' 26''$.

Page 277, ligne 16, $\epsilon' - \frac{\epsilon'}{\gamma}$, lisez $\epsilon' = \frac{\epsilon'}{\gamma}$.

Page 286, ligne dernière, defa co njonction, lisez de la conjonction.

Page 296, lignes 23 & 25, Tang. $(AE - \frac{1}{2}AC)$, lisez Tang. $(AE + \frac{1}{2}AC)$. Il n'y a point d'erreur dans l'exemple.

Page 297, ligne 9, ED, ES, lisez ED, DS.

Page 305, ligne 14, ajoutez : cette réduction se fera plus facilement encore, avec le secours de notre cinquième Table, pour réduire les arcs de cercle en parties du rayon.

Page 318, ligne 8, $+ H$, lisez $+ \Pi H$.

Page 323. F employé dans cette page a la même valeur que f de la page 317.

Page 325, lignes 20 & 21, différence, lisez différences.

Page 328, ligne 25, Du double, lisez Du logarithme du double.

Page 340, ligne 26, $\frac{\sqrt{(2\pi + p)}}{\sqrt{p}}$, lisez $\frac{\sqrt{(2\pi - p)}}{\sqrt{p}}$.

Page 348, ligne 8, l'angle CAM, lisez l'angle CAN.

Page 362, lignes 22 & 23, $r'' = \rho'' \cos. \lambda''$, lisez $r'' = \frac{\rho''}{\cos. \lambda''}$.

Page 364, ligne 3, $= C''' - C''$, lisez $= C''' - C''$.

Ibid. ligne 11, dans le triangle $C'''lo$, lisez dans le triangle $C'''k\lambda$.

Ibid. ligne 12, sin. $C'KC'''$, lisez $C'kC'''$.

Page 382, alinea, Puisqu'on suppose, ligne 2, SCN, lisez STN.

Page 396, ligne 18, quatrième colonne, $1.35.20 + y$, lisez $1.34.20 + y$.

Page 429, ligne 16, l'erreur de l'hypothèse est marquée — 0,02103; elle est réellement de 0,02203. Cette faute, qui nous est échappée, & dont nous nous apercevons trop tard, n'influe pas sur le résultat final de l'opération.

Page 431, ligne 9, $69^d 7' 54''$, lisez $69^d 7' 58''$.

Page 445, ligne 21, figure 33, lisez figure 33.

Page 447, ligne 1, une ligne qui passe par le foyer S, & qui soit, lisez une ligne qui passât..... & qui fût.

Page 450, lignes 6 & 13, 27,403862, lisez 27,403384.

Pages 453 & 454, au lieu de figure 35, lisez par-tout, figure 37.

Page 458, ligne 4, 1,6985700, lisez 1,6989700.

Ibid. ligne 13, 15 jours, lisez 5 jours.

L'erreur de la ligne 4 influe sur le calcul suivant: en la corrigeant, on trouvera, ligne 7, 1165. 258 jours, & lignes 15 & 16, $145^d 20' 17''$ pour anomalie vraie.

Page 463, ligne 19, 0,89580, lisez 0,089580.



APPENDICE

À LA PREMIÈRE PARTIE.

Nous avons préparé un onzième Chapitre qui devoit terminer la première Partie de cet Ouvrage. Nous y exposions & nous y réfutions le Système du P. Berthier, Prêtre de l'Oratoire, sur la nature & les mouvemens des Comètes. Deux considérations nous ont engagés à supprimer ce Chapitre; premièrement nous n'avons pas voulu contrister un Vieillard respectable, dont la candeur, l'innocence de mœurs, la douceur & l'affabilité de caractère exigeoient de nous toutes sortes d'égards. De plus, nous avons considéré que dans les Chapitres précédens, & sur-tout dans le premier Chapitre de la troisième Partie, le Système du P. Berthier se trouveroit suffisamment réfuté. En cette année 1784, on a publié une brochure, sous le titre de *Théorie des Comètes*, par M. P. D. L. C. Le sentiment de l'Auteur est à peu-près le même que celui du P. Berthier; ils pensent l'un & l'autre que les Comètes surlunaires & sublunaires sont de même nature, c'est-à-dire, qu'elles sont toutes de simples météores; le nouvel Auteur diffère cependant du P. Berthier à certains égards. Il n'est ni Cartésien, ni Newtonien: les Comètes *ne sont*, selon lui, *que des espèces d'Étoiles filantes employées pour purifier le fluide éthéré, en consumant la surabondance des parties inflammables, & en fixant les autres en terre & en eau* (page 22). Nos fusées volantes, dit-il, quelques lignes plus bas, sont de vraies Comètes artificielles. Quant au mouvement, il pense, page 18, que les Comètes décrivent des lignes parfaitement droites, &c. Nous ne nous arrêterons pas à réfuter directement ces idées; nous l'avons suffisamment fait dans tout le cours de cet Ouvrage: nous ne faisons même mention de cette nouvelle *Théorie des Comètes*, que pour prouver à l'Auteur que nous l'avons lûe, & cela dans la plus ferme

intention de profiter des nouvelles vérités que nous aurions pu y découvrir; & malheureusement nous n'y en avons trouvé aucune; l'Auteur dira sans doute que c'est un effet de nos préjugés. Nous exhortons cet Auteur & tous les adversaires des Cométo-planètes à se défaire des leurs, à chercher de bonne foi la vérité, & à prendre les voies qui y conduisent le plus directement. La plus assurée de toutes est celle du calcul, & l'Auteur ne l'a certainement pas suivie. S'il l'eût fait, & si de plus il eût consulté les Auteurs qu'il cite, il se seroit facilement convaincu que la route véritable des Comètes autour du Soleil, est aussi régulière que celle des Planètes, que ce n'est point à des *illusions d'optique*, que nous avons recours pour expliquer leurs stations & leurs rétrogradations, qu'il est impossible de rapporter tous leurs mouvemens à une orbite parfaitement rectiligne; pour mettre les Newtoniens en contradiction les uns avec les autres, il n'auroit pas transformés en Newtoniens la Hire, Jean-Dominique Cassini, Jacques Bernoulli, encore jeune, &c. Il n'auroit pas avancé qu'Halley avoit prédit que la Comète de 1682 reviendrait dès l'an 1757; il auroit conçu le vrai sens de ce que nous disons, *que nous manquons d'une méthode sûre & facile pour déterminer l'orbite des Comètes*, &c. &c. Le mal dans tout ceci est que ces Messieurs combattent un Système qu'ils n'entendent pas, & qu'ils ne savent pas manier les armes qui seroient seules capables de le renverser, si la vérité pouvoit jamais être contraire à elle-même.

F I N.



